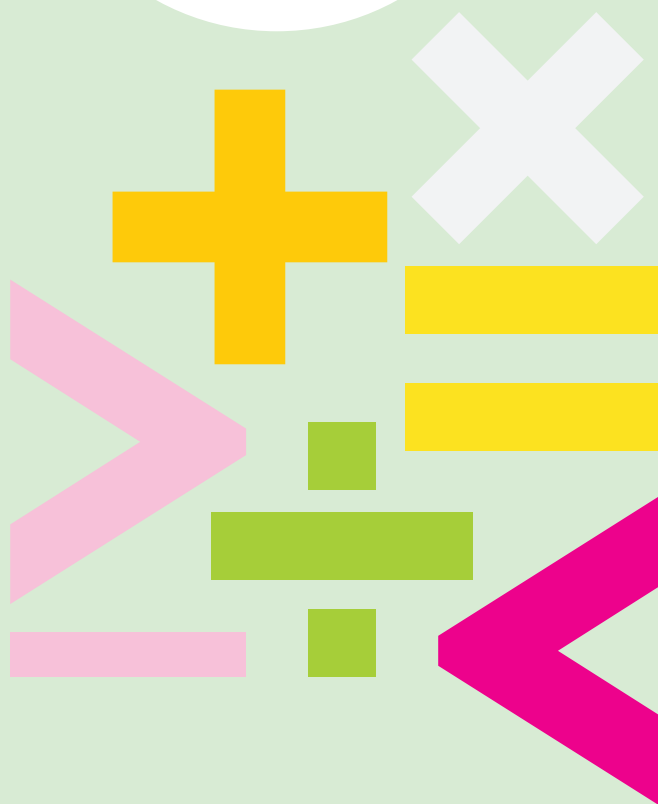


Математика

УЧЕБНИК

7



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ФЛАГ
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГЕРБ
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИМН
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

Слова Ж. Садыкова, Ш. Кулуева
Музыка Н. Давлесова, К. Молдобасанова

Ак мөңгүлүү аска-зоолор, талаалар
Элибиздин жаны менен барабар.
Сансыз кылым Ала-Тоосун мекендеп,
Сактап келди биздин ата-бабалар.

Припев:

Алгалай бер, кыргыз эл,
Азаттыктын жолунда.
Өркүндөй бер, өсө бер,
Өз тагдырың колунда.

Аткарылып элдин үмүт, тилеги,
Желбиреди эркиндиктин желеги.
Бизге жеткен ата салтын, мурасын
Ыйык сактап урпактарга берели.

Припев:

Алгалай бер, кыргыз эл,
Азаттыктын жолунда.
Өркүндөй бер, өсө бер,
Өз тагдырың колунда.

Как пользоваться этой книгой

Этот учебник предназначен для того, чтобы помочь вам понять математические концепции через содержательное, весёлое и простое обучение.

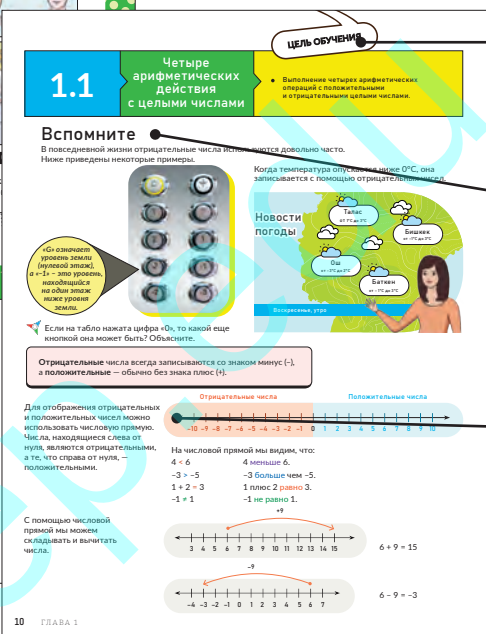
Он включает в себя следующие особенности:



Введение в главу привлекает внимание и мотивирует вас изучать математику с помощью забавной комикс-истории.

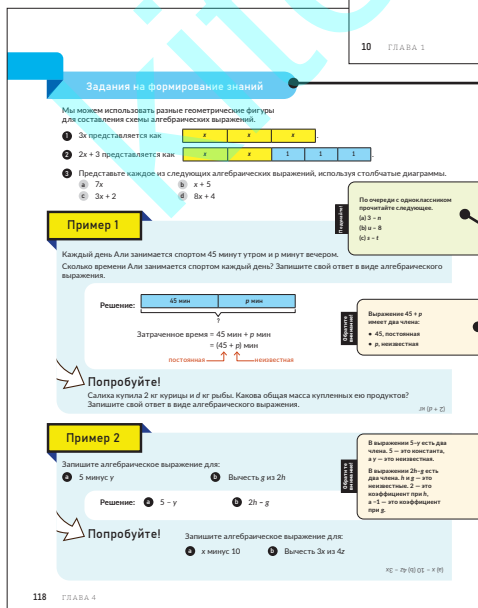
Раздел **«Обсуждение»** предоставляет возможность исследовать вопрос, связанный с ситуацией, представленной в начале каждой главы. Это, в свою очередь, побуждает задуматься о применении математики в повседневной жизни.

Цели обучения помогают вам сосредоточиться на изучении в каждом разделе.



Раздел **«Вспомним»** помогает вам повторить математические концепции, которые вы изучали ранее.

Математикалык ой-жүгүртүүгө жана математикалык ишмердикке багытталган тапшырмалар силердин математикалык ой жүгүртүү жана иштөө жөндөмдөрүңөрдү өнүктүрүүгө түрткү берет.



Задание по формированию знаний вовлекает вас в изучение понятий через исследование и открытие.

«Подумайте!» предлагает интересные вопросы, которые дают возможность решать задачи разными способами или применять свои знания в другом контексте.

«Обратите внимание!» предлагает подсказки и советы, а также указывает на распространённые ошибки и заблуждения.

Пример 8

Таня и Аня поделили 20 конфет в отношении 6 : 4. Сколько конфет получил каждый из них?

Решение: Таня $\frac{6}{6+4} \times 20 = 12$
 Аня $\frac{4}{6+4} \times 20 = 8$

Общее количество частей $\frac{10}{6+4} \times 20 = 20$ (Общее количество конфет)

Таня получила 12 конфет, а Аня – 8 конфет.

Попробуйте! Даша и Саша поделили 40 сомов в отношении 7 : 3. Сколько получила Даша?

Практическое задание Давайте исследуем!

Ниже указаны ингредиенты, необходимые для приготовления шоколадного торта на 4 человека.

Ингредиенты для шоколадного торта (на 4 человека):
 3 стакана муки
 2 стакана сахара
 2 стакана просеянного какао-порошка
 2 чайные ложки пищевой соды
 1 чайная ложка соли
 1 стакан сваренного кофе
 2 стакана масла
 2 яйца белки (от крупных яиц)
 2 чайные ложки ванилина

Бернет хочет использовать рецепт, чтобы приготовить шоколадный торт на 12 человек. Сколько каждого ингредиента ей нужно использовать?

☐ стакан муки ☐ чайной ложки соли
☐ стакан сахара ☐ стакан сваренного кофе
☐ стакан просеянного какао-порошка ☐ стакан масла
☐ чайные ложки пищевой соды ☐ яичных белков (от крупных яиц)
☐ чайные ложки ванилина

Примеры помогают лучше понять понятия и наглядно показывают математические процедуры.

Вопросы «Попробуйте!» похожи на решённые примеры. Они помогают развить уверенность в применении изученных понятий сразу в аналогичном контексте.

Практическое задание позволяет применить свои знания к реальной жизненной ситуации и решить проблему разными способами.

Попробуйте! Преобразуйте следующие десятичные дроби в обыкновенные дроби в простейшей форме:

0,42 $\frac{42}{100} = \frac{21}{50}$ 12,5 $\frac{125}{10} = \frac{25}{2}$

Практика 2D

Вопросы на формирование понятий

1. Запишите следующие дроби в виде десятичных чисел:
 $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{103}{100}$ $\frac{12}{60}$ $\frac{9}{25}$ $\frac{80}{125}$

2. Преобразуйте следующие десятичные дроби в обыкновенные дроби в простейшем виде:
 0,55 $\frac{55}{100} = \frac{11}{20}$ 0,215 $\frac{215}{1000} = \frac{43}{200}$ 7,22 $\frac{722}{100} = \frac{361}{50}$ 100,6 $\frac{1006}{10} = \frac{503}{5}$ 0,032 $\frac{32}{1000} = \frac{2}{125}$ 25,35 $\frac{2535}{100} = \frac{507}{20}$

3. Выразите данные десятичные дроби в виде неправильных дробей:
 2,25 $\frac{225}{100} = \frac{9}{4}$ 5,13 $\frac{513}{100}$ 12,6 $\frac{126}{10} = \frac{63}{5}$ 1,86 $\frac{186}{100} = \frac{93}{50}$ 106,5 $\frac{1065}{10} = \frac{213}{2}$ 2,88 $\frac{288}{100} = \frac{36}{125}$

Вопросы на формирование понятий

4. По мнению Жюста, если $105 > 20$, то $7105 > 720$. Объясните, почему это утверждение неверно.

Ключевые идеи главы 3

Отношение и пропорция

Сравните две величины с помощью отношения

Яблоки : Апельсины 2 : 3

Сократите отношение, чтобы упростить

$\frac{6}{3} : \frac{9}{3} = 2 : 3$

Эквивалентные отношения

$\frac{2}{3} : \frac{4}{6} = \frac{10}{15} : \frac{20}{30}$

Приведите к одинаковым единицам измерения

1 м : 1 см = 100 см (переведите в одинаковые единицы измерения)

$\frac{6}{3} : \frac{100}{50} = \frac{2}{1} : \frac{2}{1}$ (уберите единицы измерения) (разделите на общий делитель)

Правая пропорциональность

$2 : 3 \Rightarrow$ Если 2 части составляют 30 сомов, тогда 1 часть составляет $\frac{30}{2} = 15$ сомов. Значит 3 части составляют: $15 \times 3 = 45$ сомов.

Вопросы на формирование понятий и вопросы, основанные на контексте в разделе Практика помогают сформировать концептуальное понимание и улучшить навыки решения задач, применяя знания в различных ситуациях.

«Ключевые идеи» представляют собой концептуальную карту, которая обобщает основные понятия главы.

Раздел Закрепление главы содержит вопросы для проверки понимания изученных понятий. Также прилагается контрольный список, помогающий оценить собственное обучение.

Закрепление главы 3

1. Упростите каждое из данных отношений:

25 : 35 $\frac{5}{7}$ 8 : 120 $\frac{2}{15}$ 9 м : 30 м $\frac{1}{10}$ 60 л : 85 л

200 см : 30 см $\frac{20}{3}$ 5 кг : 1 000 кг $\frac{1}{200}$ 78 : 4,8 $\frac{13}{0,8}$

2. Запишите равное отношение для каждого из данных:

4 : 3 $\frac{8}{6}$ 6 : 8 $\frac{3}{4}$ 6,4 : 1,6 $\frac{4}{1}$ 0,01 : 0,02 $\frac{1}{2}$

3. Найдите отношение площади восьмиугольника к площади овала. Запишите ответ в простейшей форме:

Площадь = 49 см² Площадь = 56 см²

4. Мэри и ее брат делят бутылку молока в отношении 5 : 7. Если объем молока составляет 600 мл, сколько получит каждый из них?

5. За месяц академику посетили 5 000 человек. Отношение количества мужчин и женщин среди посетителей составило 3 : 5. Сколько было мужчин и сколько женщин?

6. Лента длиной 90 см разрезана на две части в отношении 4 : 6. Найдите длину меньшего куска.

7. Таня работала 2 полных дня и получила 6 300 сомов. Аликс работала 3 полных дня и получила 9 000 сомов. Получили ли они справедливую оплату?

Используйте следующий контрольный список, чтобы проверить, насколько вы поняли материал.

Вопросы	Балл
1. Сравнение двух величин, используя отношение, и перевод его в простую форму	1, 2, 3, 4, 5
2. Нахождение эквивалентных отношений	2a, b, c, d
3. Разделение количества в заданном отношении	4, 5, 6
4. Решение задач с использованием прямой пропорциональности	4, 5, 6, 7
Всего	19

ДАВАЙТЕ
ИССЛЕДУЕМ!

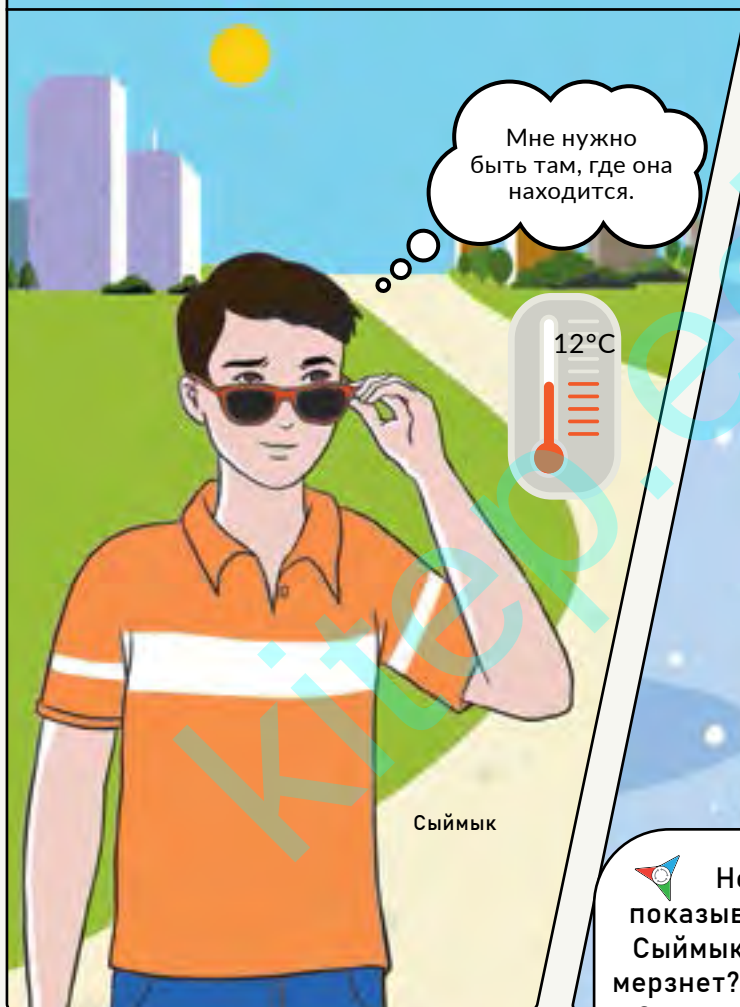
ГЛАВА

01

Числа

- 1.1 Четыре арифметических действия с целыми числами
- 1.2 Кратные числа и делители
- 1.3 Признаки делимости
- 1.4 Квадраты и квадратные корни
- 1.5 Кубы и кубические корни

В странах с умеренным климатом весенняя температура может быть комфортной — от 10°C до 20°C .



Сыймык



Самара

ОБСУЖДЕНИЕ

Несмотря на то что оба термометра показывают число 12, как вы думаете, почему Сыймык чувствует себя комфортно, а Самара мерзнет? Если температура в городе, где живет Самара, повысится на 10°C , будет ли Сыймык по-прежнему чувствовать себя комфортнее, чем Самара? Объясните свой ответ.



1.1

Четыре арифметических действия с целыми числами

- Выполнение четырех арифметических операций с положительными и отрицательными целыми числами.

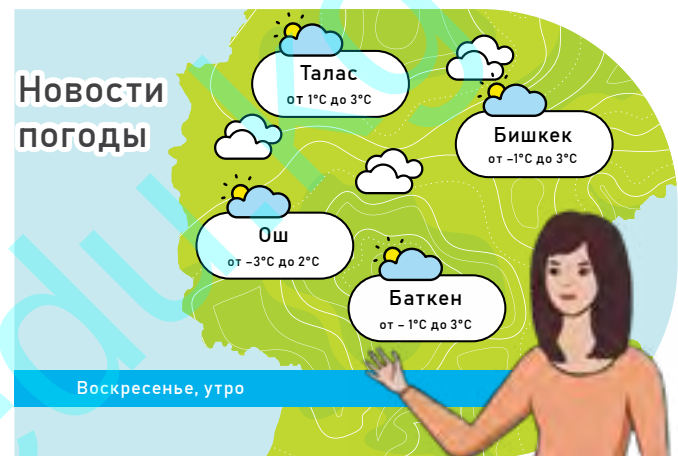
Вспомните

В повседневной жизни отрицательные числа используются довольно часто. Ниже приведены некоторые примеры.

«0» означает уровень земли (нулевой этаж), а «-1» – это уровень, находящийся на один этаж ниже уровня земли.



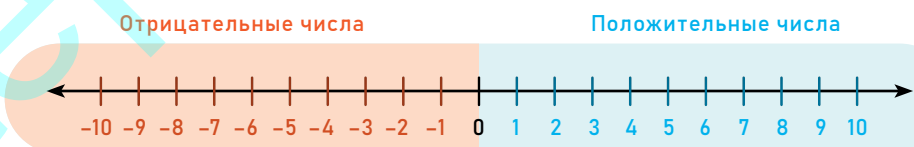
Когда температура опускается ниже 0°C , она записывается с помощью отрицательных чисел.



Если на табло нажата цифра «0», то какой еще кнопкой она может быть? Объясните.

Отрицательные числа всегда записываются со знаком минус (-), а **положительные** – обычно без знака плюс (+).

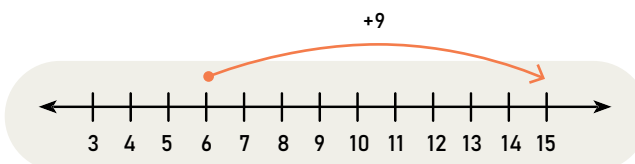
Для отображения отрицательных и положительных чисел можно использовать числовую прямую. Числа, находящиеся слева от нуля, являются отрицательными, а те, что справа от нуля, – положительными.



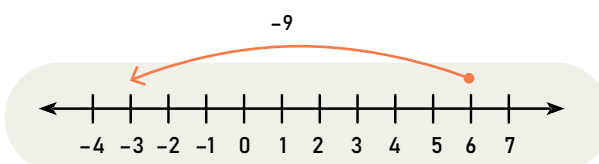
На числовой прямой мы видим, что:

$4 < 6$ 4 меньше 6.
 $-3 > -5$ -3 больше чем -5.
 $1 + 2 = 3$ 1 плюс 2 равно 3.
 $-1 \neq 1$ -1 не равно 1.

С помощью числовой прямой мы можем складывать и вычитать числа.



$$6 + 9 = 15$$



$$6 - 9 = -3$$

Сложение и вычитание целых чисел

Пример 1

Вычислите без использования калькулятора. Вы можете проверить свой ответ с помощью калькулятора.

a $-7 + 3$

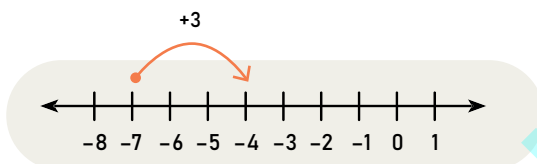
b $-7 - 9$

Обратите
внимание!

$+$: Сдвиг вправо

$-$: Сдвиг влево

a Решение: Начните с -7 . Затем сделайте 3 шага **вправо**.

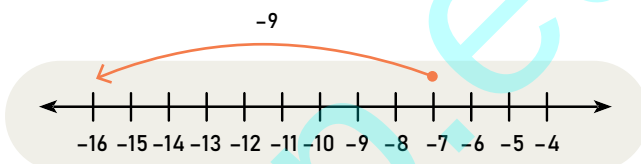


$$-7 + 3 = -4$$

$$-7 + 3$$

$$-4$$

b Решение: Начните с -7 . Затем сделайте 9 шагов **влево**.



$$-7 - 9 = -16$$

$$-7 - 9$$

$$-16$$

Попробуйте!

Вычислите без использования калькулятора.

Вы можете проверить свой ответ с помощью калькулятора.

a $-2 + 3$

b $-2 - 3$

5- (q) 1 (e)

Пример 2

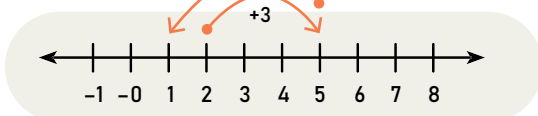
Вычислите без использования калькулятора.
Вы можете проверить свой ответ с помощью калькулятора.

a $2 + 3 - 4$ **b** $10 - 7 - 6$

Вы можете выполнять более одной операции сложения или вычитания. Всегда начинайте слева.

a Решение: $\underbrace{2 + 3}_{5} - 4 = 5 - 4 = 1$

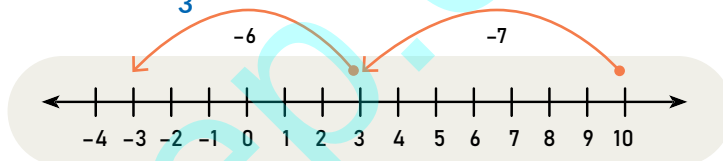
Если в выражении есть только сложение и вычитание, действуйте слева направо.



$$\begin{array}{ccccccc} 2 & + & 3 & - & 4 & = & 1 \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \\ 1. & & 2. & & 3. & & \\ \text{Начните} & & \text{Переместитесь} & & \text{Переместитесь} & & \\ \text{с 2.} & & \text{на 3 шага} & & \text{на 4 шага влево.} & & \\ & & \text{вправо.} & & & & \end{array}$$

b Решение: $\underbrace{10 - 7}_{3} - 6 = 3 - 6 = -3$

Если выражение содержит только сложение и вычитание, действуйте слева направо.



$$\begin{array}{ccccccc} 10 & - & 7 & - & 6 & = & -3 \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \\ 1. & & 2. & & 3. & & \\ \text{Начните с 10.} & & \text{Переместитесь} & & \text{Переместитесь} & & \\ & & \text{на 7 шагов} & & \text{на 6 шагов} & & \\ & & \text{вправо.} & & \text{влево.} & & \end{array}$$

Попробуйте!

Вычислите без использования калькулятора.
Вы можете проверить свой ответ с помощью калькулятора.

a $6 + 3 - 5$ **b** $7 - 4 - 5$ **c** $-3 - 4 + 5$

(a) 4 (b) -2 (c) -2

Задания на формирование знаний

Посмотрите на два образца (паттерна).
Что вы замечаете?

$$\begin{array}{rcl} 7 & + & 3 = 10 \\ & & \downarrow -1 \\ 7 & + & 2 = 9 \\ & & \downarrow -1 \\ 7 & + & 1 = 8 \\ & & \downarrow -1 \\ 7 & + & 0 = 7 \end{array}$$

Строка 1

$$7 + (-1) = \square$$

Строка 2

$$7 + (-2) = \square$$

$$\begin{array}{rcl} 7 & - & 3 = 4 \\ & & \downarrow -1 \\ 7 & - & 2 = 5 \\ & & \downarrow -1 \\ 7 & - & 1 = 6 \\ & & \downarrow -1 \\ 7 & - & 0 = 7 \end{array}$$

Строка 3

$$7 - (-1) = \square$$

Строка 4

$$7 - (-2) = \square$$

Какие числа должны быть записаны вместо
квадратов в строках 1, 2, 3 и 4?

Вы замечаете, что:

$$7 + (-1) = 6$$

$$7 + (-1) = 7 - 1 = 6$$

$$7 + (-2) = 5$$

$$7 + (-2) = 7 - 2 = 5$$

$$7 - (-1) = 8$$

$$7 - (-1) = 7 + 1 = 8$$

$$7 - (-2) = 9$$

$$7 - (-2) = 7 + 2 = 9$$

Пример 3

Вычислите:

a $0 + (-3)$

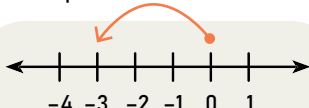
b $5 + (-3)$

c $7 + (-4)$

d $-3 + (-2)$

a Решение: $0 + (-3) = -3$

Переместитесь на 3 шага влево



$0 + (-3)$

-3

Обратите внимание!

При вводе двух последовательных знаков на калькуляторе используйте скобки, чтобы избежать ошибок. Например, чтобы найти $1 + (-2)$, используйте эти клавиши:

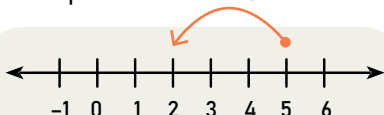
$1 + (-) 2 =$

Обратите внимание!

Сложение с (-3) — то же самое, что и вычитание 3.

b Решение: $5 + (-3) = 5 - 3 = 2$

Переместитесь на 3 шага влево

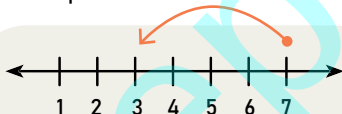


$5 + (-3)$

2

c Решение: $7 + (-4) = 7 - 4 = 3$

Переместитесь на 4 шага влево

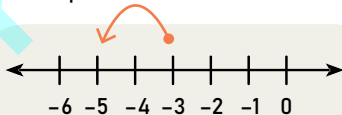


$7 + (-4)$

3

d Решение: $-3 + (-2) = -3 - 2 = -5$

Переместитесь на 2 шага влево



$-3 + (-2)$

-5

Попробуйте! Вычислите:

a $0 + (-4)$

b $6 + (-4)$

c $2 + (-4)$

d $-2 + (-4)$

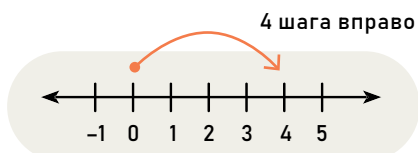
9 - (d) 2 - (c) 2 (b) 4 - (a)

Пример 4

Вычислите:

- a** $0 - (-4)$ **b** $5 - (-2)$ **c** $-3 - (-5)$

a Решение: $0 - (-4) = 0 + 4 = 4$



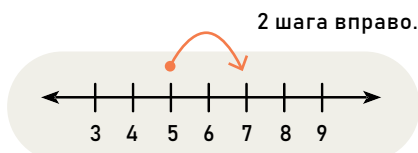
$$0 - (-4)$$

4

Обратите
внимание!

Вычитание -4
то же самое,
что и прибавление 4.

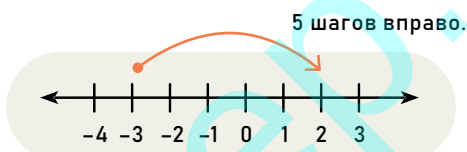
b Решение: $5 - (-2) = 5 + 2 = 7$



$$5 - (-2)$$

7

c Решение: $-3 - (-5) = -3 + 5 = 2$



$$-3 - (-5)$$

2

Попробуйте! Вычислите:

- a** $0 - (-5)$ **b** $7 - (-8)$ **c** $-2 - (-1)$

(a) 5 (b) 15 (c) -1

Пример 5

Вычислите:

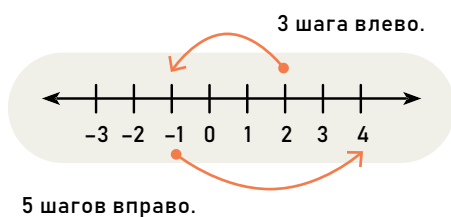
a $2 + (-3) - (-5)$

b $10 - (-7) + (-5)$

c $6 + (-7) - (-1)$

а Решение: $2 + (-3) - (-5) = 2 - 3 + 5$
 $= -1 + 5$
 $= 4$

Работайте слева направо, когда выражение содержит только сложение и вычитание.

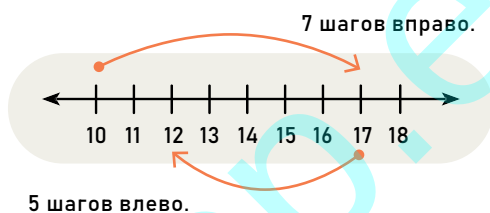


$$2 + (-3) - (-5)$$

4

b Решение: $10 - (-7) + (-5) = 10 + 7 - 5$
 $= 17 - 5$
 $= 12$

Работайте слева направо, когда выражение содержит только сложение и вычитание.

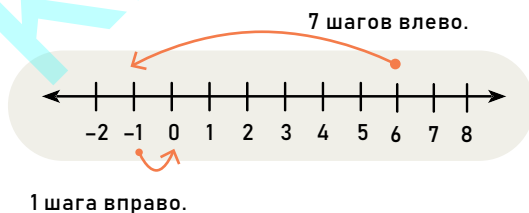


$$10 - (-7) + (-5)$$

12

c Решение: $6 + (-7) - (-1) = 6 - 7 + 1$
 $= -1 + 1$
 $= 0$

Работайте слева направо, когда выражение содержит только сложение и вычитание.



$$6 + (-7) - (-1)$$

0

Попробуйте! Вычислите:

a $-6 - (-7) + (-1)$

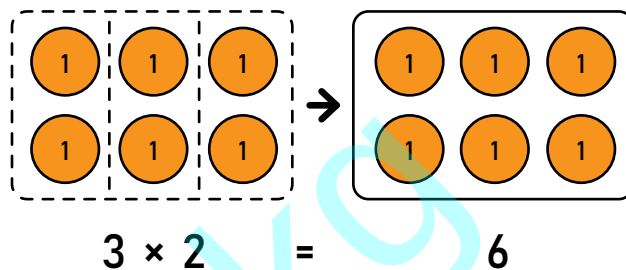
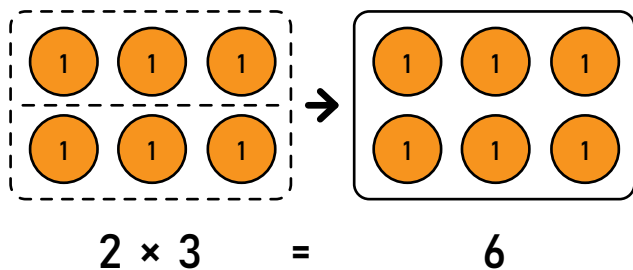
b $3 - (-2) + (-3)$

c $4 + (-2) - (-5)$

Л () З () О ()

Умножение целых чисел

2×3 как «2 группы по 3» или «3, умноженное на 2». Что происходит при умножении положительного числа на отрицательное число?



Задания на формирование знаний

Посмотрите на два образца (паттерна).

	3	x	3	=	9
	3	x	2	=	6
	3	x	1	=	3
	3	x	0	=	0
Строка 1	3	x	(-1)	=	
Строка 2	3	x	(-2)	=	

	3	x	3	=	9
	2	x	3	=	6
	1	x	3	=	3
	0	x	3	=	0
Строка 3	(-1)	x	3	=	
Строка 4	(-2)	x	3	=	



Какие числа должны быть записаны вместо квадратов в строках 1, 2, 3 и 4?
Убедите своего партнера, почему следующее должно быть правдой (объясните).



$$3 \times (-1) = -3$$

$$3 \times (-2) = -6$$

$$(-1) \times 3 = -3$$

$$(-2) \times 3 = -6$$



Основываясь на вышеизложенном, заполните пробелы.

(положительный) $\times$ (отрицательный) = _____

(отрицательный) $\times$ (положительный) = _____

Пример 6

Вычислите:

- a -3×2 b $2 \times (-3)$

Обратите
внимание!

(положительный) $\times$ (отрицательный) = отрицательный
(отрицательный) $\times$ (положительный) = отрицательный

a Решение: -3×2
 $= -(3 \times 2)$
 $= -6$

-3×2
-6

b Решение: $2 \times (-3)$
 $= -(2 \times 3)$
 $= -6$

$2 \times (-3)$
-6



Попробуйте! Вычислите:

- a -4×5 b $3 \times (-7)$

12 - (a) 02 - (a)

Деление целых чисел

Задания на формирование знаний

Вы узнали, что

$6 \div 2 = 3$, это то же самое, что $6 = 3 \times 2$;

$12 \div 3 = 4$ то же самое, что и $12 = 4 \times 3$.

- a $(-6) \div 2 = \square$ это то же самое, что и $-6 = \square \times 2$.
 Какое число обозначает $\square$?
- b $(-12) \div 4 = \bigcirc$ это то же самое, что и $-12 = \bigcirc \times 4$.
 Какое число обозначает $\bigcirc$?



- c Вычислите без использования калькулятора.
 $(-100) \div 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ $(-42) \div 7 = \underline{\hspace{2cm}}$
 $(-25) \div 5 = \underline{\hspace{2cm}}$ $(-18) \div 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

Что вы замечаете из вышеизложенного?



- d Используйте калькулятор для вычисления.

$$100 \div (-4) = \underline{\hspace{2cm}} \quad 42 \div (-7) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$25 \div (-5) = \underline{\hspace{2cm}} \quad 18 \div (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Что вы замечаете из вышеизложенного?

- e Рассмотрите следующие наборы примеров деления.

Набор А: $45 \div (-9)$ $(-45) \div 9$

Набор В: $81 \div (-27)$ $(-81) \div 27$

Используйте их, чтобы проверить, верны ли ваши утверждения в пунктах c и d.

Пример 7

Вычислите:

a $-45 \div 9$

b $56 \div (-7)$

a Решение: $-45 \div 9$
 $= -(45 \div 9)$
 $= -5$

$$\begin{array}{r} -45 \div 9 \\ \hline -5 \end{array}$$

Обратите
внимание!

(положительный) $\div$ (отрицательный) = отрицательный
 (отрицательный) $\div$ (положительный) = отрицательный

Обратите
внимание!

Деление является
обратной операцией
умножению.
 $-45 \div 9 = -5$ эквивалентно
 $-45 = 9 \times (-5)$.

b Решение: $56 \div (-7)$
 $= -(56 \div 7)$
 $= -8$

$$\begin{array}{r} 56 \div (-7) \\ \hline -8 \end{array}$$

Попробуйте! Вычислите:

a $63 \div (-9)$

b $-75 \div 15$

5- (q) 1- (e)

Практика 1А

Вопросы на формирование понятий

1 Вычислите:

a $7 + (-3)$

b $-2 + (-3)$

c $17 - (-2)$

d $-2 - (-5)$

e $-5 - (-7)$

f $0 - (-9)$

2 Вычислите:

a $4 + 9 - 6$

b $17 - 7 - 8$

c $4 - 5 + 6 - 7$

d $6 - 8 - 9 + 2$

3 Вычислите:

a $4 + (-7) - (-3)$

b $5 - (-8) + (-7)$

c $-3 - (-1) - (-5)$

d $-5 + (-15) - (-12)$

4 Вычислите:

a $12 \times (-5)$

b -7×17

c $-180 \div 15$

d $125 \div (-5)$



5 Имеют ли выражения $[17 - (-7)] - 2$ и $17 - [(-7) - 2]$ одинаковое значение?

b Из пункта а что вы можете сказать о порядке вычитания?

Вопросы, основанные на контексте

6 У Сайкал 7 яблок. Она отдает 4 яблока и покупает еще 3. Сколько у нее яблок?

7 У Шабдана 100 сомов. Ему нужно заплатить 80 сомов за еду и 30 сомов за напиток. Сколько еще денег ему нужно?



8 Используя приведенные ниже выражения, составьте задачу о покупке и продаже апельсинов.

a $16 + (-3) + 5$

b $14 + 2 - 10$

Рабочая
тетрадь.
Упражнение
1.1

1.2

Делители и кратные

ЦЕЛЬ ОБУЧЕНИЯ

- Нахождение кратных, общих кратных и наименьших общих кратных чисел.
- Нахождение делителей, общих делителей и наибольших общих делителей чисел.

Множественные

Для любого положительного целого числа все кратные ему числа являются произведениями этого числа на другие положительные целые числа.

Кратные числа 3

3,	6,	9,	12,	15,	18,	21,	24,	27,	30,	33,	36,	...
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
1×3	2×3	3×3	4×3	5×3	6×3	7×3	8×3	9×3	10×3	11×3	12×3	

Кратные числа 4

4,	8,	12,	16,	20,	24,	28,	32,	36,	40,	44,	48,	...
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
1×4	2×4	3×4	4×4	5×4	6×4	7×4	8×4	9×4	10×4	11×4	12×4	

Посмотрите на числа, кратные 3 и 4. Числа 12, 24, 36, ... являются числами, общими для чисел 3 и 4.
12 — **наименьшее общее кратное (НОК)** чисел 3 и 4.

Пример 8

Найдите наименьшее общее кратное (НОК) чисел 2, 3 и 5.

Решение: Кратные числа 2
Кратные числа 3
Кратные числа 5

НОК чисел 2, 3 и 5 равен 30.

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, **30**, ...
3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, **30**, 33, ...
5, 10, 15, 20, 25, **30**, 35, 40, ...

Попробуйте!

Найдите НОК чисел 4, 6 и 9.

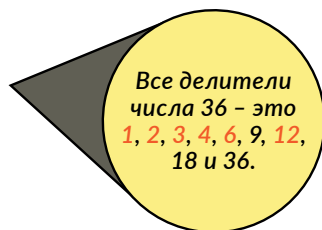
Подумайте!

Объясните, почему произведение двух чисел всегда является общим кратным двух чисел.

Делители

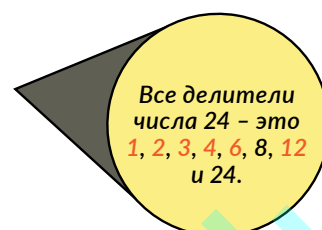
Рассмотрим число 36.

$$\begin{aligned} 36 &= 1 \times 36 \\ &= 2 \times 18 \\ &= 3 \times 12 \\ &= 4 \times 9 \\ &= 6 \times 6 \end{aligned}$$



Рассмотрим число 24.

$$\begin{aligned} 24 &= 1 \times 24 \\ &= 2 \times 12 \\ &= 3 \times 8 \\ &= 4 \times 6 \end{aligned}$$



Посмотрите на множители чисел 36 и 24. Общие множители чисел 36 и 24 – 1, 2, 3, 4, 6 и 12.

Наибольший общий множитель (НОД) чисел 36 и 24 – 12.

Пример 9

Найдите наибольший общий делитель (НОД) чисел 12 и 15.

$$\begin{aligned} \text{Решение: } 12 &= 1 \times 12 & 15 &= 1 \times 15 \\ &= 2 \times 6 & &= 3 \times 5 \\ &= 3 \times 4 & & \end{aligned}$$

Общие множители чисел 12 и 15 – 1 и 3.

Общий делитель чисел 12 и 15 равен 3.



Попробуйте!

Найдите НОД чисел 36 и 117.

6

Подумайте!



Положительное число всегда является общим делителем для любых двух других положительных чисел.

Что это за число? Объясните свой ответ.

Пример 10



Три будильника звонят с регулярными интервалами в 12 минут, 15 минут и 18 минут. Если они впервые зазвонят вместе в 13:00, когда они зазвонят вместе в следующий раз?

Решение:

Первый будильник (мин) 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, 156, 168, **180**, ...

Второй будильник (мин) 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165, **180**, ...

Третий будильник (мин) 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, **180**, ...

Через 180 минут, или 3 часа, три будильника снова прозвучат вместе. Время 16:00.



Попробуйте!

Свет двух маяков мигает с регулярными интервалами в 12 и 18 минут соответственно. Оба огня впервые мигают вместе в 9 часов вечера. Когда они снова мигнут вместе в следующий раз?

98:12

Пример 11

Сыймык хочет упаковать 171 карандаш, 27 ластиков и 63 ручки в подарочные наборы. В каждом наборе должно **быть равное** количество каждого из трех предметов. Найдите наибольшее количество подарочных наборов, которые Сыймык может упаковать, и количество каждого предмета в наборе.

Решение: Карандаши
 $171 = 1 \times 171$
 $= 3 \times 57$
 $= 9 \times 19$

Ластики
 $27 = 1 \times 27$
 $= 3 \times 9$

Ручки
 $63 = 1 \times 63$
 $= 3 \times 21$
 $= 7 \times 9$

Общие делители: 1, 3 и 9. НОД равен 9.

Сыймык может упаковать 9 подарочных наборов.

В каждом подарочном наборе 19 карандашей, 3 ластика и 7 ручек.



Попробуйте!

Роза готовит подарочные пакеты для своих друзей. У нее есть 28 конфет, 49 жевательных резинок и 35 курутов. В каждом пакете должно быть одинаковое количество каждого предмета. Найдите наибольшее количество подарочных пакетов и количество каждого предмета в одном пакете.

7 пакетов, в каждом по 4 конфеты, 7 жевательных резинок и 5 курутов.

Практика 1В

Вопросы на формирование понятий

- 1 Запишите первые 10 кратных каждой из следующих пар чисел. Затем найдите НОК каждой пары.
a 3 и 7 b 9 и 12 c 8 и 64 d 35 и 14
- 2 Найдите НОК следующих чисел.
a 3, 7 и 9 b 6, 9 и 12 c 2, 5 и 8
- 3 Найдите все общие делители следующих чисел. Затем укажите НОД.
a 3 и 7 b 9 и 12 c 8 и 64 d 35 и 14
- 4 Найдите НОК следующих чисел.
a 21, 28 и 35 b 16, 8 и 36 c 36, 60 и 90

Вопросы, основанные на контексте

- 5 В супермаркете апельсины продаются в пакетах по 18 штук, а яблоки в коробках по 24 штуки. Эми хочет купить равное количество апельсинов и яблок. Какое наименьшее количество апельсинов и яблок она может купить? Объясните свой ответ.
- 6 Большой прямоугольный картон размером 64 см на 28 см нужно разрезать на равные квадраты, не оставляя ни одного кусочка картона. Какой наибольший размер может получиться у квадратов? Сколько таких больших квадратов? Объясните свой ответ.
- 7 Три машины участвуют в гонках по круговой трассе. Машина А проходит один круг за 50 секунд. Машина В проходит один круг за 60 секунд. Машина С проходит один круг за 40 секунд. Три машины стартуют с одной и той же точки в 10:00. В какое время они встретятся в следующий раз?

Рабочая
тетрадь.
Упражнение
1.2

1.3

Признаки делимости

- Формулировка и применение общих принципов.

Признаки делимости на 2

Кратные числа 2:

2,	4,	6,	8,	10,	12,	14,	16,	18,	20,	22,...
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
2×1	2×2	2×3	2×4	2×5	2×6	2×7	2×8	2×9	2×10	2×11

Все эти числа делятся на 2.

Говорят, что 24 делится на 2, потому что $24 \div 2$ — это целое число.

Число 7 не делится на 2, так как $7 \div 2$ не является целым числом.

$$24 \div 2$$

12

$$7 \div 2$$

3,5

Если последняя цифра числа равна 0, 2, 4, 6 или 8, то число делится на 2.

Например,

452, 8 204, 72 436, 648 360 и 12 345 678 2 делятся на 2.

Однако 69 231 и 1 234 567 не делятся на 2.

Обратите внимание!

Числа, которые делятся на 2, называются **четными**. Например, 452, 8204, 72 436, 648 360 и 12 345 678 являются четными числами.

Обратите внимание!

Числа, которые не являются четными, называются **нечетными числами**. Например, 69 231 и 1 234 567 — нечетные числа.

Признаки делимости на 3

Кратные числа 3 — это:

3,	6,	9,	12,	15,	18,	21,	24,	27,	30,	33,	36,...
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
3×1	3×2	3×3	3×4	3×5	3×6	3×7	3×8	3×9	3×10	3×11	3×12

Числа, которые делятся на 3 без остатка, называются кратными 3.

Число 42 делится на 3, потому что $42 \div 3$ — целое число.

Число 44 не делится на 3, так как $44 \div 3$ не является целым числом.

$$42 \div 3$$

14

$$44 \div 3$$

14,6666666

Если сумма цифр числа делится на 3, то и само число делится на 3.

Рассмотрим число 123 456.

Сумма его цифр равна $= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ (а 21 делится на 3).

Следовательно, число 123 456 делится на 3.

$$123\,456 \div 3$$

41 152

Рассмотрим число 682.

Сумма его цифр равна $= 6 + 8 + 2 = 16$ (а 16 не делится на 3).

Следовательно, число 682 не делится на 3.

$$682 \div 3$$

227,3333

Признаки делимости для других чисел

Делится на	Правило	Пример(ы)	Контрпример(ы)
4	Число, образованное последними двумя цифрами, делится на 4.	37 524 (24 делится на 4)	12 345 (45 не делится на 4)
5	На 5 делятся те числа, которые оканчиваются на 0 или 5.	1 345, 34 070	2 344, 16 789
6	Число делится и на 2, и на 3.	3 456 (3 456 делится и на 2, и на 3)	482 (482 делится на 2, но не делится на 3)
7	Удвоить последнюю цифру числа, затем вычесть ее из оставшихся цифр. Если полученное число делится на 7, то исходное число делится на 7. (Примечание: 0 делится на 7).	126 (12 - 6 × 2 = 0, что делится на 7) 231 (23 - 1 × 2 = 21, что делится на 7)	155 (15 - 5 × 2 = 5, что не делится на 7) 244 (24 - 4 × 2 = 16, что не делится на 7)
8	Число делится на 8 тогда и только тогда, когда число, образованное тремя его последними цифрами, делится на 8.	7656 (656 делится на 8) 14 824 (824 делится на 8)	1 273 (273 не делится на 8) 4 825 (825 не делится на 8)
9	Число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9.	4536 (4 + 5 + 3 + 6 = 18 18 делится на 9) 125 793 (1 + 2 + 5 + 7 + 9 + 3 = 27 27 делится на 9)	149 (1+4+9=14, что не делится на 9) 62 341 (6 + 2 + 3 + 4 + 1 = 16, что не делится на 9)
10	На 10 делятся те числа, которые оканчиваются на ноль.	1230, 4570	1 235, 1 489
25	Число делится на 25, если две его последние цифры образуют число, оканчивающееся на 00, 25, 50 или 75.	6725, 3 550, 8 675, 14 500	17 345, 68 520
100	Число делится на 100, если его последние две цифры 00.	6 800, 451 200	6210, 7505

Пример 12

Проверьте, делится ли число 3840 на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25 или 100.

Подумайте!



Как можно проверить, делится ли число на 15?

Решение:

Делится ли 3840 на ...?	Проверьте	Да / Нет
2	Его последняя цифра — 0.	Да
3	Сумма цифр = $3 + 8 + 4 + 0 = 15$ 15 делится на 3.	Да
4	40 (его последние две цифры) делится на 4.	Да
5	Его последняя цифра — 0.	Да
6	Оно делится и на 2, и на 3.	Да
7	$384 - 2 \times 0 = 384$ $38 - 2 \times 4 = 30$ 30 не делится на 7, значит 384 не делится на 7.	Нет
8	Его последние три цифры — 840, и это число делится на 8.	Да
9	Сумма цифр: $3 + 8 + 4 + 0 = 15$ 15 не делится на 9.	Нет
10	Его последняя цифра — 0.	Да
25	Последние две цифры — 40.	Нет
100	Последние две цифры — 40.	Нет

Попробуйте!

Проверьте, делится ли число 3 628 800 на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25 или 100.

Данная информация не является официальным документом.

Практика 1С

Вопросы на формирование понятий

- Используйте признаки делимости, чтобы проверить.
 - делится ли 12 349 на 9?
 - делится ли 14 565 на 5?
 - делится ли 448 на 7?
- Проверьте, делится ли каждое из следующих чисел на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25 и 100, используя признаки делимости.
 - 28 350
 - 15 876
 - 7 654 320
- Пятизначное число 23 45 делится на 3, но не делится на 9. Какой цифрой может быть заполнен пропуск?

Вопросы, основанные на контексте

- Мээрим говорит, чтобы проверить, делится ли число на 4, она складывает все его цифры и проверяет, делится ли сумма на 4. Как вы убедите Мээрим в том, что она ошибается?
- Жолдош хочет найти признак делимости на 15. Возможно ли это? Если да, помогите Жолдошу сформулировать признак делимости на 15.

Рабочая тетрадь.
Упражнение
1.3

1.4

Квадраты и квадратные корни

- Нахождение квадрата и квадратного корня чисел.

Квадрат числа

Квадрат числа – это число, умноженное само на себя.

$$\begin{array}{lcl} \text{Квадрат числа } 5 & = 5^2 & \text{Квадрат числа } 7 = 7^2 \\ & = 5 \times 5 & = 7 \times 7 \\ & = 25 & = 49 \end{array}$$

Полные квадраты – это квадраты целых чисел.

Полные квадраты: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, ...

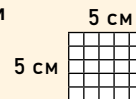
На калькуляторе кнопка x^2 вычисляет квадрат числа.

Чтобы найти значение 7^2 , нажмите **7**, затем x^2 , затем **=**. Вы получите

Знаете ли вы, что площадь квадрата со стороной, равной целому числу, всегда является полным квадратом?

Площадь квадрата со стороной 5 см

$$\begin{aligned} &= 5 \times 5 \\ &= 25 \text{ см}^2 \end{aligned}$$



$$7^2$$

$$49$$

Квадратный корень числа

Квадратный корень – это обратная операция к возведению в квадрат.

Квадрат числа 2 равен 4, то есть $2^2 = 4$

Число 2 является **квадратным корнем** из 4: $2 = \sqrt{4}$

Поскольку 2 больше нуля, говорят, что 2 – **положительный квадратный корень** числа 4.

Ниже приведены два примера положительных квадратных корней.

$$\begin{array}{lcl} \sqrt{100} & = \sqrt{(10)^2} & \sqrt{169} = \sqrt{(13)^2} \\ & = 10 & = 13 \end{array}$$

На калькуляторе кнопка $\sqrt{\square}$ дает положительный квадратный корень числа.

Чтобы найти $\sqrt{121}$, нажмите кнопку $\sqrt{\square}$ **1** **2** **1**, а затем **=**.

Вы получите

$$\sqrt{121}$$

$$11$$

Обратите внимание!

Квадрат любого положительного числа всегда положителен.

Обратите внимание!

Знаете ли вы, что сторона квадрата равна квадратному корню из его площади?

Сторона квадрата с площадью 25 см^2

$$\begin{aligned} &= \sqrt{25} \\ &= 5 \text{ см} \end{aligned}$$

Пример 13

Вычислите:

a $5^2 + 7^2$

b $9^2 - 35$

Решение: $5^2 + 7^2 = \underbrace{5 \times 5}_{25} + \underbrace{7 \times 7}_{49}$
 $= 25 + 49$
 $= 74$

Выполняйте возведение
в квадрат перед сложением.

$5^2 + 7^2$

74

Решение: $9^2 - 35 = \underbrace{9 \times 9}_{81} - 35$
 $= 81 - 35$
 $= 46$

Выполняйте возведение
в квадрат перед вычитанием.

$9^2 - 35$

46

Попробуйте!

Вычислите:

a $4^2 + 6^2$

b $8^2 - 55$

6 (q) 25 (e)

Пример 14

Вычислите:

a $\sqrt{289}$

b $\sqrt{625}$

Решение: $\sqrt{289} = \sqrt{17 \times 17}$
 $= \sqrt{(17)^2}$
 $= 17$

$\sqrt{289}$

17

Решение: $\sqrt{625} = \sqrt{25 \times 25}$
 $= \sqrt{(25)^2}$
 $= 25$

$\sqrt{625}$

25

Попробуйте!

Вычислите:

a $\sqrt{256}$

b $\sqrt{441}$

Подумайте!



Что выдаст $\sqrt{-4}$?

Нажмите на калькуляторе

$\sqrt{\square}$ $(-)$ **4** , чтобы

узнать. Почему, по вашему
мнению, получился такой
результат?

12 (b) 91 (e)

Вопросы на формирование понятий

1 Вычислите:

a 3^2

b 7^2

c $5^2 + 6^2$

d $8 \times 9^2 - 5^2$

2 Используйте калькулятор, чтобы вычислить следующие значения.

a 52^2

b 67^2

c $35^2 + 17^2$

d $7 \times 19^2 - 14^2$

3 Вычислите:

a $\sqrt{100}$

b $\sqrt{144}$

c $\sqrt{81} - \sqrt{49}$

d $3 + \sqrt{36} + 4^2$

4 Используйте калькулятор, чтобы вычислить следующие значения.

a $\sqrt{1225} - \sqrt{900}$

b $76^2 + \sqrt{2304}$

c $47^2 + 21^2 + \sqrt{625}$

d $423^2 - 21^2 - \sqrt{10404}$

5 a Используйте калькулятор, чтобы вычислить следующие значения.

(i) $2^2 - 1^2$

(ii) $3^2 - 2^2$

(iii) $4^2 - 3^2$

(iv) $10^2 - 9^2$

(v) $12^2 - 11^2$

(vi) $15^2 - 14^2$



b Какое правило вы можете увидеть в вычитании из приведенных выше примеров?

c Примените правило из части (b), чтобы вычислить $200^2 - 199^2$.

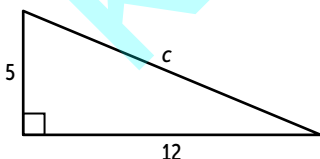
Затем используйте калькулятор, чтобы проверить правильность вашего ответа.



6 Сезим утверждает, что $\sqrt{32} + \sqrt{25} = \sqrt{32 + 25} = \sqrt{57}$. Считаете ли вы, что она права? Объясните.

Вопросы, основанные на контексте

7 В прямоугольном треугольнике длина стороны с равна $\sqrt{5^2 + 12^2}$.



Найдите значение c в наиболее простом виде.

Рабочая
тетрадь.
Упражнение
1.4

1.5

Кубы и кубические корни

- Нахождение куба и кубического корня чисел.

Куб числа

Куб числа — это число, умноженное само на себя **два раза**.

Куб числа 2 равен $= 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

Куб числа 5 равен $= 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

Полные кубы — это кубы целых чисел.

Полные кубы: 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, ...

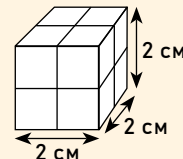
На калькуляторе кнопка x^3 вычисляет куб числа.

Чтобы найти значение 5^3 , нажмите кнопки x^3 5 = . Вы получите

5^3
125

Объем куба, сторона которого — целое число, является **идеальным кубом**.

Объем куба со стороной 2 см
 $= 2 \times 2 \times 2$
 $= 2^3$ (куб числа 2)
 $= 8 \text{ см}^3$



Обратите внимание!

Кубический корень

Кубический корень — это обратная операция к возведению в куб.

Куб числа 3 равен 27.

$$3^3 = 27$$

3 — **кубический корень** числа 27.

$$3 = \sqrt[3]{27}$$

Аналогично, поскольку куб числа 2 равен 8, кубический корень из 8 равен 2.

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{(2)^3} = 2$$

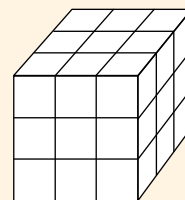
На калькуляторе кнопка $\sqrt[3]{\square}$ дает кубический корень из числа.

Чтобы найти значение $\sqrt[3]{64}$, нажмите кнопки $\sqrt[3]{\square}$ 6 4 = . Вы получите

$\sqrt[3]{64}$
4

Сторона куба равна кубическому корню из его объема.

Длина стороны куба с объемом 27 см^3
 $= \sqrt[3]{27}$
 $= 3$



Обратите внимание!

Пример 15

Вычислите следующие выражения:

a $5^3 + 2^3$

b $7^3 - 3^3$

Решение: $5^3 + 2^3 = \underbrace{5 \times 5 \times 5}_{125} + \underbrace{2 \times 2 \times 2}_8$
 $= 125 + 8$
 $= 133$

Выполняйте возведение в куб перед сложением.

$5^3 + 2^3$

133

Решение: $7^3 - 3^3 = \underbrace{7 \times 7 \times 7}_{343} - \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{27}$
 $= 343 - 27$
 $= 316$

Выполняйте возведение в куб перед вычитанием.

$7^3 - 3^3$

316



Попробуйте!

Вычислите следующие выражения:

a $2^3 + 8^3$

b $9^3 - 7^3$

988 (b) 025 (e)

Пример 16

Вычислите следующие выражения:

a $\sqrt[3]{8} + 2^3$

b $\sqrt[3]{125} - 5^3$

c $\sqrt[3]{64} \times 5 - 3^3$

Решение: $\sqrt[3]{8} + 2^3 = \underbrace{\sqrt[3]{2 \times 2 \times 2}}_2 + \underbrace{2 \times 2 \times 2}_8$
 $= 2 + 8$
 $= 10$

Выполняйте вычисление кубического корня и возведение в куб перед сложением.

$\sqrt[3]{8} + 2^3$

10

Решение: $\sqrt[3]{125} - 5^3 = \underbrace{\sqrt[3]{5 \times 5 \times 5}}_5 - \underbrace{5 \times 5 \times 5}_{125}$
 $= 5 - 125$
 $= -120$

Выполняйте вычисление кубического корня и возведение в куб перед вычитанием.

$\sqrt[3]{125} - 5^3$

-120

с Решение: $\sqrt[3]{64} \times 5 - 3^3 = \sqrt[3]{4 \times 4 \times 4} \times 5 - \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{27}$

$$= 4 \times 5 - 27$$

$$= 20 - 27$$

$$= -7$$

Сначала вычислите кубический корень и возведите число в куб. Выполняйте умножение перед вычитанием.

$$\sqrt[3]{64} \times 5 - 3^3$$

-7

Попробуйте!

Вычислите следующие выражения:

а $\sqrt[3]{64} \times 5$

б $\sqrt[3]{216} \times 3 - 5^3$

с $5 \times \sqrt[3]{343}$

58 (с) 101- (q) 02 (e)

Практика 1Е

Вопросы на формирование понятий

1 Вычислите:

а 8^3

б 12^3

с 4^3

д 5^3

2 Вычислите:

а $\sqrt[3]{343}$

б $\sqrt[3]{27}$

с $\sqrt[3]{64}$

д $\sqrt[3]{729}$

3 Вычислите:

а $8^2 + \sqrt[3]{27}$

б $\sqrt[3]{729} - \sqrt{25}$

с $\sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{8} + 3^3$

д $2^2 + 4^3 \times \sqrt[3]{8}$

4 Вычислите:

а $7^3 - \sqrt[3]{8}$

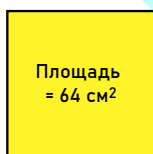
б $\sqrt{64} - \sqrt[3]{64}$

с $2^2 \times 4^3 - \sqrt[3]{512}$

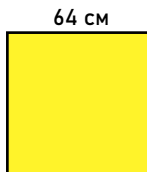
д $2^3 - \sqrt[3]{343} - \sqrt[3]{27}$

5 Все приведенные ниже рисунки не выполнены в масштабе.

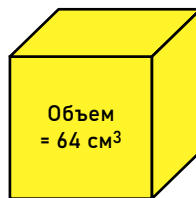
Заполните пропуски числами 64^2 , 64^3 , $\sqrt{64}$ и $\sqrt[3]{64}$.



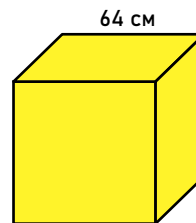
Сторона квадрата
= ____ см



Площадь квадрата
= ____ см²



Сторона куба
= ____ см



Объем куба
= ____ см³

Используйте формулы площади квадрата и объема куба. Проверьте, правильны ли ваши ответы.

6 a Используйте калькулятор, чтобы вычислить следующие выражения.

(i) $(1 + 2)^3$ и $1^3 + 2^3$

(ii) $(2 + 3)^3$ и $2^3 + 3^3$

(iii) $(3 + 5)^3$ и $3^3 + 5^3$

(iv) $(4 + 6)^3$ и $4^3 + 6^3$



b Что вы заметили в результатах части (a)?

c Какие из следующих утверждений верны?

(i) $(3 + 5)^3 > 3^3 + 5^3$

(ii) $(3 + 5)^3 \neq 3^3 + 5^3$

(iii) $(3 + 5)^3 < 3^3 + 5^3$



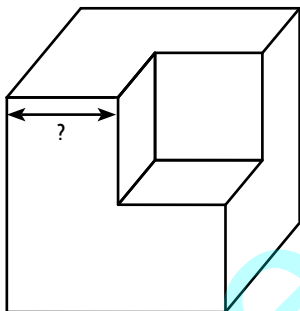
7 Поставьте скобки, чтобы сделать этот расчет правильным.

$$6^3 - 16 \div 2^2 + 6 = 56$$

Вопросы, основанные на контексте

8 Из большого куба объемом 64 см^3 вырезан маленький куб объемом 8 см^3 .

Найдите недостающую длину стороны.

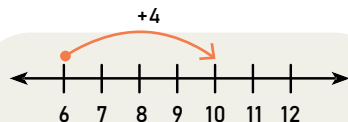


Ключевые идеи главы 1

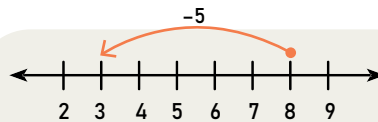
Числа

Четыре арифметические операции с целыми числами

$$6 + 4 = 10$$



$$8 - 5 = 3$$



$$2 + (-3) = 2 - 3 = -1$$

$$3 \times (-2) = -(3 \times 2) = -6$$

$$64 \div (-4) = -(64 \div 4) = -16$$

$$2 - (-3) = 2 + 3 = 5$$

$$-3 \times 2 = -(3 \times 2) = -6$$

$$(-64) \div 4 = -(64 \div 4) = -16$$

Порядок выполнения операций

$$\begin{aligned} & 3 + 8 \div 2^2 + (7 + 8) - 9 \times 2 \\ &= 3 + 8 \div 4 + 15 - 9 \times 2 \\ &= 3 + 2 + 15 - 18 \\ &= 2 \end{aligned}$$

Вычислите квадрат, сначала раскройте скобки. Далее выполняйте умножение и деление слева направо. Наконец, выполняйте сложение и вычитание слева направо.

Квадраты и квадратные корни

$$4^2 = 4 \times 4 = 16$$

$$\sqrt{144} = \sqrt{12 \times 12} = 12$$

Кубы и кубические корни

$$8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$$

$$\sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{9 \times 9 \times 9} = 9$$

Наименьшее общее кратное и наибольший общий делитель

Кратные числа 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ...

Кратные числа 8: 8, 16, 24, 32, 40, 48, ...

Общие кратные числа 6 и 8: 24 и 48.

Наименьшее общее кратное (НОК) чисел 6 и 8 равно 24.

Делители числа 6: 1, 2, 3 и 6.

Делители числа 8: 1, 2, 4 и 8.

Общие делители чисел 6 и 8: 1 и 2.

Наибольший общий делитель (НОД) чисел 6 и 8 равен 2.

Признаки делимости для чисел 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25 и 100

Закрепление главы 1

1 Вычислите:

- a $7 + (-3)$ b $-6 + (-5)$ c $17 - (-2)$ d $-6 - (-3)$

2 Вычислите:

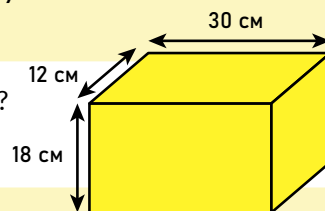
- a $-11 + 5 - 8$ b $120 - 80 - 50$ c -15×8
d $64 \div (-16)$ e $(-82 - 18) \div 4 - 12$ f $[32 - (-49 \div 7) \times 4] + 80$

3 Три пожарные сигнализации срабатывают через регулярные интервалы: каждые 3 минуты, 5 минут и 8 минут. В первый раз они сработали вместе в 10 часов утра. Когда в следующий раз все три сигнализации сработают одновременно?



4 Показанный параллелепипед нужно разрезать на одинаковые кубы без остатка материала.

- a Каков максимальный размер кубиков, которые можно вырезать?
b Сколько всего получится кубов?



5 Проверьте, делится ли каждое из следующих чисел на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25 и 100.

- a 504 b 12 345 678



6 Запишите наименьшее число, которое делится на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 25 и 100.

7 Вычислите:

- a $\sqrt{81} + 23$ b $55 \div \sqrt{121}$
c $42 \times \sqrt[3]{125} - 3^3$ d $72 \times \sqrt[3]{1000} - \sqrt{100}$

8 Заполните пропуски знаками « < » или « > ».

- a $\sqrt{64} \square \sqrt[3]{64}$
 b $\sqrt{729} \square \sqrt[3]{729}$
 c $\sqrt{70} \square \sqrt[3]{70}$
 d $\sqrt[3]{65} \square \sqrt{65}$



Что вы замечаете из приведенного выше?

9 Вычислите выражения без использования калькулятора.

- a $13 + 2 \times 5^2$ b $(2^3 - 12) \times 4$ c $6 - (10 - 4^2)$

Используйте следующий контрольный список для самооценки, чтобы проверить, насколько вы поняли материал.

	Вопросы	Балл
1	Выполнение операций с положительными и отрицательными целыми числами.	10
2	Применение понятий НОД и НОК.	3
3	Применение признаков делимости.	3
4	Использование квадратов, квадратных корней, кубов и кубических корней.	11
Итого:		27

Глава

02

Обыкновенные дроби, десятичные дроби и проценты

- 2.1 Неправильные дроби и смешанные числа
- 2.2 Сложение смешанных чисел
- 2.3 Умножение и деление правильных дробей
- 2.4 Дроби и десятичные дроби
- 2.5 Сравнение дробей и десятичных дробей
- 2.6 Округление
- 2.7 Четыре арифметических действия с десятичными дробями
- 2.8 Выражение процента в виде дроби или десятичной дроби
- 2.9 Преобразование дроби или десятичной дроби в процент
- 2.10 Выражение одной величины в процентах от другой

Айгуль, Дамир и я
получим по $\frac{1}{4}$
части. Остальное
будет для тебя,
Эдиль.



Тогда мы все
получим одинаковое
количество.



ОБСУЖДЕНИЕ

Как дедушка может
обеспечить, чтобы каждый
получил равную долю
сладких кексов?

Я собираюсь отдать
 $\frac{3}{4}$ кексов своим
друзьям.



В одной коробке 12
кексов. Значит, я отдаю
своим друзьям $\frac{3}{4} \times 12 = 9$
кексов.

Ты, должно быть,
шутишь! Сладкие
кексы продаются
в коробках. Как их
можно разделить?



ОБСУЖДЕНИЕ

Можно ли отдать часть
коробки? Что это значит?

О, понятно...



2.1

Неправильные дроби и смешанные числа

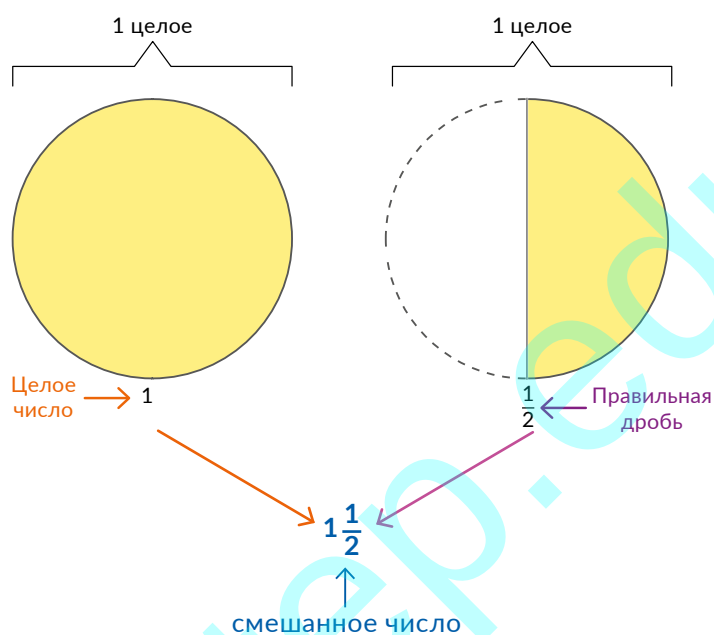
ЦЕЛЬ ОБУЧЕНИЯ

- Преобразование неправильных дробей в смешанные числа и наоборот.

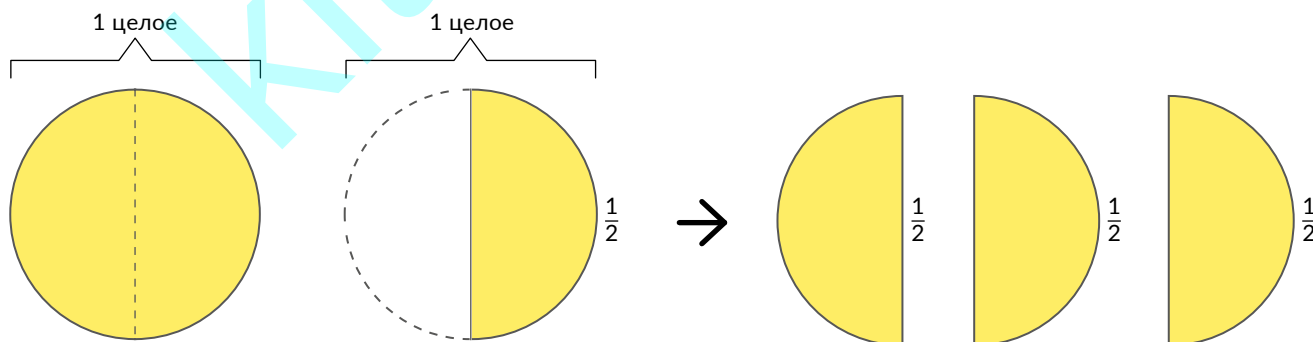
Вспомните

На диаграмме показано целое число и правильная дробь, $\frac{1}{2}$.

Это представляет **смешанное число**, $1\frac{1}{2}$.



Мы также можем разделить целое на две половины, как показано на схеме.



Теперь есть 3 половины, или $\frac{3}{2}$. Обратите внимание, что в дроби $\frac{3}{2}$ числитель больше знаменателя. Такая дробь называется **неправильной**.

Сравнение неправильных дробей, или смешанных чисел

Пример 1

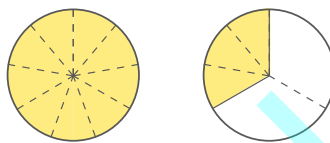
Что меньше: $\frac{4}{3}$ или $\frac{11}{9}$?

Решение: $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} = 1\frac{1 \times 3}{3 \times 3} = 1\frac{3}{9}$

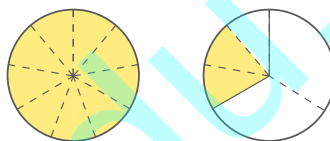
$$\frac{11}{9} = 1\frac{2}{9}$$

Значит, $\frac{11}{9}$ меньше.

$1\frac{3}{9}$ означает 1 целое и $\frac{3}{9}$.



$1\frac{2}{9}$ означает 1 целое и $\frac{2}{9}$.



НОК 3 и 9 равен 9. Следовательно, мы делим целое на 9 равных частей.

У дробей с одинаковым знаменателем мы сравниваем числители, чтобы определить, какая дробь меньше.

Попробуйте! Что меньше: $\frac{23}{18}$ или $\frac{7}{6}$?

$\frac{9}{7}$

Пример 2

Расположите $\frac{3}{2}$, $\frac{6}{5}$ и $\frac{13}{10}$ в порядке возрастания.

Решение: $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = 1\frac{1 \times 5}{2 \times 5} = 1\frac{5}{10}$

$$\frac{6}{5} = 1\frac{1}{5} = 1\frac{1 \times 2}{5 \times 2} = 1\frac{2}{10}$$

$$\frac{13}{10} = 1\frac{3}{10}$$

Дроби в порядке возрастания: $\frac{6}{5}$, $\frac{13}{10}$, $\frac{3}{2}$.

$1\frac{5}{10}$ означает 1 целое и $\frac{5}{10}$.



$1\frac{2}{10}$ означает 1 целое и $\frac{2}{10}$.



$1\frac{3}{10}$ означает 1 целое и $\frac{3}{10}$.



НОК чисел 2, 5 и 10 равен 10. Поэтому мы делим одно целое на 10 частей. Обратите внимание, что 2 и 5 — это делители числа 10.

Попробуйте! Расположите $\frac{5}{2}$, $\frac{21}{10}$ и $\frac{12}{5}$ в порядке возрастания.

$\frac{7}{10}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{10}{21}$

Пример 3

Расположите $\frac{7}{3}$, $\frac{5}{4}$ и $\frac{15}{8}$ в порядке возрастания.

Решение: $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$, $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ и $\frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$
 $\frac{7}{3}$ наибольшая, так как содержит 2 целых.

Сравните $\frac{5}{4}$ и $\frac{15}{8}$.

$$\frac{5}{4} = 1\frac{1 \times 2}{4 \times 2} = 1\frac{2}{8}$$

$$\frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

Значит, $\frac{5}{4} < \frac{15}{8}$.

Дроби в порядке возрастания: $\frac{5}{4}$, $\frac{15}{8}$, $\frac{7}{3}$.

Сначала преобразуйте в смешанные числа.

Сравните целую часть, чтобы определить наибольшую дробь.

Сравните оставшиеся неправильные дроби.

Приведите к общему знаменателю перед сравнением числителей. НОК 4 и 8 равно 8.

Попробуйте!

Расположите $\frac{19}{9}$, $\frac{21}{18}$ и $\frac{16}{5}$ в порядке убывания.

$$\frac{5}{16}, \frac{6}{19}, \frac{8}{12}$$

Пример 4

Расположите $\frac{7}{5}$, $\frac{31}{15}$ и $\frac{11}{6}$ в порядке убывания.

Решение: $\frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$, $\frac{31}{15} = 2\frac{1}{15}$ и $\frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$
 $\frac{31}{15}$ является наибольшей.

Сравните $\frac{7}{5}$ и $\frac{11}{6}$.

$$\frac{7}{5} = 1\frac{2 \times 6}{5 \times 6} = 1\frac{12}{30}$$

$$\frac{11}{6} = 1\frac{5}{6} = 1\frac{5 \times 5}{6 \times 5} = 1\frac{25}{30}$$

Значит, $\frac{11}{6} > \frac{7}{5}$.

Дроби в порядке убывания: $\frac{31}{15}$, $\frac{11}{6}$, $\frac{7}{5}$.

Сначала преобразуйте в смешанные числа.

Сравните целую часть, чтобы определить наибольшую дробь.

Сравните оставшиеся неправильные дроби.

Приведите к общему знаменателю перед сравнением числителей. НОК 5 и 6 равно 30.

Попробуйте!

Расположите $\frac{17}{9}$, $\frac{23}{10}$ и $\frac{14}{5}$ в порядке возрастания.

$$\frac{5}{17}, \frac{10}{23}, \frac{6}{14}$$

Практика 2А

Вопросы на формирование понятий

1 В каждой из следующих пар дробей обведите большую дробь.

a $\frac{11}{7}, \frac{33}{28}$

b $\frac{11}{9}, \frac{29}{18}$

c $\frac{27}{10}, \frac{37}{15}$

d $\frac{9}{2}, \frac{14}{3}$

e $\frac{19}{10}, \frac{15}{8}$

f $\frac{19}{12}, \frac{31}{15}$

2 Расположите дроби в порядке возрастания.

a $\frac{3}{2}, \frac{6}{5}, \frac{13}{10}$

b $\frac{7}{4}, \frac{23}{12}, \frac{11}{6}$

c $\frac{45}{19}, \frac{89}{38}, \frac{7}{2}$

3 Расположите дроби в порядке убывания.

a $\frac{19}{14}, \frac{10}{7}, \frac{3}{2}$

b $\frac{32}{13}, \frac{61}{26}, \frac{31}{13}$

c $\frac{39}{11}, \frac{7}{2}, \frac{81}{22}$

Вопросы, основанные на контексте

4 Нургүл задумала число x такое, что $5\frac{2}{3} < x < 5\frac{8}{9}$. Запишите возможное значение x .

5 Жакып задумал число x такое, что $2\frac{1}{5} < x < 2\frac{1}{4}$. Запишите возможное значение x .

6 Кайрату даны числа: $\frac{21}{10}, \frac{21}{11}, \frac{32}{15}$. Помогите ему расположить числа от наименьшего к наибольшему.

7 Назире даны числа: $\frac{14}{11}, \frac{5}{2}, \frac{33}{22}$. Помогите ей расположить числа от наибольшего к наименьшему.

8 Какие дроби Ринат может записать вместо квадрата в следующем выражении?

$$\frac{11}{7} < \square < \frac{12}{7}$$

Объясните, как вы нашли ответ.

9 Расположите следующие числа в порядке возрастания:

$$\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}$$

Что вы можете наблюдать из результата сравнения?

Рабочая
тетрадь
упражнение
2.1

2.2

Сложение смешанных чисел

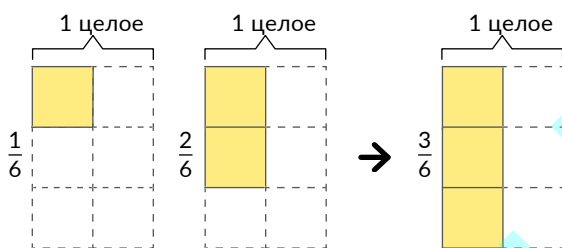
ЦЕЛЬ ОБУЧЕНИЯ

- Сложите смешанные числа.

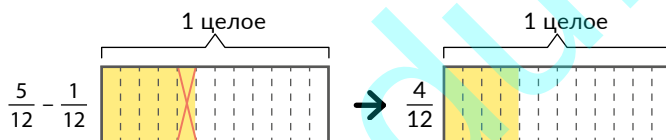
Вспомните

Вы уже научились складывать и вычитать дроби с одинаковыми знаменателями.

а $\frac{1}{6} + \frac{2}{6}$
 $= \frac{3}{6}$
 $= \frac{1}{2}$



б $\frac{5}{12} - \frac{1}{12}$
 $= \frac{4}{12}$
 $= \frac{1}{3}$

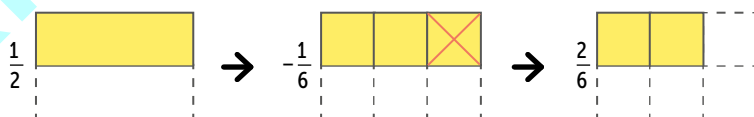


Вы уже умеете складывать и вычитать дроби, у которых один знаменатель является кратным другого.

в $\frac{7}{10} + \frac{1}{5}$
 $= \frac{7}{10} + \frac{2}{10}$
 $= \frac{9}{10}$



г $\frac{1}{2} - \frac{1}{6}$
 $= \frac{3}{6} - \frac{1}{6}$
 $= \frac{2}{6}$
 $= \frac{1}{3}$



Сложение смешанных чисел

При сложении смешанных чисел целые части и дробные части складываются отдельно.

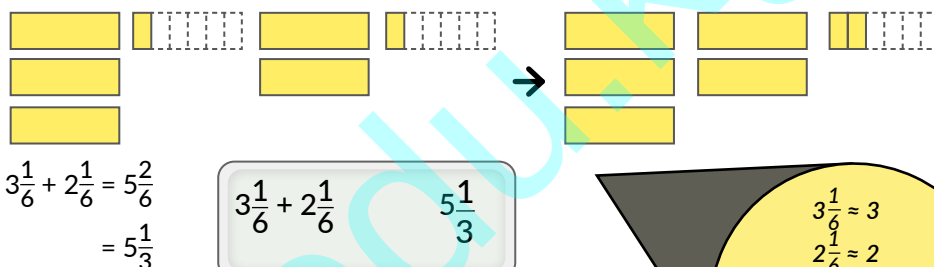
Пример 5

Выполните действия:

а $3\frac{1}{6} + 2\frac{1}{6}$

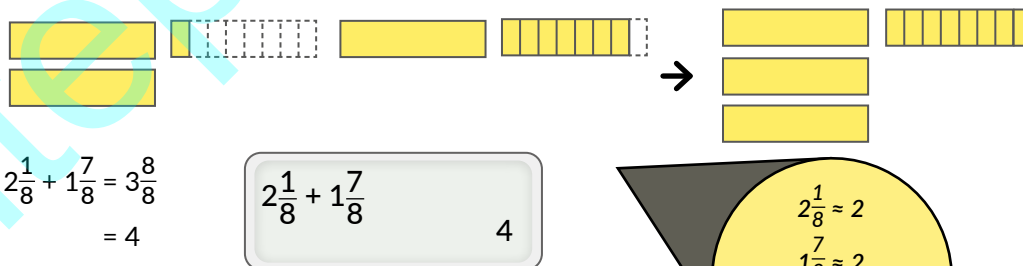
б $2\frac{1}{8} + 1\frac{7}{8}$

а Решение:



$3\frac{1}{6} \approx 3$
 $2\frac{1}{6} \approx 2$
 $3 + 2 = 5$
 Число 5 близко к $5\frac{1}{3}$
 Ответ разумный.

б Решение:



$2\frac{1}{8} \approx 2$
 $1\frac{7}{8} \approx 2$
 $2 + 2 = 4$
 Ответ разумный.

Попробуйте!

Выполните действия:

а $4\frac{3}{7} + 2\frac{2}{7}$

б $4\frac{3}{5} + 1\frac{4}{5}$

$\frac{5}{2}9$ (а) $\frac{4}{5}9$ (б)

Пример 6

Выполните действия:

а $2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6}$

б $3\frac{1}{5} + 1\frac{3}{10}$

а Решение:

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6} &= 2\frac{2}{6} + 1\frac{1}{6} \\ &= 3\frac{3}{6} \\ &= 3\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Приведите к общему знаменателю.

$$2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6} = 3\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \approx 2$$

$$\frac{1}{6} \approx 1$$

$$2 + 1 = 3$$

Число 3 близко к $3\frac{1}{2}$.
Ответ разумный.

б Решение:

$$\begin{aligned} 3\frac{1}{5} + 1\frac{3}{10} &= 3\frac{2}{10} + 1\frac{3}{10} \\ &= 4\frac{5}{10} \\ &= 4\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Приведите к общему знаменателю.

$$3\frac{1}{5} + 1\frac{3}{10} = 4\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{5} \approx 3$$

$$\frac{3}{10} \approx \frac{1}{2}$$

$$3 + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$$

Ответ разумный.

Попробуйте!

Выполните действия:

а $2\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2}$

б $1\frac{4}{7} + 2\frac{1}{14}$

$\frac{1}{6} \approx 2$ (a) $\frac{1}{14} \approx 1$ (b)

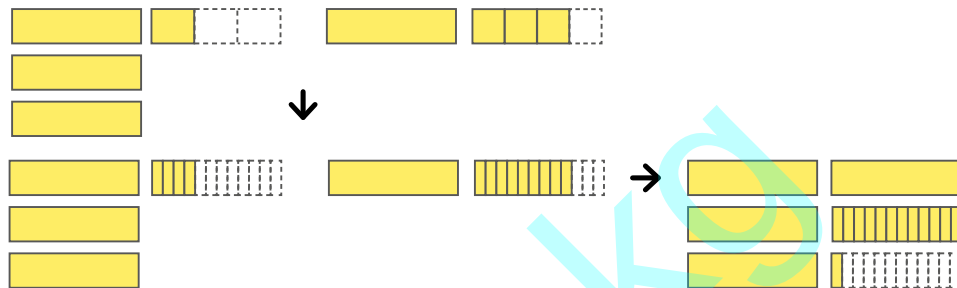
Пример 7

Выполните действия:

а $3\frac{1}{3} + 1\frac{3}{4}$

б $4\frac{1}{5} + 1\frac{1}{3}$

а Решение:



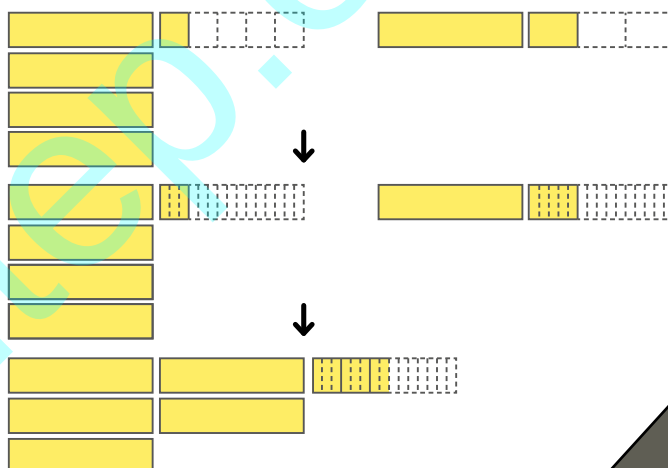
$$\begin{aligned} 3\frac{1}{3} + 1\frac{3}{4} &= 3\frac{4}{12} + 1\frac{9}{12} \\ &= 4\frac{13}{12} \\ &= 5\frac{1}{12} \end{aligned}$$

Приведите к общему знаменателю.

$$3\frac{1}{3} + 1\frac{3}{4} = 5\frac{1}{12}$$

$3\frac{1}{3} \approx 3$
 $1\frac{3}{4} \approx 2$
 $3 + 2 = 5$
 Число 5 близко к $5\frac{1}{12}$.
 Ответ разумный.

б Решение:



$$\begin{aligned} 4\frac{1}{5} + 1\frac{1}{3} &= 4\frac{3}{15} + 1\frac{5}{15} \\ &= 5\frac{8}{15} \end{aligned}$$

Приведите к общему знаменателю.

$$4\frac{1}{5} + 1\frac{1}{3} = 5\frac{8}{15}$$

$4\frac{1}{5} \approx 4$.
 $1\frac{1}{3} \approx 1\frac{1}{2}$
 $4 + 1\frac{1}{2} = 5\frac{1}{2}$
 Число $5\frac{1}{2}$ близко к $5\frac{8}{15}$.
 Ответ разумный.

Попробуйте!

Выполните действия:

а $4\frac{1}{3} + 1\frac{1}{5}$

б $3\frac{1}{2} + 1\frac{6}{7}$

$\frac{71}{5} (a) \quad \frac{51}{8} (b)$

Вопросы на формирование понятий

1 Выполните действия:

a $2\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

b $3\frac{5}{8} + 2\frac{7}{8}$

c $1\frac{6}{19} + 2\frac{13}{19}$

2 Оцените значение каждого из приведенных выражений, затем вычислите точное значение. Ответ запишите в виде смешанного числа:

a $4\frac{2}{3} + 2\frac{1}{3}$

b $3\frac{1}{4} + 1\frac{3}{4}$

c $6\frac{1}{6} + 2\frac{5}{6}$

3 Выполните действия:

a $2\frac{3}{5} + 1\frac{3}{10}$

b $3\frac{7}{10} + 1\frac{1}{2}$

c $2\frac{1}{3} + 3\frac{5}{9}$

4 Оцените значение каждого из приведенных выражений, затем вычислите точное значение. Ответ запишите в виде смешанного числа:

a $3\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3}$

b $10\frac{5}{7} + 8\frac{5}{14}$

c $9\frac{5}{9} + 7\frac{1}{3}$

Вопросы на формирование понятий



5 a Тимур сложил два смешанных числа, как показано ниже:

$$\begin{aligned} 1\frac{2}{3} + 2\frac{5}{6} &= \frac{5}{3} + \frac{17}{6} \\ &= \frac{10}{6} + \frac{17}{6} \\ &= \frac{27}{6} \end{aligned}$$

Прокомментируйте его метод. Как бы вы улучшили его ответ?

b Сезим сложила два смешанных числа таким образом:

$$\begin{aligned} 1\frac{2}{3} + 2\frac{5}{6} &= 1\frac{4}{6} + 2\frac{5}{6} \\ &= \frac{39}{6} \\ &= 3\frac{3}{2} \end{aligned}$$

Прокомментируйте ее ответ. Как бы вы улучшили ее ответ?

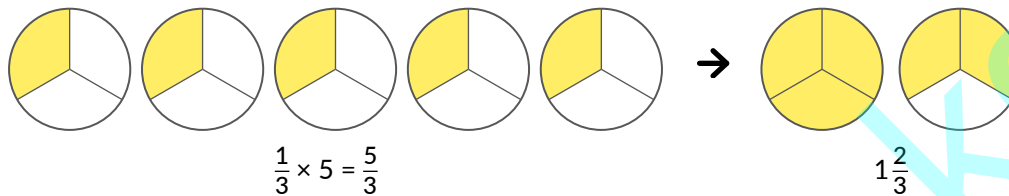
2.3

Умножение
и деление
правильных
дробей

- Умножение дробей.
- Деление дробей.

Вспомните

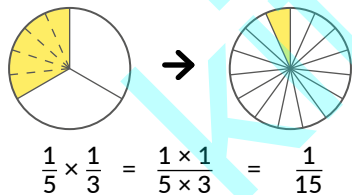
$\frac{1}{3} \times 5$ можно показать как 5 наборов по $\frac{1}{3}$.



$$\begin{aligned}\frac{1}{3} \times 5 &= \frac{1}{3} \times \frac{5}{1} \\ &= \frac{5}{3} \\ &= 1\frac{2}{3}\end{aligned}$$

Умножение дроби на дробь

$\frac{1}{5} \times \frac{1}{3}$ можно интерпретировать как $\frac{1}{5}$ наоборот $\frac{1}{3}$.



$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{5 \times 3} = \frac{1}{15}$$

Чтобы перемножить дроби, нужно отдельно перемножить числители и знаменатели, а затем сократить результат, если это возможно.

Обратите
внимание!

Разделите все части на равные.

Обратите
внимание!

При умножении двух дробей, каждая из которых меньше 1, произведение является дробью меньше обеих исходных дробей.

$$\frac{1}{15} < \frac{1}{5}, \frac{1}{15} < \frac{1}{3}$$

Пример 8

Выполните действия:

a $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$

b $\frac{6}{11} \times \frac{22}{30}$

a Решение: $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2 \times 1}{3 \times 5}$
 $= \frac{2}{15}$

Перемножьте числители и знаменатели отдельно.

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$$

b Решение: $\frac{6}{11} \times \frac{22}{30} = \frac{\overset{1}{\cancel{6}} \times \overset{2}{\cancel{22}}}{\underset{1}{\cancel{11}} \times \underset{3}{\cancel{30}}}$
 $= \frac{2}{5}$

Сократите общие множители из числителей и знаменателей.

$$\frac{6}{11} \times \frac{22}{30} = \frac{2}{5}$$

Мы также можем получить ответ таким способом.

$$\begin{aligned} \frac{6}{11} \times \frac{22}{30} &= \frac{6}{11} \times \frac{11}{15} \\ &= \frac{\overset{2}{\cancel{6}} \times \overset{1}{\cancel{11}}}{\underset{1}{\cancel{11}} \times \underset{5}{\cancel{15}}} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

Приведите дроби к простейшему виду до умножения.

Сократите одинаковые множители в числителях и знаменателях.

Когда величина умножается на число меньше 1, результат оказывается меньше исходной величины.

Значит,
 (a), $\frac{2}{15} < \frac{2}{3}$ и $\frac{2}{15} < \frac{1}{5}$;
 (b), $\frac{2}{5} < \frac{6}{11}$ и $25 < \frac{22}{30}$.

Попробуйте! Выполните действия:

a $\frac{2}{7} \times \frac{5}{9}$

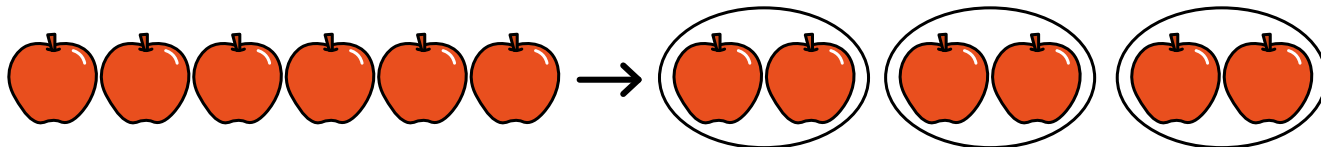
b $\frac{12}{39} \times \frac{13}{60}$

$\frac{51}{1}$ (q) $\frac{89}{01}$ (e)

Вспомните

Повторим, как делить целое число на дробь.

Выражение $6 \div 2$ можно понимать как определение количества групп, если 6 объектов разделить на группы по 2.

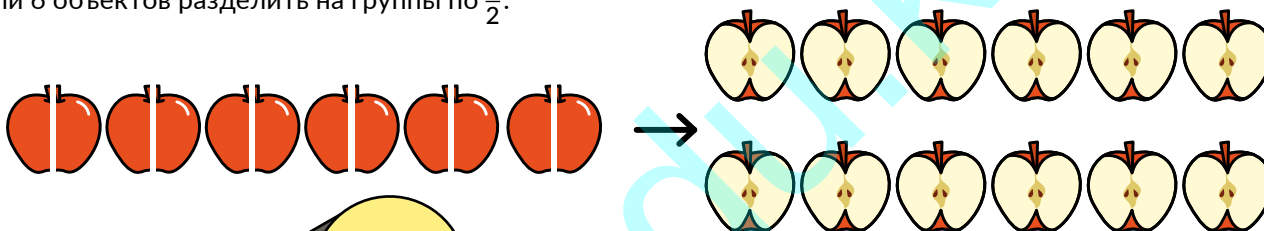


$$6 \div 2 = 3. \text{ Мы также знаем, что } 6 \times \frac{1}{2} = \frac{6}{2} = 3.$$

3 группы

$$\text{Значит, } 6 \div 2 = 6 \times \frac{1}{2}.$$

$6 \div \frac{1}{2}$ можно интерпретировать как определение количества групп, если 6 объектов разделить на группы по $\frac{1}{2}$.



$$6 \div \frac{1}{2} = 12$$

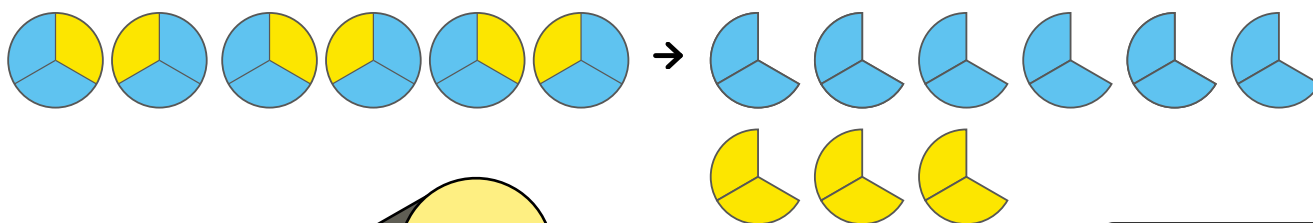
$$6 \div \frac{1}{2} = 6 \times \frac{2}{1}$$

$$\text{Значит, } 6 \div \frac{1}{2} = 6 \times 2 = 12.$$

$6 \div \frac{2}{3}$ можно интерпретировать как определение количества групп, если 6 объектов разделить на группы по $\frac{2}{3}$.

Обратите
внимание!

При делении числа на число
меньше 1 частное будет
больше исходного числа.



$$6 \div \frac{2}{3} = 9, \text{ и } 6 \times \frac{3}{2} = 9$$

$$6 \div \frac{2}{3} = 6 \times \frac{3}{2}$$

Обратите
внимание!

Дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{2}$
взаимно обратные.

Из этих трех примеров мы видим, что **деление на дробь равносильно умножению** на ее обратную величину.

Деление одной дроби на другую дробь следует аналогичному образцу, как показано выше.

Деление дроби на дробь

Пример 9

Выполните действия:

а $\frac{3}{8} \div \frac{4}{5}$

б $\frac{1}{9} \div \frac{2}{3}$

с $\frac{5}{11} \div \frac{10}{11}$

а Решение:

$$\frac{3}{8} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{8} \times \frac{5}{4} = \frac{15}{32}$$

Мы умножаем на $\frac{4}{5}$, поменяв числитель и знаменатель дроби $\frac{5}{4}$.

При делении $\frac{3}{8}$ на правильную дробь получается число больше чем $\frac{3}{8}$.

б Решение:

$$\frac{1}{9} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{6}$$

Мы умножаем на $\frac{2}{3}$, поменяв числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{2}$.

При делении $\frac{1}{9}$ на правильную дробь получается число больше чем $\frac{1}{9}$.

с Решение: $\frac{5}{11} \div \frac{10}{11} = \frac{5}{11} \times \frac{11}{10} = \frac{1}{2}$

Мы умножаем на $\frac{10}{11}$, поменяв числитель и знаменатель дроби $\frac{11}{10}$.

При делении $\frac{5}{11}$ на правильную дробь получается число больше чем $\frac{5}{11}$.

Попробуйте!

Выполните действия:

а $\frac{10}{12} \div \frac{9}{11}$

б $\frac{7}{8} \div \frac{7}{13}$

с $\frac{2}{11} \div \frac{4}{9}$

Подумайте!

Что происходит, когда дробь делится на неправильную дробь?

Пример 10

Айнура купила $\frac{9}{10}$ л растительного масла. Она перелила все масло в бутылки по $\frac{1}{6}$ л для перепродажи. Сколько полных бутылок масла она может получить?

Решение: $\frac{9}{10} \div \frac{1}{6} = \frac{9}{10} \times \frac{6}{1} = \frac{27}{5} = 5\frac{2}{5}$

Она может получить 5 полных бутылок масла.

Попробуйте!

Асан купил $\frac{12}{13}$ кг риса. Он расфасовал его в меньшие мешки по $\frac{3}{13}$ кг.

Сколько полных мешков риса он может получить?

4 полных мешка риса.

Вопросы на формирование понятий

1 Выполните действия:

a $\frac{1}{3} \times \frac{6}{7}$

b $\frac{2}{7} \times \frac{6}{7}$

c $\frac{3}{5} \times \frac{7}{8}$

d $\frac{3}{4} \times \frac{7}{12}$

e $\frac{2}{13} \times \frac{26}{39}$

f $\frac{5}{11} \times \frac{55}{77}$

g $\frac{2}{3} \times \frac{6}{14}$

h $\frac{2}{9} \times \frac{3}{10}$

2 Выполните действия:

a $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$

b $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$

c $\frac{3}{5} \div \frac{4}{5}$

d $\frac{4}{9} \div \frac{5}{3}$

3 Выполните действия:

a $\frac{3}{7} \times \frac{2}{3} + \frac{4}{7}$

b $\frac{4}{5} - \frac{2}{3} \div \frac{4}{8}$

Вопросы на формирование понятий

4 Салима вычислила, что $\frac{2}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{6}{4}$.

Объясните, не вычисляя, правилен ли ее ответ.

5 Али вычислил, что $\frac{6}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{15}$.

Объясните, не выполняя вычислений, правилен ли его ответ.
Если ответ неверный, как бы вы его исправили?

6 Грузовик перевозит $\frac{3}{7}$ тонны риса, расфасованного в мешки по $\frac{3}{112}$ тонны.

Сколько полных мешков риса можно получить?
Объясните, почему ваш ответ – целое число.

Рабочая
тетрадь
упражнение
2.3

2.4

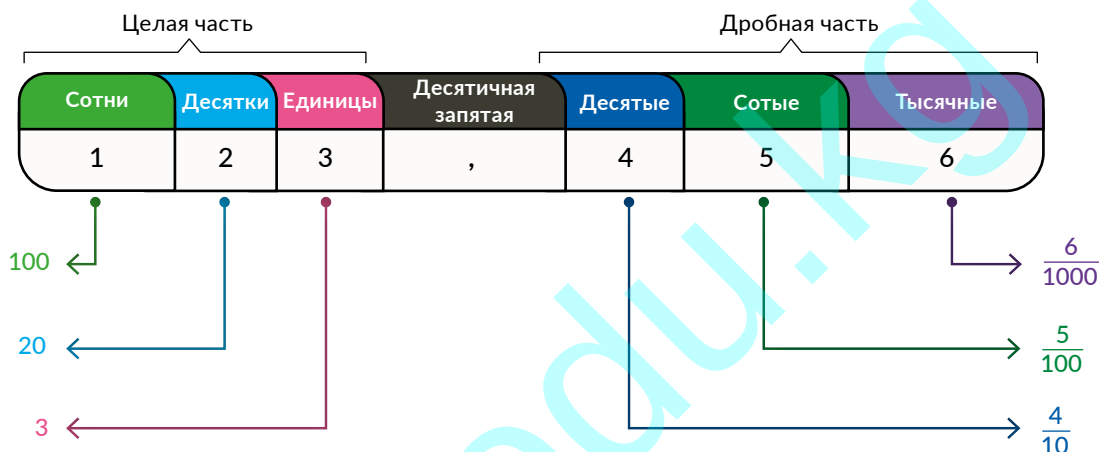
Дроби и десятичные дроби

ЦЕЛЬ ОБУЧЕНИЯ

- Преобразование дробей в десятичные числа и наоборот.

Вспомните

Как и в целых числах, положение цифры в десятичной дроби определяет ее значение по сравнению с другими цифрами. Рассмотрим десятичную дробь 123,456.



Каково разрядное значение каждой цифры в числе 123,456?

Преобразование дробей в десятичные числа

Мы можем использовать деление для преобразования дробей в десятичные числа.

Например, $\frac{19}{100} = 19 \div 100 = 0,19$.

Обратите внимание, что десятичная дробь 0,19 имеет конечную цифру, 9.

Такая десятичная дробь называется конечной десятичной дробью.

Обратите внимание!

Десятичная дробь, которая не заканчивается, называется периодической дробью.

Пример 11

Запишите следующие дроби в виде десятичных чисел.

a $\frac{3}{4}$

b $\frac{3}{2}$

c $2\frac{1}{10}$

a Решение: $\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0,75$

$$\begin{array}{r} 0,75 \\ 4 \overline{) 3,00} \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

$3 \div 4$

0,75

б Решение: $\frac{3}{2} = 3 \div 2 = 1,5$

$$\begin{array}{r} 1,5 \\ 2 \overline{) 3,0} \\ \underline{2} \\ 1 \\ \underline{1} \\ 0 \end{array}$$

$$3 \div 2$$

1,5

с Решение: $2\frac{1}{10} = \frac{21}{10} = 21 \div 10 = 2,1$

$$\begin{array}{r} 2,1 \\ 10 \overline{) 21,0} \\ \underline{20} \\ 1 \\ \underline{1} \\ 0 \end{array}$$

$$21 \div 10$$

2,1

В качестве альтернативы, $2\frac{1}{10} = 2 + \frac{1}{10} = 2 + 0,1 = 2,1$

Попробуйте!

Выразите следующие дроби в виде десятичных чисел:

а $\frac{1}{2}$

б $\frac{7}{5}$

с $5\frac{1}{4}$

(а) 0,5 (б) 1,4 (с) 5,25

Преобразование десятичных дробей в обыкновенные

Чтобы преобразовать десятичную дробь в обыкновенную, сначала определяем разрядное значение цифр справа от десятичной запятой и записываем дробь.

Также можно использовать калькулятор для преобразования десятичных дробей в обыкновенные.

Пример 12

Преобразуйте следующие десятичные дроби в обыкновенные дроби в простейшем виде:

а 0,6

б 1,35

а Решение:

$$0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

↑
десятых

$$6 \div 10$$

$\frac{3}{5}$

Используйте калькулятор для преобразования десятичной дроби в обыкновенную дробь и наоборот.

б Решение:

$$1,35 = 1 + \frac{35}{100} = \frac{27}{20}$$

↑
Сотые

$$1 + 35 \div 100 \quad \frac{27}{20}$$



Попробуйте!

Преобразуйте следующие десятичные дроби в обыкновенные дроби в простейшей форме:

а 0,42

б 12,5

$\frac{2}{1} \frac{12}{21} \frac{50}{12} (a)$

Практика 2D

Вопросы на формирование понятий

1 Запишите следующие дроби в виде десятичных чисел:

а $\frac{1}{4}$

б $\frac{6}{5}$

с $\frac{103}{100}$

д $1\frac{12}{60}$

е $3\frac{9}{25}$

ф $\frac{80}{125}$

2 Преобразуйте следующие десятичные дроби в обыкновенные дроби в простейшем виде:

а 0,55

б 0,215

с 7,22

д 100,6

е 0,032

ф 25,35

3 Выразите данные десятичные дроби в виде неправильных дробей:

а 2,25

б 5,13

с 12,6

д 1,86

е 106,5

ф 2,88

Вопросы на формирование понятий



4 По мнению Жусупа, если $105 > 20$, то $7,105 > 7,20$.

Объясните, почему это утверждение неверно.

Рабочая
тетрадь
упражнение
2.4

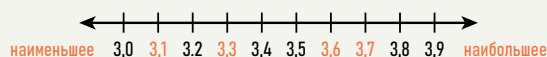
2.5

Сравнение обыкновенных и десятичных дробей

- Сравнение обыкновенных и десятичных дробей.

Сравнение десятичных дробей на числовой прямой

Десятичные дроби можно изобразить на числовой прямой с равномерными делениями. При этом число, расположенное левее на прямой, всегда меньше числа, расположенного правее.



Сравнение десятичных дробей на числовой прямой, которая увеличивается с шагом в 0,1,
 $3,1 < 3,3$ и $3,7 > 3,6$.



Сравнение десятичных дробей на числовой прямой, которая увеличивается с шагом в 0,01,
 $3,21 < 3,22$, $3,25 > 3,22$ и $3,3 > 3,21$.

Пример 13

Покажите следующие числа на числовой прямой и расположите их в порядке возрастания.

8,4 8,32 8,1 8,15

В порядке возрастания – значит от наименьшего к наибольшему.

Решение:



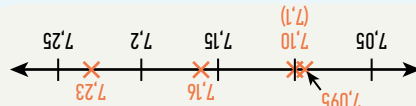
Исходя из числовой прямой, $8,1 < 8,15 < 8,32 < 8,4$.

Таким образом, числа в порядке возрастания: 8,1, 8,15, 8,32, 8,4.

Попробуйте!

Покажите следующие числа на числовой прямой и расположите их в порядке возрастания:
 7,1 7,10 7,23 7,095 7,16

Числа в порядке возрастания: 7,095; 7,10 (или 7,1); 7,16; 7,23.



Пример 14

Что больше?

а $0,6; \frac{4}{5}$

б $3,18; \frac{16}{5}$

а Решение: $\frac{4}{5} = 4 \div 5 = 0,8$

	Единицы	Десятичная запятая	Десятые
0,6	0	,	6
$\frac{4}{5}$	0	,	8

Сравните цифры в каждом разряде, начиная слева.

$4 \div 5$

0,8

Согласно таблице разрядных значений, 0,8 больше, чем 0,6, потому что в десятых долях 8 больше, чем 6. $\frac{4}{5} > 0,6$

Подумайте!



Преобразуйте оба числа 0,6 и $\frac{4}{5}$ в обыкновенные дроби. Какое из них больше? Совпадает ли результат с решением из пункта (а), если оба числа преобразовать в десятичные дроби?

б Решение: $\frac{16}{5} = 16 \div 5 = 3,2$

	Единицы	Десятичная запятая	Десятые	Сотые
3,18	3	,	1	8
$\frac{16}{5}$	3	,	2	

$16 \div 5$

3,2

Из таблицы разрядов видно, что 3,2 больше, чем 3,18. $\frac{16}{5} > 3,18$

Попробуйте!

Какая дробь больше: 1,92 или $1\frac{1}{2}$?

1,92

Пример 15

Расположите в порядке возрастания числа: $0,314$; $\frac{310}{1000}$; $3\frac{14}{100}$.

Решение: $\frac{310}{1000} = 310 \div 1000 = 0,310$

$$310 \div 1000$$

0,31

$$3\frac{14}{100} = 3 + \frac{14}{100} = 3 + 0,14 = 3,14$$

$$3 + 14 \div 100$$

3,14

	Единицы	Десятичная запятая	Десятые	Сотые	Тысячные
0,314	0	,	3	1	4
$\frac{310}{1000}$	0	,	3	1	0
$3\frac{14}{100}$	3	,	1	4	

Используя таблицу разрядов для сравнения:

$$0,310 < 0,314 < 3,14$$

наименьшее

наибольшее

В возрастающем порядке: $\frac{310}{1000}$; $0,314$; $3\frac{14}{100}$.

Попробуйте!

Расположите в порядке возрастания числа: $0,123$; $1\frac{23}{100}$; $\frac{132}{1000}$.

$$0,123; \frac{132}{1000}; 1\frac{23}{100}$$

Пример 16

Убывание
означает
от наибольшего
к наименьшему.

Расположите $5,25$; $\frac{525}{1\,000}$; $5\frac{3}{4}$ в порядке убывания:

Решение: $\frac{525}{1\,000} = 0,525$

$$525 \div 1\,000$$

$$0,525$$

$$\begin{aligned} 5\frac{3}{4} &= 5 + \frac{3}{4} \\ &= 5 + 0,75 \\ &= 5,75 \end{aligned}$$

$$5 + 3 \div 4$$

$$5,75$$

	Единицы	Десятичная запятая	Десятые	Сотые	Тысячные
$5,25$	5	,	2	5	
$\frac{525}{1\,000}$	0	,	5	2	5
$5\frac{3}{4}$	5	,	7	5	

Используя таблицу разрядных значений для сравнения:

$$5,75 > 5,25 > 0,525$$

наименьшее

наибольшее

В порядке убывания мы имеем: $5\frac{3}{4}$; $5,25$; $\frac{525}{1\,000}$.

Попробуйте!

Расположите $20,3$; $\frac{203}{1\,000}$; $20\frac{33}{100}$ в порядке убывания.

$$20\frac{33}{100}; 20,3; \frac{203}{1\,000}$$

Практика 2Е

Вопросы на формирование понятий

1 Сравните числа, используя следующие знаки ($<$, $>$, $=$).

a $8,3 \square \frac{83}{100}$

b $\frac{9}{5} \square 1,8$

c $1\frac{1}{10} \square 0,67$

d $3,25 \square \frac{13}{4}$

e $4,13 \square \frac{25}{4}$

f $\frac{66}{20} \square 3,1$

- 2 Расположите числа в порядке возрастания:
- a $0,005; \frac{5}{10}; \frac{50}{1000}$ b $6,05; \frac{605}{1000}; 6\frac{5}{10}$ c $1,4; 4,54; \frac{54}{1000}$
- 3 Расположите числа в порядке убывания.
- a $\frac{177}{100}; 17,07; 1\frac{71}{100}$ b $0,39; 3\frac{9}{60}; \frac{39}{60}$ c $20,54; \frac{54}{100}; 20\frac{4}{100}$
- 4 Учитывая, что $2,134 < x < 2,143$, запишите возможное значение x .
- 5 Учитывая, что $4,64 < x < 4,641$, запишите возможное значение x .

Вопросы на формирование понятий

- 6 Время заплыва (в секундах) 8 пловцов в 50-метровом вольном стиле следующее:

Чынара	Лаура	Динара	Жылдыз	Камила	Гүлмира	Бермет	Салима
41,58	39,56	45,87	49,31	45,01	42,39	43,05	42,86

Составьте рейтинг пловцов, начиная с быстреешего.

- 7 Киоск «Свежие фрукты» и киоск «Счастливые фрукты» продают один и тот же вид груш. В каком киоске вы купите груши? Объясните свой ответ.



- 8 a Преобразуйте данные дроби: $\frac{3}{4}; \frac{1}{5}; \frac{8}{10}; \frac{9}{20}$ и $\frac{11}{5}$ в десятичные, а затем упорядочьте их по возрастанию.
- b Не переводя дроби в десятичные числа, объясните, как вы можете расположить вышеуказанные дроби в порядке убывания.

Рабочая
тетрадь
упражнение
2.5

2.6

Округление

- Округление чисел.

В 6 классе вы научились округлять числа до ближайшего целого и до ближайшей десятой доли. Давайте рассмотрим несколько примеров по технике округления.

Пример 17

Округлите следующие десятичные числа согласно требованиям:

- a) 6,348 (до целого)
- b) 0,39 (до десятых)
- c) 4,7897 (до тысячных)

Решение:

a) $6,348 = 6$ (до целого числа)
 Целое число

$3 < 5$. Целое число остается без изменений.

b) $0,39 = 0,4$ (до десятых)
 десятичный знак

$9 > 5$. Округлите цифру в первом десятичном разряде в большую сторону.

c) $4,7897 = 4,790$ (до тысячных)
 тысячный знак

$7 > 5$. Округлите цифру в третьем десятичном разряде в большую сторону.

Чтобы округлить число до первого десятичного знака, посмотрите на цифру во втором десятичном знаке.

Чтобы округлить число до трех десятичных знаков, посмотрите на цифру в четвертом десятичном знаке.

Обратите внимание!

Для того чтобы десятичная дробь имела 3 десятичных знака, нужно записывать цифру 0, если в числе не хватает знаков после запятой.

Попробуйте! Округлите следующие десятичные числа согласно требованиям:

- a) 10,215 (с точностью до двух знаков после запятой)
- b) 0,948 (до целого)
- c) 4,95 (до десятых)

(a) 10,22 (b) 1 (c) 5,0

Пример 18

Преобразуйте следующие дроби в десятичные числа, округленные до нужного количества десятичных знаков:

а $\frac{1}{6}$ (до десятых)

б $\frac{22}{7}$ (до сотых)

Решение:

а $\frac{1}{6} = 0,1\underset{\text{десятичный знак}}{6}... = 0,2$ (до десятых)

6 > 5. Округлите цифру в первом десятичном разряде в большую сторону.

$$1 \div 6$$

$$0,166666666$$

Решение:

б $\frac{22}{7} = 3,14\underset{\text{сотый знак}}{2}... = 3,14$ (до сотых)

2 < 5. Сотый знак остается без изменений.

$$22 \div 7$$

$$3,142857143$$

Попробуйте!

Преобразуйте данные дроби в десятичные числа, округлив их до указанного количества знаков после запятой:

а $\frac{5}{7}$ (до десятых)

б $\frac{8}{3}$ (до сотых)

$$\angle 9' 2 (q) \angle ' 0 (e)$$

Пример 19

Используйте калькулятор, чтобы найти значения следующих чисел, округленные до указанных десятичных знаков:

а $\sqrt{2}$ (до тысячных)

б $\sqrt{5}$ (до десятитысячных)

с $\sqrt[3]{9}$ (до сотысячных)

Решение:

а $\sqrt{2} = 1,414\underset{\text{тысячный знак}}{2}1... = 1,414$ (до тысячных)

2 < 5. Тысячный знак остается без изменений.

б $\sqrt{5} = 2,2360\underset{\text{десятитысячный знак}}{6}7... = 2,2361$ (до десятитысячных)

6 > 5. Округлите цифру в четвертом десятичном разряде в большую сторону.

с $\sqrt[3]{9} = 2,08008\underset{\text{сотысячный знак}}{3}8... = 2,08008$ (до сотысячных)

3 < 5. Цифра на третьем знаке после запятой не меняется.



Али попытался округлить $\sqrt{4}$ и $\sqrt[3]{8}$ до двух десятичных знаков. Как он должен записать свой ответ?

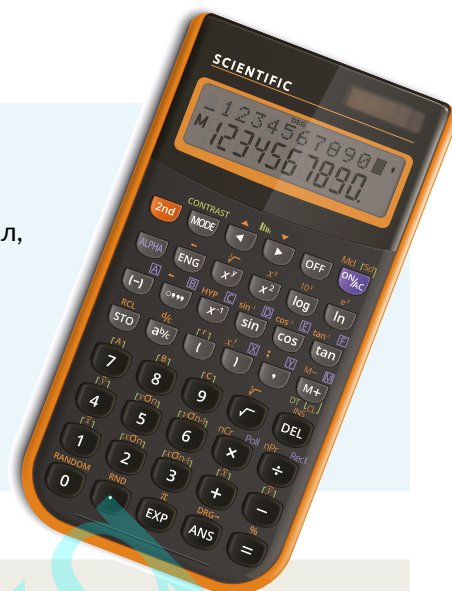


Попробуйте!

Используйте калькулятор, чтобы найти значения следующих чисел, округленные до требуемого количества десятичных знаков:

- a $\sqrt{15}$ (до сотых)
- b $\sqrt[3]{29}$ (до тысячных)
- c π (до десятитысячных)

(a) 3,87 (b) 3,072 (c) 3,1416



Практика 2F

Вопросы на формирование понятий

- 1 Округлите каждое из следующих чисел до 1 десятичного знака:
 - a 81,45
 - b 0,812
 - c 0,3784
- 2 Округлите каждое из следующих чисел до 2 десятичных знаков:
 - a 38,441
 - b 2,985
 - c 0,1003
- 3 Округлите каждое из следующих чисел до ближайшего целого числа:
 - a 0,51
 - b 7,95
 - c 0,333
- 4 Запишите каждую из следующих дробей в десятичной форме с количеством десятичных знаков, указанным в скобках:
 - a $\frac{1}{33}$ (до сотых)
 - b $\frac{14}{23}$ (до десятых)
 - c $\frac{17}{53}$ (до сотых)
- 5 Используйте калькулятор, чтобы найти значения следующих чисел, округленные до требуемого количества десятичных знаков:
 - a $\sqrt{20}$ (до тысячных)
 - b $\sqrt[3]{21}$ (до сотых)
 - c π^2 (до миллионных)

Вопросы на формирование понятий

- 6 За одну неделю (7 дней) Айбек проводит 52 часа за компьютером. Найдите среднее количество часов, которое он проводит за компьютером каждый день, и округлите ответ до ближайшего целого числа.
- 7 Толщина одного листа бумаги составляет 0,0385167 мм. Округлите это измерение до 5 десятичного знака.
- 8 Марат сказал, что $\sqrt{4\Box}$ является целым числом. Какой может быть пропущенная цифра?
- 9 Самат сказал, что $\sqrt{80}$ равно 7,9 при округлении до 1 десятичного знака. Объясните, прав ли он.

Рабочая
тетрадь
упражнение
2.6

2.7

Четыре
арифметических
действия
с десятичными
дробями

- Сложение, вычитание, умножение и деление десятичных дробей.

Сложение и вычитание десятичных дробей

Пример 20

Приблизительно вычислите каждое из следующих значений без калькулятора. Затем найдите точное значение каждого из них.

a $12,2 + 1,43$

b $25,2 + 1,623 + 1,2$

Решение: Приблизительное: $12,2 + 1,43 = 13,63$

$$\begin{array}{l} 12,2 \approx 12 \\ 1,43 \approx 1 \\ 12,2 + 1,43 \approx 12 + 1 = 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12,20 \\ + 1,43 \\ \hline 13,63 \end{array}$$

Решение: Приблизительное: $25,2 + 1,623 + 1,2 = 28,023$

$$\begin{array}{l} 25,2 \approx 25 \\ 1,623 \approx 2 \\ 1,2 \approx 1 \\ 25,2 + 1,623 + 1,2 \approx 25 + 2 + 1 = 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25,200 \\ + 1,623 \\ + 1,200 \\ \hline 28,023 \end{array}$$

При выполнении действий выравнивайте десятичные запятые под разрядами.

Попробуйте!

Приблизительно вычислите каждое из следующих значений без калькулятора. Затем найдите точное значение каждого из них:

a $1,3 + 10,22$

b $12,52 + 6,829 + 2,3$

(a) 11; 11,52 (b) 22; 21,649

Пример 21

Приблизительно вычислите каждое из следующих значений без калькулятора. Затем найдите точное значение каждого из них:

a $30,92 - 10,11$

b $17,625 - 2,3 - 14,162$

Решение: Приблизительное: $30,92 - 10,11 = 20,81$

$$\begin{array}{l} 30,92 \approx 31 \\ 10,11 \approx 10 \\ 30,92 - 10,11 \approx 31 - 10 = 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30,92 \\ - 10,11 \\ \hline 20,81 \end{array}$$

- б** Решение: Приблизительное:
 $17,625 \approx 18$
 $2,3 \approx 2$
 $14,162 \approx 14$
 $17,625 - 2,3 - 14,162$
 $\approx 18 - 2 - 14 = 2$

$$17,625 - 2,3 - 14,162 = 1,163$$

$$\begin{array}{r} 17,625 \\ - 2,300 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15,325 \\ - 14,162 \\ \hline 1,163 \end{array}$$

Попробуйте!

Приблизительно вычислите каждое из следующих значений без калькулятора. Затем найдите точное значение каждого из них:

а $16,42 - 1,5$

б $28,3 - 1,676 - 12,57$

(а) 14; 14,92 (б) 13; 14,054

Умножение и деление десятичных дробей

Десятичные дроби можно умножать и делить так же, как и обычные числа. Однако количество десятичных знаков в окончательном ответе может отличаться от количества знаков в исходных дробях.

Пример 22

Приблизительно вычислите каждое из следующих значений без калькулятора. Затем найдите точное значение каждого из них:

а $10,2 \times 3$

б $3,4 \times 20$

- а** Решение: Приблизительное вычисление:
 $10,2 \approx 10$
 $10,2 \times 3 \approx 10 \times 3 = 30$

$$10,2 \times 3 = 30,6$$

$$\begin{array}{r} 10,2 \\ \times 3 \\ \hline 30,6 \end{array}$$

- б** Решение: Приблизительное вычисление:
 $3,4 \approx 3$
 $3,4 \times 20 \approx 3 \times 20 = 60$

$$3,4 \times 20 = 3,4 \times 10 \times 2 = 34 \times 2 = 68$$

Переместите десятичную точку на один знак вправо.

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 2 \\ \hline 68 \end{array}$$

Попробуйте!

Приблизительно вычислите каждое из следующих значений без калькулятора. Затем найдите точное значение каждого из них:

а $1,2 \times 4$

б $5,3 \times 50$

(а) 4; 4,8 (б) 250; 265

Пример 23

Приблизительно вычислите каждое из следующих значений без калькулятора. Затем найдите точное значение каждого из них:

a $21,9 \div 3$

b $50,8 \div 20$

a Решение: Приблизительное:
 $21,9 \approx 21$
 $21,9 \div 3 \approx 21 \div 3$
 ≈ 7

$21,9 \div 3 = 7,3$

$$\begin{array}{r} 7,3 \\ 3 \overline{) 21,9} \\ \underline{21} \\ 9 \\ \underline{9} \\ 0 \end{array}$$

b Решение: Приблизительное:
 $50,8 \approx 50$
 $50,8 \div 20 \approx 50 \div 20$
 $\approx 5 \div 2$
 $\approx 2,5$

$50,8 \div 20 = \frac{50,8}{10 \times 2} = \frac{5,08}{2} = 2,54$

$$\begin{array}{r} 2,54 \\ 20 \overline{) 50,80} \\ \underline{40} \\ 108 \\ \underline{100} \\ 80 \\ \underline{80} \\ 0 \end{array}$$

Попробуйте!

Приблизительно вычислите каждое из следующих значений без калькулятора. Затем найдите точное значение каждого из них:

a $30,2 \div 2$

b $108,6 \div 60$

(a) 15; 15,1 (b) 1,8; 1,81

Пример 24

Вычислите без использования калькулятора:

a $6,8 \times 11$

b $0,5 \times 19 \times 10$

a Решение: $6,8 \times 11 = 6,8 \times (10 + 1)$
 $= 6,8 \times 10 + 6,8 \times 1$
 $= 68 + 6,8$
 $= 74,8$

Используйте распределительное свойство умножения относительно сложения: $a(b + c) = ab + ac$

b Решение: $0,5 \times 19 \times 10 = 0,5 \times 10 \times 19$
 $= 5 \times 19$
 $= 5 \times (20 - 1)$
 $= 5 \times 20 - 5 \times 1$
 $= 100 - 5$
 $= 95$

Используйте переместительное свойство: $a \times b = b \times a$

Используйте распределительное свойство относительно вычитания: $a(b - c) = ab - ac$

Попробуйте!

Вычислите без использования калькулятора:

a $8,4 \times 9$

b $1,3 \times 21 \times 100$

(a) 75,6 (b) 273

Умножение и деление на степени 10

Степень числа 10 означает, что при многократном умножении числа 10 на само себя результат можно записать с помощью показателя степени.

Например,

10^2 и 10^3 – это степени числа 10.

$$10^2 = 10 \times 10$$

10 умножили на себя 2 раза.

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10$$

10 умножили на себя 3 раза.

В данных выражениях числа 2 и 3 именуются индексами.

Вспомните

В 6 классе вы научились умножать и делить числа на 10, 100 или 1000. Вот некоторые примеры.

Сотни	Десятки	Единицы	Десятые	Сотые	Тысячные
		4	,	5	1
4	5	1	,		

$$4,51 \times 10^2 = 4,51 \times 100 = 451$$

Чтобы умножить число на 100, или на 10^2 , нужно сдвинуть каждую цифру числа на 2 знака влево.

Сотни	Десятки	Единицы	Десятые	Сотые	Тысячные
		0	,	0	2
	2	8	,		

$$0,028 \times 10^3 = 0,028 \times 1\,000 = 28$$

Чтобы умножить число на 1 000, или на 10^3 , нужно сдвинуть каждую цифру числа на 3 знака влево.

Сотни	Десятки	Единицы		Десятые	Сотые	Тысячные
		8	,	5		
		0	,	0	8	5

$$8,5 \div 10^2 = 8,5 \div 100 = 0,085$$

Чтобы разделить число на 100 или на 10^2 , сдвиньте каждую цифру числа на 2 знака вправо.

Сотни	Десятки	Единицы		Десятые	Сотые	Тысячные
1	3	7	.			
		0	,	1	3	7

$$137 \div 10^3 = 137 \div 1\,000 = 0,137$$

Чтобы разделить число на 1 000, или на 10^3 , сдвиньте каждую цифру числа на 3 знака вправо.

Пример 25

Вычислите:

- a $6,8 \times 10^2$
- b 561×10^4
- c $127,4 \div 10^3$
- d $53\,285 \div 10^4$

a Решение: $6,8 \times 10^2 = 6,8 \, 0 \times 100$
 $= 680$

b Решение: $561 \times 10^4 = 561 \, 0000 \times 10\,000$
 $= 5\,610\,000$

c Решение: $127,4 \div 10^3 = 0,127,4 \div 1\,000$
 $= 0,1274$

d Решение: $53\,285 \div 10^4 = 5\,328,5 \div 10\,000$
 $= 5,3285$



Попробуйте!

Вычислите:

a $4,5 \times 10^3$

b 27×10^2

c $12,8 \div 10^3$

d $8\,508 \div 10^4$

8058'0 (p) 8ZT0'0 (c) 00Z 2 (q) 005 7 (e)

Практика 2G

Вопросы на формирование понятий

- 1 Приблизительно вычислите следующие выражения без калькулятора. Затем найдите точное значение каждого из них:

a $20,1 + 2,1$	b $77,8 + 3,2$
c $16,4 - 5,5$	d $66,02 - 12,11$
- 2 Приблизительно вычислите следующие выражения без калькулятора. Затем найдите точное значение каждого из них:

a $13,9 + 3,42 + 1,08$	b $123,4 + 30,2 + 2$
c $165,27 - 38,9 - 57,3$	d $79,154 - 3,857 - 12,24$
- 3 Приблизительно вычислите следующие выражения без калькулятора. Затем найдите точное значение каждого из них:

a $149,37 \times 2$	b $28,34 \times 11$	c $9,876 \times 4 \times 100$
d $4,9 \div 2$	e $20,58 \div 6$	f $42,3 \div 60$
- 4 Приблизительно вычислите следующие выражения без калькулятора. Затем найдите точное значение каждого из них:

a $484,7 + 200,18 - 50,6$	b $194,2 - (3,8 - 8,51)$
c $-3,15 - (1,79 + 34,7)$	d $(14,99 + 36,17) - (3,98 + 5,49)$
- 5 Вычислите:

a $2,5 \times 10^2$	b $25,2 \times 10^4$	c $0,017 \times 10^5$
d $8 \div 10^2$	e $285,3 \div 10^3$	f $0,05 \div 10^4$

Примените клавишу скобок на калькуляторе.

Вопросы на формирование понятий

- 6 Айбек привел брата в кафе. Чек представлен ниже. Сколько всего Айбек потратил в кафе?



Кафе Nice	
Фрукты	\$3.50
Кусок торта	\$4.10
Чай	\$2.10
Безалкогольный напиток	\$1.25
Итого:	



7 Жанар купила 6 кусков торта, каждый по 30,25 сома. Она предположила, что общая сумма составит 250,20 сома. Объясните, почему эта оценка неточная, и предложите более подходящую оценку, не производя точных вычислений.

8 По случаю дня рождения семья Бектура устроила праздничную вечеринку в банкетном зале. Стоимость празднования включала следующее:

Оборудование для вечеринки	Еда	Аренда банкетного зала
7 250,80 сома	9 780,50 сома	7 500 сомов

Если Бектур заплатил 30 000 сомов, сколько сдачи он получит?

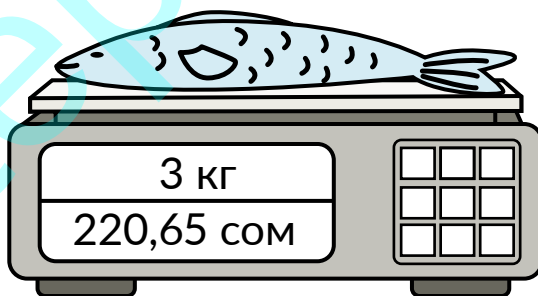
9 В магазине «А» каждая тетрадь стоит 27,5 сома. Аман купил 3 таких тетради.

а Сколько сомов он потратил?



б В магазине «Б» такие же 3 тетради стоят 83,1 сома.
В какой магазин вы бы пошли, если б хотели купить 3 тетради?

10 Какова стоимость 1 кг рыбы?
Округлите свой ответ до ближайшего целого числа.

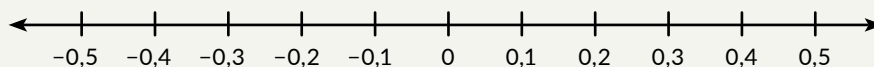


11 150 листов бумаги имеют толщину 3,68 см.
Какова толщина одного листа бумаги?
Округлите ответ до тысячных.

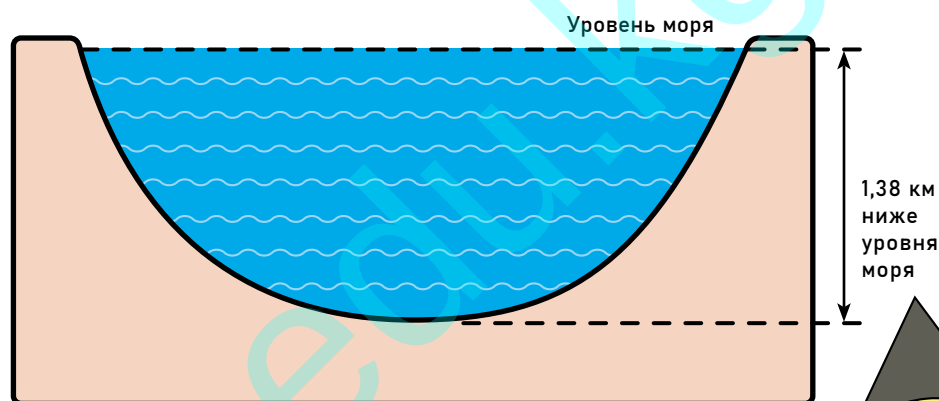
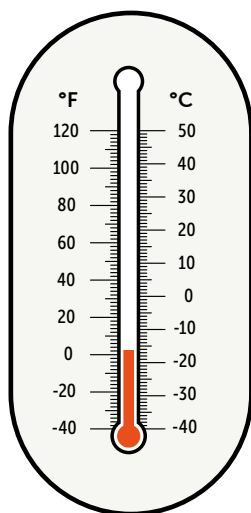


Отрицательные десятичные дроби

Числовая прямая показывает как отрицательные, так и положительные десятичные дроби. В чем же разница между положительными и отрицательными десятичными дробями?



В Торонто, Канада, средняя температура в декабре составляет $-15,8^{\circ}\text{C}$. Какие еще примеры использования отрицательных десятичных дробей вы знаете?



Морское дно находится на 1,38 км ниже уровня моря. Запишите это как $-1,38$ км.

Пример 26

Выполните действия:

a $-7,86 + (-1,13)$

b $-2,03 - (-5,92)$

Решение:

$$\begin{aligned} -7,86 + (-1,13) &= -7,86 - 1,13 \\ &= -(7,86 + 1,13) \\ &= -8,99 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -7,86 + (-1,13) &= -8,99 \end{aligned}$$

Обратите внимание!

Знак $(-)$ не следует путать с операцией вычитания $(-)$ на калькуляторе.

Решение:

$$\begin{aligned} -2,03 - (-5,92) &= -2,03 + 5,92 \\ &= 5,92 - 2,03 \\ &= 3,89 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2,03 - (-5,92) &= 3,89 \end{aligned}$$

Подумайте!

Чему равно $-(-3)$? Используйте калькулятор, чтобы проверить свой ответ.



Попробуйте! Выполните действия:

a $2,6 + (-8,7)$

b $-8,3 - (-2,67)$

89'5- (q) 1'9- (e)

Практика 2Н

Вопросы на формирование понятий

1 Выполните действия:

a $-2,81 + (-54,6)$

b $-106,26 - (-8,33)$

c $(-3 + 41) + 40,1$

d $8,76 - (-2,14)$

e $60,2 - 29,4 + (-10,3)$

f $15,98 - (-1,61) + (-3,6)$

2 Зная, что $1,7587 + 2,5879 = 4,3466$, вычислите значение:

a $-1,7587 + (-2,5879)$

b $1,7587 - (-2,5879)$

c $4,3466 + (-2,5879)$

d $-4,3466 - (-1,7587)$



3 Мурат утверждает, что $8,76 - (-3,14) = 8,76 - 3,14$. Объясните, правильна ли его запись. Если она неверна, как следует правильно выполнить вычисление?

Вопросы на формирование понятий

4 Среднесуточная температура в Пекине в один из дней декабря была $-11,7^{\circ}\text{C}$. На следующий день температура опустилась до $-19,2^{\circ}\text{C}$. Вычислите разницу.

5 У Шайыр на проездной карте в пятницу осталось $-0,80$ сома. Она использовала карту только для поездок между домом и школой. Стоимость проезда $-10,05$ сома в день. Какая сумма была на карте в понедельник?

6 Диаграмма показывает правила оценки теста:

Правильный ответ	+3
Неправильный ответ	-2
Не выполнено	-1

Нурлан сдал тест и был оценен, как показано. Вычислите его балл.

Вопрос	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Итого	✓	✗	✓	✗	✓	✗	NA	✓	✓	✓

Рабочая
тетрадь
упражнение
2.8

Смешанные операции

Правила порядка выполнения операций применяются при выполнении комбинированных операций с десятичными дробями.

Пример 27

Выполните действия:

a $3,5 + 2 \times 1,4$

c $12,7 \times 2 - 4,8 \div 6$

b $-1,75 + 15,6 \div 5$

d $(72,5 - 66,2) \times 4$

a Решение:
$$\begin{aligned} & 3,5 + 2 \times 1,4 \\ & = 3,5 + 2,8 \\ & = 6,3 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 3,5 + 2 \times 1,4 \\ \hline 6,3 \end{array}$$

Используйте оценку, чтобы проверить разумность вашего ответа:
 $3,5 + 2 \times 1,4 \approx 4 + 2 \times 1$
 $4 + 2 = 6$
Ответ разумен.

b Решение:
$$\begin{aligned} & -1,75 + 15,6 \div 5 \\ & = -1,75 + 3,12 \\ & = 1,37 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} -1,75 + 15,6 \div 5 \\ \hline 1,37 \end{array}$$

c Решение:
$$\begin{aligned} & 12,7 \times 2 - 4,8 \div 6 \\ & = 25,4 - 0,8 \\ & = 24,6 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 12,7 \times 2 - 4,8 \div 6 \\ \hline 24,6 \end{array}$$

d Решение:
$$\begin{aligned} & (72,5 - 66,2) \times 4 \\ & = 6,3 \times 4 \\ & = 25,2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} (72,5 - 66,2) \times 4 \\ \hline 25,2 \end{array}$$

Попробуйте!

Вычислите следующее, округлив ответы до 2 десятичных знаков там, где это необходимо:

a $3,5 \div (3,4 - 1,4)$

c $12,7 \div 2 + (4,8 - 1,6)$

b $(3,5 + 0,2) \times 2$

d $(72,5 + 6,5) \div 4$

(a) 1,75 (b) 7,4 (c) 9,55 (d) 19,75

Пример 28

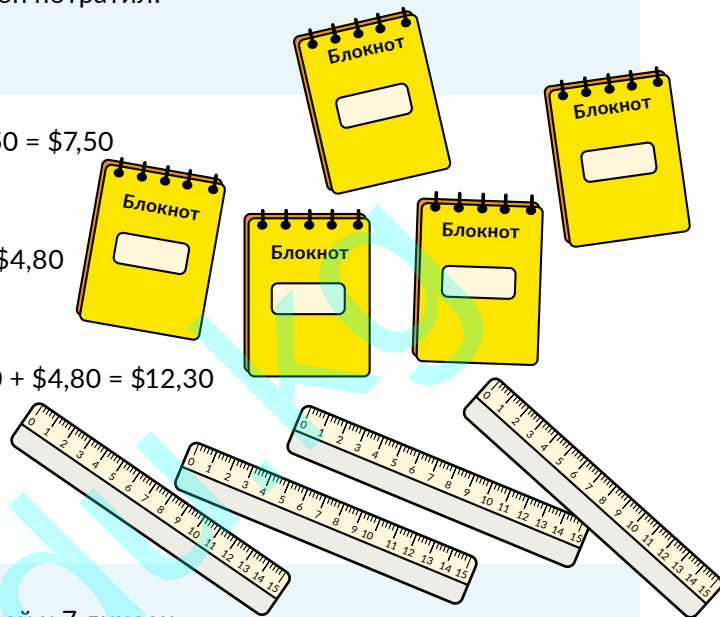
Один блокнот в Сингапуре стоит \$1,50, а одна линейка стоит \$1,20. Руслан купил 5 блокнотов и 4 линейки. Сколько денег он потратил?

Решение: Стоимость 5 блокнотов: $= 5 \times \$1,50 = \$7,50$

Стоимость 4 линеек: $= 4 \times \$1,20 = \$4,80$

Общая потраченная сумма: $= \$7,50 + \$4,80 = \$12,30$

Руслан потратил \$12,30.



Попробуйте! Вычислите цену 8 тетрадей и 7 линеек.

\$20,40

Практика 21

Вопросы на формирование понятий

1 Вычислите следующее, используя калькулятор. Округлите свои ответы до сотых, где это необходимо:

a $2,16 \div 6 - 0,04$

b $391,4 - 1,26 \div 3$

c $1,14 + 3,86 \div 6$

d $77,49 \div (2 + 3)$

e $4,68 \times (8 \div 2) - 11,6$

f $(8,09 - 1,2456) + 2,17 \div 3$

2 Выполните действия:

a $4,7 \times (8 \div 3) - 15,2$

b $4,7 \times 8 \div 3 - 15,2$

c $(4,7 \times 8) \div 3 - 15,2$

d $4,7 \times 8 \div (3 - 15,2)$

Какие из них равны по значению? Разъясните, в чем причина.

Вопросы на формирование понятий

- 3 Вес Айгуль составляет 45,5 кг. Асель тяжелее Айгуль на 2,1 кг. Нургуль тяжелее Асель на 1,6 кг.
- a Определите вес Асель.
 - b Определите вес Нургуль.
 -  c Впоследствии выяснилось, что весы показывали на 1,2 кг больше их действительного веса. Вычислите истинный вес каждой девушки.
- 4 Продавец продал 3 бутылки моющего средства по 60,80 сома за каждую. Покупатель дал ему 300 сомов.
- a Найдите стоимость 3 бутылок моющего средства.
 - b Сколько сдачи продавец вернул покупателю?
- 5 Килограмм рыбы стоит 120,30 сома, а килограмм мяса — 150,50 сома. Мария приобрела 2 кг рыбы и 3 кг мяса.
- a Какую сумму должна была заплатить Мария?
 - b Мария расплатилась банкнотой в 1 000 сомов. Какую сдачу она получила?



2.8

Представление процентов в виде обыкновенных и десятичных дробей

- Преобразование процентов в обыкновенные и десятичные дроби.



Задания на формирование знаний

Поищите примеры процентных скидок в прессе, на рекламных щитах, или непосредственно в магазинах. По каждому найденному примеру сравните и определите, на какие товары была предоставлена наибольшая и наименьшая скидка.

Посмотрите объявление.

СКИДКИ НА ВСЕ В МАГАЗИНЕ

Товары со скидкой:

- Шампунь – скидка 15%
- Мыло – скидка 10%
- Печенье – скидка 25%
- Кола – скидка 20%

РАСПРОДАЖА

На печенье предоставлена наибольшая процентная скидка, а на мыло – наименьшая.

Процент – это понятие, которое мы часто применяем. Баллы, набранные вами на экзамене, или ваша посещаемость в школе обычно выражаются в процентах. В газетных сводках и торговых объявлениях также активно используются проценты.

Процент представляет собой часть от 100. Символ процента (%) указывает на то, что число является сотой долей чего-либо. Следовательно, процент может быть записан в виде дроби, которую можно сократить до простейшего вида. Например: 8% означает $\frac{8}{100}$, или 8 частей из 100, что поддается сокращению до простейшей формы.



Рисунок 1

Как видно на рисунке 1, 3 из 100 квадратов закрашены. Это соответствует дроби $\frac{3}{100}$, что равно 3%.

Как показано на рисунке 2 12 из 100 квадратов заштрихованы. Это эквивалентно дроби $\frac{12}{100}$ что составляет 12%. Эту дробь возможно сократить до $\frac{3}{25}$ так как 12 и 100 имеют общие множители.

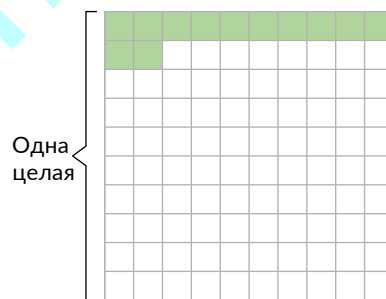


Рисунок 2

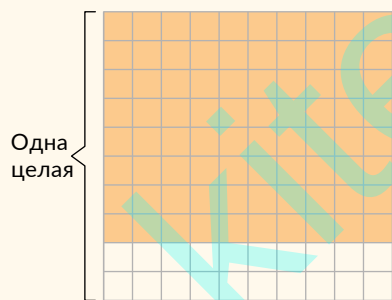


Рисунок 3

Сколько процентов квадратов закрашено на рисунке 3? Запишите это в виде дроби и сократите ее до наименьшего вида.

На рисунке 4 140% обозначает $\frac{140}{100}$, или 140 из 100. Это можно сократить до простейшей формы $\frac{7}{5}$. Мы видим, что это больше 1.

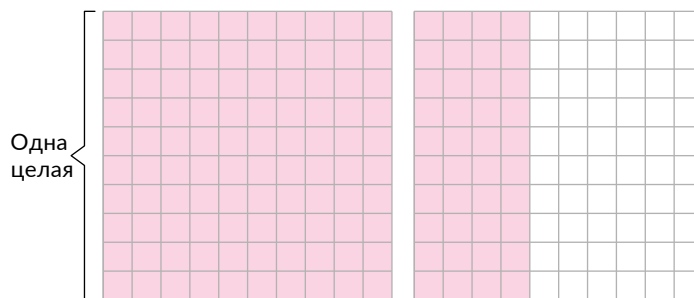


Рисунок 4

Пример 29

Представьте нижеперечисленные проценты в виде несократимой дроби:

a 20%

b 150%

Решение: **a** $20\% = \frac{20}{100}$
 $= \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{10}_5}$
 $= \frac{1}{5}$

b $150\% = \frac{150}{100}$
 $= \frac{\cancel{15}^3}{\cancel{10}_2}$
 $= \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

Обратите
внимание!

Если процентное значение составляет более 100%, то в виде дроби оно будет больше 1.

Попробуйте! Представьте нижеперечисленные проценты в виде несократимой дроби:

a 75%

b 120%

$\frac{5}{9}$ или $\frac{5}{11}$ (q) $\frac{7}{3}$ (e)

Пример 30

Представьте нижеперечисленные проценты в виде несократимой дроби:

a $5\frac{1}{2}\%$

b 50,2%

Решение: **a** $5\frac{1}{2}\% = \frac{5\frac{1}{2}}{100}$
 $= \frac{11}{2} \times \frac{1}{100}$
 $= \frac{11}{200}$

b $50,2\% = \frac{50,2}{100}$
 $= \frac{50,2 \times 10}{100 \times 10}$
 $= \frac{502}{1000}$
 $= \frac{251}{500}$

Обратите
внимание!

Преобразовать смешанное число в неправильную дробь можно следующим способом:

$5\frac{1}{2} = \frac{5 \times 2 + 1}{2} = \frac{11}{2}$

Попробуйте! Представьте нижеперечисленные проценты в виде несократимой дроби:

a $11\frac{1}{4}\%$

b 10,5%

$\frac{007}{12}$ (q) $\frac{08}{6}$ (e)

Пример 31

Выразите проценты в виде десятичной дроби:

a 5%

b 115%

Решение: a $5\% = \frac{5}{100}$
 $= 0,05$

b $115\% = \frac{115}{100}$
 $= 1,15$



Попробуйте!

Выразите проценты в виде десятичной дроби:

a 90%

b 180%

(a) 0,9 (b) 1,8

Пример 32

Выразите проценты в виде десятичной дроби:

a $15\frac{1}{2}\%$

b 38,3%

Решение: a $15\frac{1}{2}\% = \frac{15,5}{100}$
 $= 0,155$

b $38,3\% = \frac{38,3}{100}$
 $= 0,383$



Попробуйте!

Выразите проценты в виде десятичной дроби:

a $5\frac{3}{4}\%$

b 72,5%

(a) 0,575 (b) 0,725

Пример 33

40% книг в библиотеке являются художественными. Представьте количество художественных книг в виде доли от общего числа книг в библиотеке.

Решение: $40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

$\frac{2}{5}$ от общего числа книг в библиотеке — это сборники рассказов.

Попробуйте!

В указанной библиотеке 55% книг составляют издания не на английском языке. Покажите долю неанглийских книг в общем количестве библиотечных книг в виде дроби.

20
11

Пример 34

Айнура купила буханку хлеба во время рекламной акции.

- a Что означает «дополнительные 25%»?
- b Выразите 25% в виде дроби в простейшей форме.

Решение: a Это значит, что в приобретенном Айнурой пакете хлеба на 25% больше, чем в стандартной упаковке.

b $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

Попробуйте!

Пачка стирального порошка заявляет, что содержит «на 10% больше» порошка. Выразите 10% в виде дроби в простейшей форме.

10
1



Вопросы на формирование понятий

1 Представьте нижеперечисленные проценты в виде несократимой дроби:

- a 5% b 32% c 112%
d 150% e $2\frac{1}{2}\%$ f 12,5%

2 Выразите проценты в виде десятичной дроби:

- a 68% b 95% c 199%
d $6\frac{1}{2}\%$ e $40\frac{1}{2}\%$ f 50,7%

3 ☐ обозначает целое число:

$$\frac{32}{\square} = 20\%$$

Что вы можете сказать о ☐ ?

- a Больше 100 b Меньше 100
c 100 d Ни один из вариантов

Вопросы на формирование понятий

4 В чайной в напитки добавляют на 40% меньше сахара. Представьте этот процент в виде:

- a дроби в простейшей форме,
b десятичной дроби.

5 В 2024 году 88,6% население Бишкека пользовались общественным транспортом. Выразите этот процент в виде:

- a дроби в простейшей форме,
b десятичной дроби.

6 45% результатов ученика в конце года берутся из текущей оценки. Выразите этот процент в виде:

- a дроби в простейшей форме,
b десятичной дроби.



7 Один батон хлеба обозначен .

Соотнесите каждое процентное увеличение с соответствующей диаграммой.

- | | | |
|------------------|-------|--|
| a на 25% больше | (I) | |
| b на 50% больше | (II) | |
| c на 150% больше | (III) | |
| d на 200% больше | (IV) | |

2.9

Преобразование
обыкновенных
и десятичных дробей
в проценты

- Преобразование обыкновенных и десятичных дробей в проценты.

Задания на формирование знаний

Разделитесь на группы по 5 человек. Ваш учитель даст каждой группе пакет конфет, которые бывают пяти или более цветов.

Создайте электронную таблицу для записи ваших результатов.

Отметьте, как меняется процентное содержание каждого вида конфет в ходе выполнения задания.



B4					$fx = B3/\$F1$	
	A	B	C	D	E	F
1	ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО КОНФЕТ					150
2	Цвет	Зеленый	Коричневый	Желтый	Красный	Оранжевый
3	Количество	10				
4	Дробь	1/15	0	0	0	0
5	Десятичная дробь	0,07	0	0	0	0
6	Процент	6,67%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

- Настройте свою электронную таблицу так, чтобы результаты были представлены в виде обыкновенной дроби, десятичной дроби и процента. В меню «Формат» выберите пункт «Ячейка». На вкладке «Число» установите для соответствующих ячеек «Дробь – до 3 знаков», «Число – десятичных знаков: 2» и «Процент – десятичных знаков: 2».
- Задайте формулы в ячейках для расчета ответов. В строке формул наберите «B3/\$F1» для конвертации числа в дробь, десятичную дробь и процент.
- Занесите данные о количестве оставшихся цветных конфет.
- Какова сумма показаний ячеек B6, C6, D6, E6 и F6? Можете ли вы объяснить, почему?



Чтобы преобразовать обыкновенную или десятичную дробь в проценты, мы умножаем ее на 100%.

Пример 35

Преобразуйте каждую из следующих обыкновенных дробей в проценты:

a $\frac{1}{2}$

b $1\frac{3}{4}$

Решение: a $\frac{1}{2} \times 100\% = 50\%$

b $1\frac{3}{4} \times 100\% = \frac{7}{4} \times 100\%$
 $= 175\%$



Попробуйте!

Преобразуйте каждую из следующих обыкновенных дробей в проценты:

a $\frac{1}{5}$

b $2\frac{1}{8}$

(a) 20% (b) 212,5% или $212\frac{1}{2}\%$

Пример 36

Преобразуйте каждую из следующих десятичных дробей в проценты:

a 0,8

b 1,15

Решение: a $0,8 \times 100\% = 80\%$

b $1,15 \times 100\% = 115\%$



Попробуйте!

Преобразуйте каждую из следующих десятичных дробей в проценты:

a 0,06

b 3,2

(a) 6% (b) 320%

Вопросы на формирование понятий

1 Преобразуйте каждую из следующих обыкновенных дробей в проценты:

- a $\frac{4}{5}$ b $\frac{2}{3}$ c $\frac{1}{8}$ d $1\frac{5}{6}$
 e $\frac{10}{3}$ f $\frac{25}{4}$ g $\frac{13}{100}$ h $1\frac{1}{100}$

2 Преобразуйте каждую из следующих десятичных дробей в проценты:

- a 0,14 b 0,04 c 1,25
 d 0,75 e 0,01 f 3,1

3 Заполните таблицу.

Обыкновенная дробь	Десятичная дробь	Процент
$\frac{1}{5}$		
	0,52	
$2\frac{1}{4}$		
	3,51	
		28%
		159%

Вопросы, основанные на контексте

- 4 На экзамене по математике $\frac{3}{4}$ от общего количества баллов приходится на раздел вопросов с коротким ответом, а $\frac{1}{4}$ от общего количества баллов – на раздел вопросов с развернутым ответом.
 a Какой процент от общего количества баллов приходится на раздел вопросов с коротким ответом?
 b Какой процент от общего количества баллов приходится на раздел вопросов с развернутым ответом?

- 5 В коробке находятся красные и синие шары. $\frac{9}{20}$ шаров – красные, а $\frac{11}{20}$ – синие.
 a Какой процент шаров красные?
 b Какой процент шаров синие?

- 6 Айдай тратит $\frac{1}{5}$ своих карманных денег на еду и $\frac{1}{4}$ – на оплату телефона.
 a Какой процент ее карманных денег тратится на еду?
 b Какой процент ее карманных денег тратится на оплату телефона?

7 Рассмотрите следующие числа.

13% $\frac{1}{8}$ 26% $\frac{1}{4}$ 0,32 $\frac{5}{8}$ 60%

Самата попросили расположить их в порядке возрастания.

- a Как бы вы посоветовали Самату подойти к этой проблеме?
 b Расположите числа в порядке возрастания.

2.10

Выражение одной величины в процентах от другой

- Выражение одной величины в процентах от другой.

Выражение количества в процентах

Когда мы выражаем **2** как процент от **10**, это означает, что мы сравниваем **2** с **10**, т.е. $\frac{2}{10} \times 100\%$.

Мне требуется лишь 50% от твоего времени на повторение!



Но твой балл также составляет 50% от моего балла.

Пример 37

Выразите в процентах:

a 5 в процентах от 10

b Сколько процентов 9 сомов составляют от 150 сомов?

Решение: **a** 5 саны 10дун канча пайызы = $\frac{5}{10} \times 100\%$
= 50%

b 9 сом 150 сомдун = 9¢ of 150¢
= $\frac{9}{150} \times 100\%$
= 6%

Единицы измерения величин должны совпадать.



Попробуйте!

Выразите в процентах:

- a 8 в процентах от 20
- b 45 см в процентах от 1,2 м

(a) 40% или 37,5% (b) 37,5% или 37,5%

Пример 38

Из 25 учащихся класса только 10 человек носят очки. Определите процент учащихся, которые:

- a пользуются очками
- b не пользуются очками.



Вычислите, применяя два способа. Сопоставьте эти способы.

a Решение: Метод 1

Процент учащихся, носящих очки = $\frac{10}{25} \times 100\% = 40\%$

Метод 2

25 учеников	→	100%
1 ученик	→	$\frac{100}{25} = 4\%$
10 учеников	→	$4\% \times 10 = 40\%$

40% учащихся носят очки.

Метод 1 использует дробь, а Метод 2

использует пропорциональность. Метод 1 более прямой.

b Решение: Метод 1

Количество учащихся, не носящих очки = $25 - 10 = 15$

Процент учащихся, не носящих очки = $\frac{15}{25} \times 100\% = 60\%$

Метод 2

Процент учащихся, не носящих очки = $100\% - 40\% = 60\%$

Метод 1 использует дроби, а метод 2 использует проценты.

Метод 2 более прямой.



Попробуйте!

В классе из 40 учеников 28 находятся в команде по плаванию. Найдите, используя два метода, процент учащихся, которые:

- a находятся в команде по плаванию,
- b не находятся в команде по плаванию.

(a) 70% (b) 30%

Пример 39

В корзине 20 фруктов. 8 из них — яблоки, а остальные — апельсины.

- a** Какой процент фруктов составляют яблоки? **b** Какой процент фруктов составляют апельсины?

a Решение: Процент яблок $= \frac{8}{20} \times 100\% = 40\%$

b Решение: **Метод 1**
Количество апельсинов
 $= 20 - 8 = 12$

Процент апельсинов
 $= \frac{12}{20} \times 100\% = 60\%$

Метод 2
Процент апельсинов
 $= 100\% - 40\% = 60\%$



Попробуйте!

В торговом центре 60 магазинов. 45 из них – кафе и рестораны, остальные – не связанные с питанием.

- a** Какой процент магазинов – это заведения общественного питания?
b Какой процент магазинов – это магазины, не связанные с питанием?

75% (a) 25% (b)

Сравнение двух величин, выраженных в процентах

Процентное соотношение может быть применено для сопоставления двух и более количеств.



Рассмотрим фактические значения сбережений девушек. Обе девушки экономят одинаковую сумму денег. Кажется, они одинаково экономны. Давайте также рассмотрим их доходы.

Вычисляя процент сбережений каждой девушки от их доходов, получаем:

$$\text{Сбережения Нургуль} = \frac{3\,000}{30\,000} \times 100\% = 10\%$$

$$\text{Сбережения Айгуль} = \frac{3\,000}{6\,000} \times 100\% = 50\%$$

Проценты показывают, что Айгуль более экономна, чем Нургуль.

Пример 40



Число учеников в классе А и классе Б, награжденных золотом на тесте по физической подготовке, составляет 10 и 12 соответственно. Учитывая, что в классе А 25 учеников, а в классе Б – 40 учеников, определите, какой класс показал лучший результат в тесте.

Решение: Процент золотых наград в классе А = $\frac{10}{25} \times 100\% = 40\%$

Процент золотых наград в классе Б = $\frac{12}{40} \times 100\% = 30\%$

Класс А показал лучший результат, так как у него более высокий процент золотых наград.



Попробуйте!

В пакете чипсов весом 100 граммов содержится 20 граммов крахмала.
В пакете крупы весом 150 граммов содержится 75 граммов крахмала.
В каком продукте процентное содержание крахмала больше?

сегеа

Практика 2L

Вопросы на формирование понятий

1 Выразите в процентах:

- | | |
|-------------------------------------|------------------------------------|
| a 3 в процентах от 10 | b 30 в процентах от 60 |
| c $10\frac{1}{2}$ в процентах от 21 | d $1\frac{1}{4}$ в процентах от 24 |
| e 1,8 в процентах от 18 | f 59,5 в процентах от 238 |

2 Выразите в процентах:

- a Сколько процентов 26 см составляют от 100 см?
- b Сколько процентов 10 г составляют от 250 г?
- c Сколько процентов 3 кг составляют от 15 кг?
- d Сколько процентов 45 сомов составляют от 90 сомов?
- e Сколько процентов 35 сомов составляют от 100 сомов?
- f Сколько процентов 510 мл составляют от 1 л?
- g Сколько процентов 12 сомов составляют от 120 сомов?
- h Сколько процентов 340 г составляют от 1 кг?
- i Сколько процентов 200 г составляют от 1200 г?

Вопросы на формирование понятий

- 3 В классе из 40 учеников 15 – мальчики. Найдите процент:
 - a мальчиков,
 - b девочек.
- 4 Бутылка вмещает до 1 л воды. В один из дней она была заполнена 680 мл воды.
 - a Какой процент бутылки содержит воду?
 - b Какой процент бутылки пуст?
- 5 Если из ящика с 60 яблоками 12 яблок испорчены, найдите:
 - a процент испорченных яблок,
 - b процент неиспорченных яблок.
- 6 Бакай проводит 8 часов в офисе каждый день. Ему дается часовой обеденный перерыв и получасовой перерыв на чай каждый день. Остальное время он проводит за работой. Найдите:
 - a процент времени, потраченного на обед каждый день,
 - b процент времени, потраченного на перерыв на чай каждый день,
 - c процент времени, потраченного на работу каждый день.



- 7 В таблице показано количество семей, содержащих различные виды скота в определенном селе.

Вид скота	Корова	Лошадь	Коза	Овца
Количество семей	100	150	250	500

- a Найдите процент семей, которые держат овец.
 - b Каков процент семей, которые держат коров?
 - c Какова разница в процентах между семьями, которые держат лошадей, и семьями, которые держат коз?
- 8 Определите, является ли каждое из приведенных ниже утверждений верным или неверным. Если оно верно, предоставьте пример для подтверждения. Если оно неверно, разъясните, почему оно некорректно, и сформулируйте правильное утверждение.
- a Количество учащихся в классе А в 2 раза превышает количество учащихся в классе Б. Таким образом, число учеников в классе Б составляет $\frac{1}{2}$ от числа учеников в классе А.
 - b Число учеников в классе А равно 60% от числа учеников в классе Б. Таким образом, количество учеников в классе Б составляет $\frac{1}{60}$ % от числа учеников в классе А.

Ключевые идеи главы 2

Обыкновенные дроби

Сложение и вычитание смешанных чисел.

$$\begin{aligned}\text{Например, } 2\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2} &= 2\frac{1}{4} + 1\frac{1 \times 2}{2 \times 2} \\ &= 2\frac{1}{4} + 1\frac{2}{4} \\ &= 3\frac{3}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4\frac{1}{3} - 2\frac{1}{6} &= 4\frac{1 \times 2}{3 \times 2} - 2\frac{1}{6} \\ &= 4\frac{2}{6} - 2\frac{1}{6} \\ &= 2\frac{1}{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{5}{6} \times \frac{7}{8} &= \frac{5 \times 7}{6 \times 8} = \frac{35}{48} \\ \frac{4}{9} \div \frac{2}{3} &= \frac{4}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{4 \times 3}{9 \times 2} = \frac{2}{3}\end{aligned}$$

Умножение и деление правильных дробей.

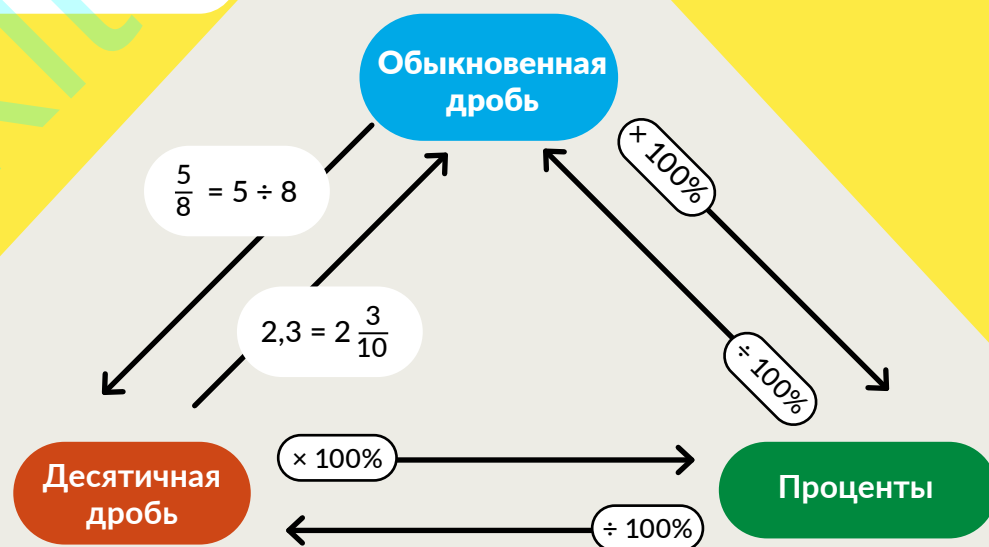
Десятичные дроби и процент

Преобразование между обыкновенными и десятичными дробями.

- $\frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0,375$
- $2\frac{1}{10} = \frac{21}{10} = 21 \div 10 = 2,1$
- $0,35 = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$

- Показатели степени и скобки сначала
- Умножение и деление
- Сложение и вычитание

Четыре арифметических действия с десятичными дробями.



Закрепление главы 2

1 В каждой из следующих пар дробей обведите бóльшую дробь:

a $\frac{5}{4}, \frac{7}{6}$

b $\frac{6}{5}, \frac{13}{10}$

c $\frac{8}{7}, \frac{27}{20}$

d $\frac{12}{13}, \frac{20}{17}$

2 Расположите $\frac{5}{3}, \frac{10}{7}$ и 2 в порядке возрастания.

3 Расположите $\frac{12}{5}, \frac{17}{10}$ и $2\frac{1}{10}$ в убывающем порядке.

4 Выполните действия:

a $2\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3}$

b $1\frac{4}{5} + 3\frac{3}{5}$

c $2\frac{1}{6} + 1\frac{5}{12}$

d $3\frac{1}{7} + 1\frac{5}{14}$

5 Выполните действия:

a $3\frac{1}{3} + 2\frac{2}{5}$

b $4\frac{5}{6} + 5\frac{3}{4}$

c $1\frac{1}{24} + 5\frac{5}{8}$

d $3\frac{2}{9} + 1\frac{5}{12}$

6 Выполните действия:

a $\frac{4}{5} \times \frac{2}{5}$

b $\frac{2}{5} \times \frac{1}{7}$

c $\frac{5}{9} \times \frac{31}{35}$

d $\frac{1}{8} \times \frac{4}{15}$

7 Выполните действия:

a $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$

b $\frac{2}{5} \div \frac{1}{3}$

c $\frac{7}{9} \div \frac{2}{3}$

d $\frac{9}{10} \div \frac{4}{5}$

8 Выразите в виде десятичных дробей:

a $\frac{14}{16}$

b $\frac{45}{30}$

c $\frac{117}{26}$

d $2\frac{4}{20}$

9 Преобразуйте в обыкновенные дроби в простейшей форме:

- a 0,945 b 3,96 c 0,075 d -1,45

10 Расположите в порядке возрастания:

- a $\frac{3}{20}$; $8\frac{25}{100}$; 0,8215 b -0,8; 8,1; $-8\frac{2}{5}$

11 Вычислите без использования калькулятора:

- a $29,95 + 81,43 + 6,72$ b $3,75 + 5,1 + 1,72$ c $0,014 + 0,121 + 0,003$
d $6,711 \times 10$ e $(-0,05) \times 2$ f $(-0,35) \times 2$

12 Вычислите с помощью калькулятора, исправив ответы до 2 десятичных знаков там, где это необходимо:

- a $1,8 \times (92 - 2)$ b $4,2 \times 8 - 8,8 \times 4$
c $(5,9 + 5,95) \div 3$ d $(60,31 - 20,22) \div (3 + 5)$

13 Вставьте в квадраты только знаки +, - и $\times$ для получения максимального значения. Каждую операцию разрешается использовать лишь единожды.

$4,2 \square 8 \square 8,8 \square 4$

14 Вычислите следующее.

- a $0,3 \times 10^4$ b $64,1 \times 10^2$ c $80,3 \div 10^3$ d $77\,230 \div 10^4$

15 Госпожа Ли хочет испечь пирог. Она покупает 500 г муки по 28 сомов за 100 г, пакет сахара за 120 сомов и 200 г масла по 49 сомов за 100 г. Какова общая стоимость ингредиентов?

16 В корзине находится 2 кг яблок, 3 кг винограда и 4 кг бананов. 1 кг яблок стоит 420 сомов, 1 кг винограда — 250 сомов, а 1 кг бананов — 175 сомов.

- a Найдите общую массу фруктов. b Найдите общую стоимость фруктов в корзине.

17 Представьте нижеперечисленные проценты в виде несократимой дроби:

a 130%

b 25%

c 24,2%

18 Преобразуйте в десятичные дроби:

a 11%

b 205%

c 13,6%

19 Выразите в процентах:

a $\frac{3}{5}$

b 2,56

c 0,15

20 Вычислите:

a 30% от 5 000

b 45% от 600 млн

21 Ежемесячный доход Самата составляет 80 000 сомов. Он отдает 5 000 сомов на благотворительность. Вычислите, какой процент от его зарплаты составляет пожертвование на благотворительность.



22 Посмотрите на разговор между Уланом и Эрланом.

Я получил прибавку к зарплате 10%.



Улан

Я получил прибавку к зарплате 15%.



Эрлан

Значит, ты получишь больше денег, чем я.



Улан

- a Считаете ли вы вывод Улана верным? Объясните почему?
b Какой вывод можно сделать из этой ситуации?

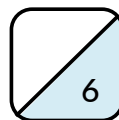
Используйте следующий контрольный список для самооценки, чтобы проверить, насколько вы поняли материал.

	Вопросы	Балл
1	Сравнение и упорядочивание обыкновенных дробей.	1a, b, c, d; 2; 3
2	Сложение смешанных чисел.	4a, b, c, d; 5a, b, c, d
3	Умножение и деление на правильные дроби.	6a, b, c, d; 7a, b, c, d
4	Преобразование обыкновенных дробей в десятичные и наоборот для сравнения.	8a, b, c, d; 9a, b, c, d; 10a, b
5	Выполнение четырех арифметических действий с десятичными дробями.	11a, b, c, d, e, f; 12a, b, c, d; 13
6	Умножение и деление чисел на степени 10.	14
7	Решение задач, связанных с десятичными дробями.	15a, b; 16a, b

8

Преобразование процентов в обыкновенные и десятичные дроби.

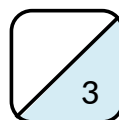
17a, b, c;
18a, b, c



9

Преобразование обыкновенных и десятичных дробей в проценты.

19a, b, c



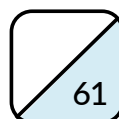
10

Выражение одной величины в процентах от другой величины и нахождение процента от величины.

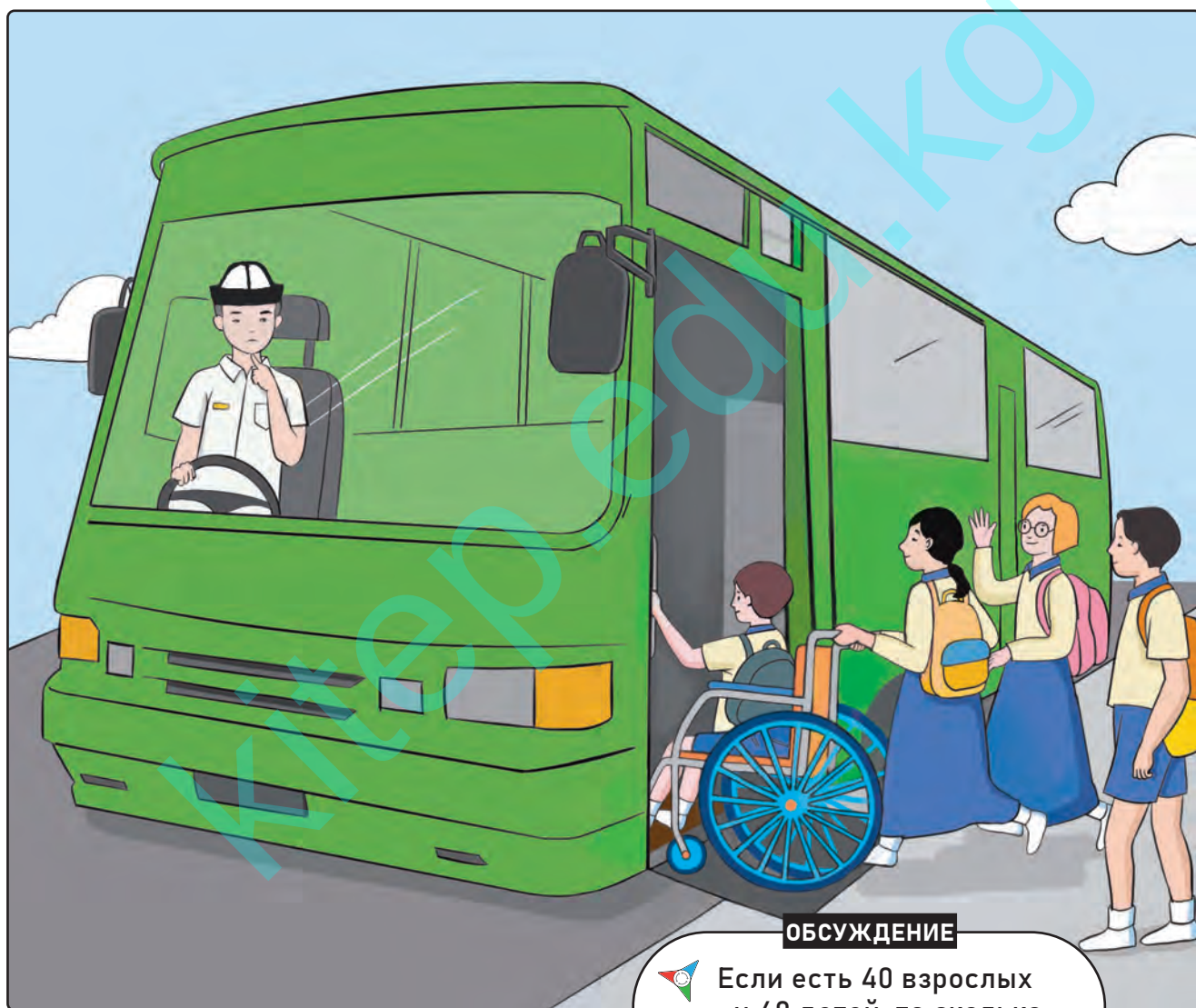
20a, b;
21; 22a, b



Итого:



- 3.1 Введение в понятие отношения.
- 3.2 Равные отношения.
- 3.3 Прямая пропорциональность.



ОБСУЖДЕНИЕ



Если есть 40 взрослых
и 40 детей, то сколько
автобусов нужно?

РАЗРЕШЕНО ПЕРЕВОЗИТЬ

- 1 водителя автобуса
- 30 сидящих пассажиров (взрослых)
- 3 школьника = 2 взрослых



3.1

Введение в соотношение

- Сравнение двух величин с помощью отношения.

Отношение сравнивает две или более величины.
Отношение величины A к величине B записывается как $A : B$.

Используйте
символ « : » для
обозначения
отношения.

Следующие примеры показывают, как отношения используются в нашей повседневной жизни.



На футбольном чемпионате Эркин сделал 10 ударов по воротам и забил 3 гола.
Отношение количества ударов по воротам к количеству забитых голов — $10 : 3$.



В газете 4 страницы спортивных новостей и 9 страниц развлекательных новостей.

Отношение количества страниц спортивных новостей к количеству страниц развлекательных новостей — $4 : 9$.

Пример 1

Найдите отношение массы Алымбека к массе Индиры.

Решение: Отношение массы Алымбека к массе Индиры.
 $= 52 \text{ кг} : 47 \text{ кг}$
 $= 52 : 47$ Уберите единицы измерения.
↑ Индира
↑ Алымбек



Алымбек
52 кг

Индира
47 кг

Обратите
внимание!

Отношение массы Индиры к массе Алымбека = $47 : 52$
Порядок членов в отношении имеет значение.



Попробуйте!

Найдите отношение количества мальчиков к количеству девочек.

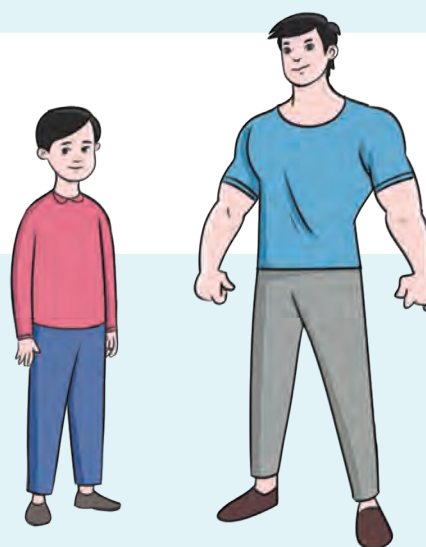


9 : 6

Пример 2

Найдите отношение массы мальчика к массе культуриста.

Решение: Отношение массы мальчика
к массе бодибилдера
 $= 47 \text{ кг} : 90 \text{ кг}$
 $= 47 : 90$



47 кг

90 кг



Попробуйте!

Найдите соотношение массы ягненка к массе овцы.



14 кг

29 кг

Обратите
внимание!

Величины, включенные в отношение,
должны быть выражены в одной и
той же единице измерения.

14 : 29

Отношения, включающие обыкновенные и десятичные дроби

Мы всегда записываем оба члена отношения как целые числа. Члены отношения не должны иметь общий делитель, кроме 1. Например, в отношении $2 : 3$ оба члена являются целыми числами, в то время как в отношении $2,5 : 3$ первый член не является целым числом. Первый член отношения $2,5 : 3$ можно преобразовать в целое число.

Знаете ли вы, как преобразовать первый член этого отношения в целое число?

Пример 3

Запишите отношение $0,7 : 0,8$ в наипростейшей форме.

Решение: $0,7 : 0,8$

$$\begin{aligned} &= 0,7 \times 10 : 0,8 \times 10 \\ &= 7 : 8 \end{aligned}$$

Чтобы избавиться от десятичных дробей, умножим оба числа на 10 и получим целые числа.

Умножьте каждый член отношения на 10 и преобразуйте его в целое число.

Обратите внимание!

$$0,7 : 0,8 = 7 : 8$$

Это означает, что 0,7 составляет $\frac{7}{8}$ от 0,8 или что 0,8 составляет $\frac{8}{7}$ от 0,7. Однако нельзя сказать, что $7 : 8 = \frac{7}{8}$, поскольку отношение и дробь – это разные понятия.

Попробуйте!

Запишите отношение $1,2 \text{ кг} : 1,3 \text{ кг}$ и преобразуйте его члены в целое число.

12 : 13

Пример 4

Найдите отношение объема апельсинового сока к объему яблочного сока.



Решение:

$$\begin{aligned} &\text{Апельсиновый сок} : \text{Яблочный сок} \\ &= (\text{объем апельсинового сока}) : (\text{объем яблочного сока}) \\ &= \dots : \dots \\ &= \frac{1}{2} \text{ л} : \frac{5}{8} \text{ л} \\ &= \frac{1}{2} : \frac{5}{8} \\ &= \frac{1}{2} \times 8 : \frac{5}{8} \times 8 \\ &= 4 : 5 \end{aligned}$$

Уберите единицы измерения.

Умножьте каждую дробь на 8, чтобы избавиться от знаменателей.

Поскольку отношение составляет $4 : 5$, объем апельсинового сока равен $\frac{4}{5}$ объема яблочного сока, а объем яблочного сока $\frac{5}{4}$ объема апельсинового сока.



Попробуйте!

Найдите отношение массы
моющего средства марки А
к массе моющего средства марки В.



6 : 8

Практика 3А

Вопросы на формирование понятий

- 1 Найдите отношение сбережений Сыймыка к сбережениям Мээрим.

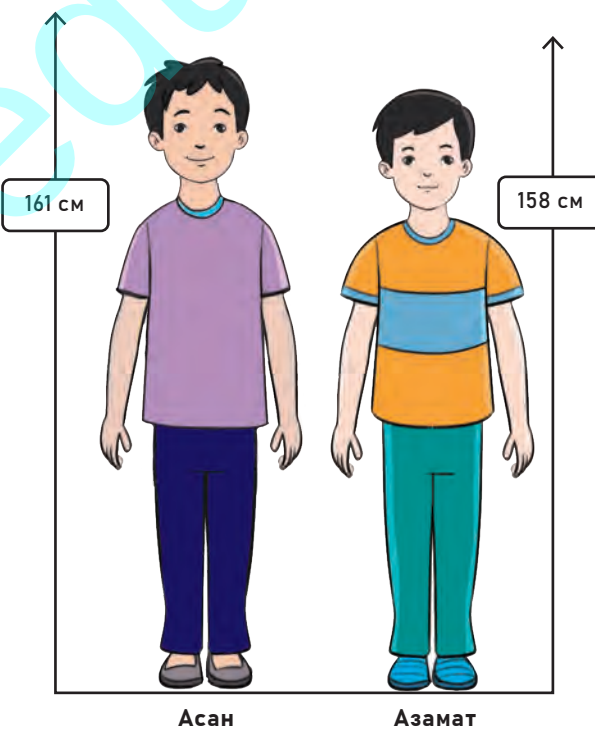


Сыймык
53 сом



Мээрим
65 сом

- 2 Найдите отношение роста Асана к росту Азамата.



Асан

Азамат

3 Приведите каждое из следующих отношений к наименьшим целым числам.

- a $0,85 \text{ м} : 73 \text{ см}$ b $\frac{1}{9} : \frac{7}{9}$
c $\frac{1}{4} \text{ ч} : 17 \text{ мин}$ d $7,83 : 82,1$

Вопросы, основанные на контексте

4 Найдите отношение стоимости следующих поездок:

- a Поездка на Пхукет к поездке на Бали.
b Поездка в Бангкок к поездке на Бали.

3 дня/2 ночи	Пхукет	31 000 сомов
3 дня/2 ночи	Бали	53 000 сомов
3 дня/2 ночи	Бангкок	31 000 сомов

5 Найдите отношение времени перелета для следующих рейсов:

- a Перелет из Бишкека в Москву к перелету из Бишкека в Ташкент.
b Перелет из Бишкека в Москву к перелету из Бишкека в Астану.

Время перелета из Бишкека в:	
Москву:	3 ч. 45 м.
Ташкент:	1 ч. 15 м.
Астану:	2 ч. 5 м.

6 Рост Сабырбека — 1,67 м, вес — 43 кг. Он считает, что отношение его роста к весу — $1,67 \text{ м} : 43 \text{ кг}$. Прав ли Сабырбек? Объясните.

7 Количество мячей у Жоодара и Нурлана изначально находится в отношении 2 : 3. Позже им обоим дали по одинаковому количеству мячей. Они утверждают, что отношение осталось 2 : 3.

- a Вы думаете, это возможно?
Используйте конкретные числа, чтобы подтвердить свой ответ.
b Чему вы научились из этого?

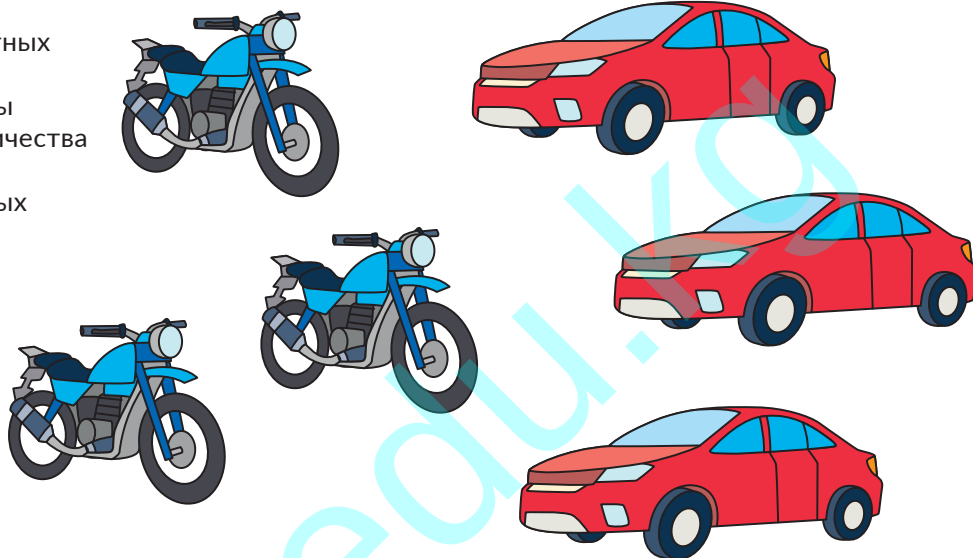
Рабочая
тетрадь
упражнение
3.1

3.2

Эквивалентные отношения

- Отношения, имеющие одинаковое значение.
- Приведение отношений к простейшему виду.

Есть 6 мотоциклетных колес и 12 автомобильных колес. На каждые 6 мотоциклетных колес приходится 12 автомобильных колес. Мы говорим: отношение количества мотоциклетных колес к количеству автомобильных колес равно 6 : 12.



Задания на формирование знаний

- 1 Создайте белые и красные полосы в соотношении 1 : 2.



- 2 Затем создайте еще один набор белых и красных полос, чтобы получилось отношение 2 : 4.



Белый : Красный = 2 : 4

- 3 Создайте еще 3 отношения: 3 : 6, 4 : 8 и 6 : 12. Что вы замечаете относительно двух цветов полос?



Подумайте!



Запишите три других отношения, которые эквивалентны 1 : 2. Что вы замечаете в этих отношениях?

Отношения в пункте 3 являются эквивалентными.

Отношение 1 : 2 представлено в простейшей форме.

Чтобы привести отношение к простейшей форме, разделите все его члены на общий делитель до тех пор, пока у них не останется общих делителей, кроме 1.

$$\begin{array}{ccc}
 4 : 8 & & 6 : 12 \\
 \downarrow \div 2 & & \downarrow \div 3 \\
 2 : 4 & & 2 : 4 \\
 \downarrow \div 2 & & \downarrow \div 2 \\
 1 : 2 & & 1 : 2
 \end{array}$$

Пример 5

Сократите следующие отношения до наименьших целых чисел:

a $8 : 14$

b $14 : 4$

a Решение: $8 : 14 = 4 : 7$

$$\frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$

Обратите внимание!

Отношение $8 : 14$ можно упростить с помощью калькулятора. Для этого разделите оба числа на их наибольший общий делитель (НОД).

Подумайте!

Является ли отношение $8 : 14$ эквивалентным отношению $14 : 8$?

b Решение: $14 : 4 = 7 : 2$

$$\frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$



Попробуйте!

Приведите каждое из следующих отношений к простейшей форме:

a $4 : 12$

b $26 : 4$

(a) $1 : 3$ (b) $13 : 2$

Пример 6

Определите, являются ли отношения $2 : 8$ и $3 : 12$ эквивалентными.

Решение: $2 : 8 = 1 : 4$ $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ $3 : 12 = 1 : 4$ $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Когда дроби становятся одинаковыми при сокращении - они эквивалентны!

Попробуйте! Определите, являются ли отношения $3 : 12$ и $2 : 10$ эквивалентными.

Нет

Пример 7

Темир и Жибек работали вместе над проектом. Темир работал 15 часов, а Жибек — 9 часов. Им выплатили определенную сумму денег, которую они разделили в отношении $8 : 6$. Было ли это справедливо?

Решение: Количество часов, которые отработал Темир: 15 часов
Количество часов, которые отработала Жибек: 9 часов
 $= 15 : 9$
 $= 5 : 3$ Раздели оба члена на 3.

Сумма денег, полученная Темиром:
сумма денег, полученная Жибек.
 $= 8 : 6$
 $= 4 : 3$ Раздели оба члена на 2.

Эти два отношения не являются эквивалентными.
Следовательно, оплата была несправедливой.

В данном случае эквивалентные отношения используются для проверки справедливости оплаты.

Попробуйте!

Руслан и Акжол поделили некоторую сумму денег в отношении $10 : 4$, чтобы купить еду для вечеринки.

Руслан купил еду для 15 человек, а Акжол — для 10 человек.

Было ли отношение денег, которое они получили, эквивалентным количеству еды, которую они купили?

Нет

Пример 8

Таня и Акыл поделили 20 конфет в отношении 6 : 4. Сколько конфет получил каждый из них?

Решение: Таня $6 \xrightarrow{\times 2} 12$

Акыл $4 \xrightarrow{\times 2} 8$

Общее количество частей $10 \xrightarrow{\times 2} 20$ (Общее количество конфет)
 $\uparrow$
 $6 + 4$

Обратите внимание!

Умножим на 2, так как 10 частей соответствуют 20 конфетам.

Таня получила 12 конфет, а Акыл – 8 конфет.



Попробуйте!

Даша и Самаган поделили 40 сомов в отношении 7 : 3. Сколько получила Даша?

82\$

Практическое задание

Давайте испечем!

Ниже указаны ингредиенты, необходимые для приготовления шоколадного торта на 4 человека.

Ингредиенты для шоколадного торта (на 4 человека):

- 3 стакана муки
- 2 стакана сахара
- $\frac{2}{3}$ стакана просеянного какао-порошка
- 2 чайные ложки пищевой соды
- $\frac{3}{4}$ чайной ложки соли
- $\frac{1}{2}$ стакана сваренного кофе
- $\frac{2}{3}$ стакана масла
- 2 яичных белка (от крупных яиц)
- 2 чайные ложки ванилина



Бермет хочет использовать рецепт, чтобы приготовить шоколадный торт на 12 человек.

Сколько каждого ингредиента ей нужно использовать?

- | | |
|--|--|
| ☐ стакан муки | ☐ чайной ложки соли |
| ☐ стакан сахара | ☐ стакана сваренного кофе |
| ☐ стакана просеянного какао-порошка | ☐ стакан масла |
| ☐ чайные ложки пищевой соды | ☐ яичных белка (от крупных яиц) |
| | ☐ чайные ложки ванильной эссенции |

Вопросы на формирование понятий

- 1 Сократите данные отношения.
 - a $5 : 15$
 - b $8 : 4$
 - c $7 : 49$
- 2 Определите, равны ли следующие пары отношений.
 - a $2 : 5$ и $15 : 6$
 - b $8 : 4$ и $32 : 16$

Вопросы, основанные на контексте

Общий балл Дастана		Общий балл Эрмека	
Тест 1	Тест 2	Тест 1	Тест 2
45	60	36	?

- Отношение баллов Дастана и Эрмека за каждую работу – $5 : 4$.
Найдите балл Эрмека за вторую работу.
- 4 Тимур работал 20 часов, а Айсалкын – 12 часов. Тимур получил 8 500 сомов, Айсалкын получила 5 100 сомов.
 - a Каково отношение рабочего времени Тимура и Айсалкын?
 - b Каково отношение зарплат Тимура и Айсалкын?
 - c Почему зарплаты считаются справедливыми?
 - 5 Жусуп и Каныбек разделили 80 сомов в соотношении $6 : 4$. Сколько денег получил каждый из них?
 - 6 60 мл моющего средства было налито в большой и маленький контейнер в отношении $7 : 5$.



- Сколько моющего средства находится в большом контейнере?
- 7 В школе А учатся 800 учеников и работают 40 учителей. В школе В учатся 1 600 учеников и работают 90 учителей.
 - a Найдите отношение числа учеников к числу учителей в школе А.
 - b Найдите отношение числа учеников к числу учителей в школе В.
 - c Если бы вы были учеником, в какую школу вы хотели бы пойти? Объясните свой выбор.

3.3

Прямая пропорциональность

- Деление величины в заданном отношении.
- Решение текстовых задач с использованием понятия прямой пропорциональности.

Пример 9

Ахмад использует 128 г овсянки, чтобы приготовить 16 штук овсяного печенья. Сколько овсянки ему потребуется, чтобы испечь 24 штуки овсяного печенья?

Решение:

$$16 \text{ штук} \rightarrow 128 \text{ г}$$

$$1 \text{ штука} \rightarrow 128 \div 16 \\ = 8 \text{ г}$$

$$24 \text{ штуки} \rightarrow 8 \times 24 \\ = 192 \text{ г}$$

Ответ: Для приготовления 24 штук овсяного печенья ему потребуется 192 грамма овсяных хлопьев.

Попробуйте!

Дэвид обменял 300 евро и получил 28 500 сомов. Сколько сомов он получит, если обменяет 450 евро?

42 750 сомов

Пример 10

Сара и Назира сложили свои деньги и купили книгу. Они поделили стоимость книги в отношении 4 : 5. Если книга стоит 180 сомов, то сколько каждая из них заплатила?

Решение: Метод 1

Сара	4	$\xrightarrow{20}$	80 сом
Назира	5	$\xrightarrow{20}$	100 сом
Итого:	9	$\xrightarrow{20}$	180 сом
	$\uparrow$		(стоимость книги)
	4 + 5		

Ответ:

Сара заплатила 80 сомов, Назира — 100 сомов.

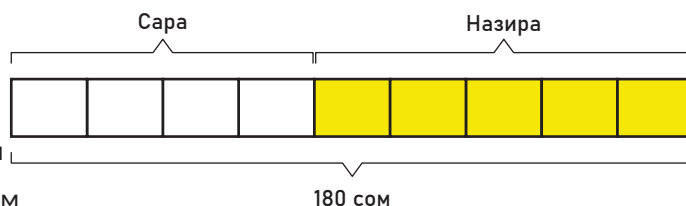
Метод 2

9 частей $\rightarrow$ 180 сом

1 часть $\rightarrow \frac{180}{9} = 20$ сом

4 части $\rightarrow 4 \times 20 = 80$ сом

5 частей $\rightarrow 5 \times 20 = 100$ сом



Ответ:

Сара заплатила 80 сомов, Назира – 100 сомов.

Попробуйте!

Каныкей и Дамир поделили стоимость компьютерной игры в отношении 5 : 6.

Цена игры – 121 сом. Сколько заплатил каждый?

Каныкей заплатила 55 сомов, Дамир – 66 сомов.



Практика 3С

- 1 Фруктовый сок готовится путем смешивания апельсинового и яблочного сока в пропорции 2 : 3. Даше нужно получить 20 л фруктового сока. Сколько литров каждого сока ей нужно использовать?
- 2 Самара и Назира поделили 100 сомов в отношении 2 : 3. Сколько каждая из них получила?
- 3 Айнура обменяла 750 дирхамов ОАЭ и получила 200 долларов США. Сколько стоит 1 дирхам ОАЭ в долларах США? Ответ округлите до ближайшего цента.
- 4 Жолдош использует 240 г муки для приготовления 48 печений с маслом. Сколько муки нужно для приготовления 120 печений?
- 5 Автомобиль А расходует 3 литра бензина на 38 км, а автомобиль В – 2 литра на 25 км. Какой автомобиль вы выберете? Объясните свой ответ.

Рабочая
тетрадь
упражнение
3.3

Две величины находятся в золотом отношении, если отношение большей величины к меньшей примерно равно $1,618 : 1$.

Афинский Акрополь — вершина древнегреческой архитектуры. Построенный в V веке до н.э., этот архитектурный комплекс создан с соблюдением пропорций золотого сечения.

- 1 Нарисуйте прямоугольник, соответствующий золотому сечению.
- 2 Найдите в интернете информацию о том, как золотое сечение используется в повседневной жизни.



Отношение и пропорция

Сравните две величины с помощью отношения

Яблоки : Апельсины
2 : 3

$$\begin{array}{c} \div 3 \\ 6 : 3 = 2 : 1 \\ \div 3 \end{array}$$

Сократите отношение, чтобы упростить

Эквивалентные отношения

$$\begin{array}{l} \times 2 \left(\begin{array}{l} 2 : 3 \\ 4 : 6 \end{array} \right) \times 2 \quad \div 10 \left(\begin{array}{l} 100 : 150 \\ 10 : 15 \end{array} \right) \div 10 \\ \times 2 \left(\begin{array}{l} 2 : 3 \\ 4 : 6 \\ 8 : 12 \end{array} \right) \times 2 \quad \div 5 \left(\begin{array}{l} 100 : 150 \\ 10 : 15 \\ 2 : 3 \end{array} \right) \div 5 \end{array}$$

6 см : 1 м = 6 см : 100 см (переведите в одинаковые единицы измерения)

$$\begin{array}{l} = 6 : 100 \quad (\text{уберите единицы измерения}) \\ = 3 : 50 \quad (\text{разделите на общий делитель}) \end{array}$$

Приведите к одинаковым единицам измерения

Прямая пропорциональность

2 : 3 → Если 2 части составляют 30 сомов, тогда 1 часть составляет:
 $\frac{30}{2} = 15$ сомов.
Значит, 3 части составляют:
 $15 \times 3 = 45$ сомов.

Закрепление главы 3

1 Упростите каждое из данных отношений:

a $25 : 35$

b $8 : 120$

c $9 \text{ м} : 30 \text{ м}$

d $60 \text{ л} : 85 \text{ л}$

e $200 \text{ см} : 30 \text{ см}$

f $5 \text{ кг} : 1\,000 \text{ кг}$

g $7,8 : 4,8$

2 Запишите равное отношение для каждого из данных:

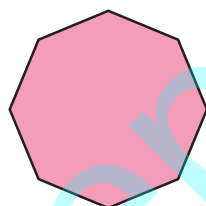
a $4 : 3$

b $6 : 8$

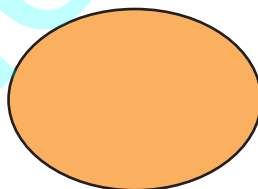
c $6,4 : 1,6$

d $0,01 : 0,02$

3 Найдите отношение площади восьмиугольника к площади овала. Запишите ответ в простейшей форме:



Площадь = 49 см^2



Площадь = 56 см^2

4 Мээрим и ее брат делят бутылку молока в отношении $5 : 7$. Если объем молока составляет 600 мл , сколько получит каждый из них?

5 За месяц аквариум посетили $5\,000$ человек. Отношение количества мужчин и женщин среди посетителей составило $3 : 5$. Сколько было мужчин и сколько женщин?

6 Лента длиной 90 см разрезана на две части в отношении $4 : 6$. Найдите длину меньшего куска.

7 Таня работала 2 полных дня и получила $6\,300$ сомов. Алиса работала 3 полных дня и получила $9\,000$ сомов. Получили ли они справедливую оплату?



8

Отношение яблок к апельсинам в сумке 4 : 5. Лира решила, что в сумке ровно 4 яблока и 5 апельсинов. Правильно ли ее рассуждение? Если нет, какой должен быть вывод?



9

Отношение $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ называют эквивалентным 2 : 3.

Вы согласны? Если нет, исправьте утверждение.

Используйте следующий контрольный список, чтобы проверить, насколько вы поняли материал.

		Вопросы	Балл
1	Сравнение двух величин, используя отношение, и приведение его к простому виду.	1a, b, c, d, e, f, g; 3	8
2	Нахождение эквивалентных отношений.	2a, b, c, d	4
3	Разделение количества в заданном отношении.	4; 5; 6	3
4	Решение задач с использованием прямой пропорциональности.	4; 5; 6; 7	4
		Всего	19