



С. К. Кыдыралиев, А. Б. Урдалетова, Г. М. Дайырбекова

МАТЕМАТИКА

6-класс

окутуу кыргыз тилинде жүргүзүлгөн мектептер үчүн
окуу китеби

*Кыргыз Республикасынын Билим берүү жана
илим министрлиги сунуштайт*

Бишкек
2018

УДК 373.167.1
ББК 22.1 я721
К 97

Эксперт: *пед. и. д., профессор Е. Е. Син*
Консультанттар: *Г. Н. Лебедева, О. Т. Садыкова*

Кыдыралиев С. К., ж. б.

К 97

Математика: 6-кл. Окутуу кыргыз тилинде жүргүзүлгөн мектептер үчүн окуу китеби/С. К. Кыдыралиев, А. Б. Урдалетова, Г. М. Дайырбекова. – Б.: Аркус, 2018. – 280 б., сүрөт.

ISBN 978–9967–31–853–3

Окуу китеби окутуу кыргыз тилинде жүргүзүлгөн мектептердин 6-классы үчүн кабыл алынган предметтик стандартка жана программага ылайык жазылды. Китепте окуучулардын логикасын, чыгармачыл жөндөмдүүлүктөрүн, ой жүгүртүүсүн өркүндөтүүгө багытталган көптөгөн тексттик тапшырмалар жана мисалдар келтирилди.

Шарттуу белгилер:



– Үйдө аткарылуучу тапшырма



– Изилдөө



– Жыйынтыктоочу тапшырмалар



– Чыгармачыл иш

К 4306020500–18

УДК 373.167.1
ББК 22.1 я721

ISBN 978–9967–31–853–3

© Кыдыралиев С. К., Урдалетова А. Б., Дайырбекова Г. М., 2018
© КР Билим берүү жана илим министрлиги, 2018

Кымбаттуу окуучулар!

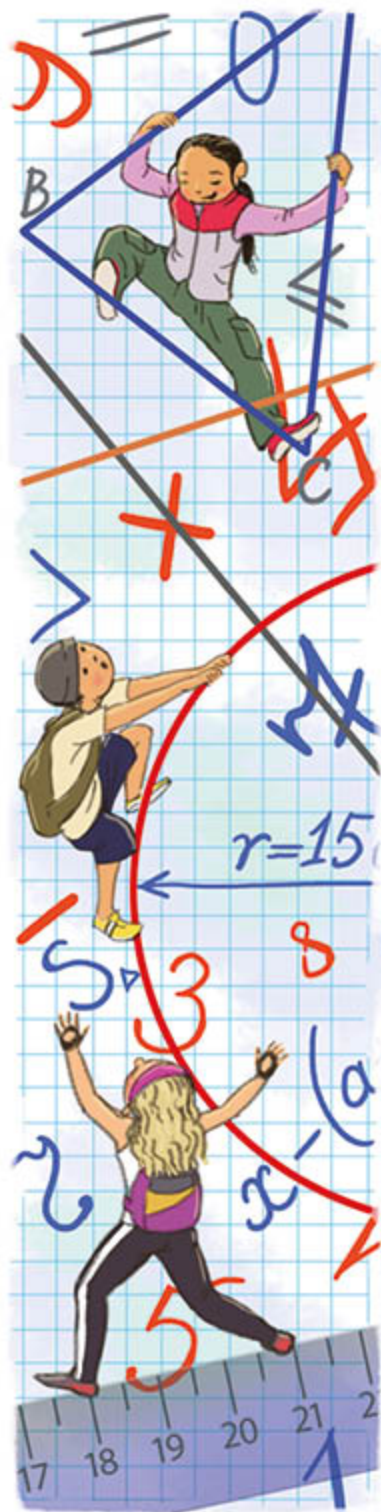
Силер математиканы окууну улантып жатасыңар. Алдыда көп жаңы жана кызыктуу көнүгүүлөргө туш болосуңар. Бул китеп силерге пайдалуу жана кызыктуу, сабактарда жана өз алдыңарча иштөөгө ыңгайлуу болушуна аракеттендик.

Турмушта кезиккен ар кандай маселелерди чечүү үчүн, математиканы колдонууну үйрөнүш үчүн бул китепте көп түрлүү тексттик маселелер берилди.

Ар бир жаңы жагдай өзүнчө пункта жазылып, тиешелүү маселелер берилип, анын чыгарылышы да көрсөтүлдү. Маселеден кийин, ошол сыяктуу чыгарыла турган көнүгүүлөр берилди. Ар бир параграф жыйынтыктоочу тапшырмалар менен аяктайт. Анда параграфтын бардык материалдарын камтыды.

Балдар, силер көнүгүүлөрдү өз алдыңарча иштегенге аракеттенгиле. Өзүңөр чыгарган тапшырмалар эсиңерге жакшы сакталат жана өтө пайдалуу болот.

Улуу ойчул Конфуций: «Ойлонбой окуган адам убакытын текке кетирет», – деген. Бул китеп силерди ой жүгүртүүгө, талдоого, туура чечимдерди кабыл алууга үйрөтөт.



§1. Кайталоо үчүн тапшырмалар



Бул китепти бир нече маселелер менен баштайлы. Аларды каникулдан кийин жаңы окуу жылына даярдануу катары кабыл алгыла. Эгерде айрымдарын чыгара албасаңар эчтеке эмес – аларды бир нече убакыттан кийин кайра дагы бир жолу чыгарып көргүлө.

I. Төмөнкү 12 маселенин ар бирине ООБА, ЖОК же БИЛБЕЙМ деген жооптордун бирин бергиле.

1. Бир дюймда 2,54 см. Анда 100 см^2 16 дюйм квадраттан кичине болору чынбы?

2. Төмөнкү айтылгандар туурабы?

- 1) Бир дециметрде 100 миллиметр бар.
- 2) Грамм центнерден 10 000 эсе кичине.
- 3) Сутканын жарымында 720 мүнөт бар.

3. Вася менен Аида арифметиканы чыгарууда. Вася 1,236 менен 5,414 кошуп, сумманы ондук бөлүктөргө чейин тегеректеди. Ошол эле учурда Аида болсо ал сандарды ондук бөлүктөргө чейин тегеректеп алып, анан аларды кошту. Төмөнкү айтылгандар туурабы?

- 1) Берилген сандардын суммасы 6,64.
- 2) Вася менен Аида бирдей натыйжага келишет.



4. Айсулуу ар бири 15 сомдон турган 3 порция балмуздак жана 32 сом 50 тыйын турган бир литр кефир үчүн сатуучуга 100 сом берди. Төмөнкү айтылгандар туурабы?

- 1) Сатып алынгандардын баасы 77 сом 50 тыйын.
- 2) Айсулууга 23 сом 50 тыйын кайтарылды.

5. Төмөнкү айтылгандар туурабы?

- 1) Каалагандай тик бурчтукту 6 бирдей тик бурчтуу үч бурчтуктарга бөлүп кесүүгө болот.
- 2) Периметри 24 см болгон тик бурчтуктун эң чоң аянты 35 см^2 барабар.

6. Жагы 1 м болгон квадратты жагы 1 дм болгон квадратчаларга бөлүп, аларды тасма түрүндө бири-бирине чапташты. Төмөнкү айтылгандар туурабы?

- 1) Тасманын узундугу 100 дм.
- 2) Квадратчанын аянты 10 см^2 .

7. Төмөнкү айтылгандар туурабы?

- 1) Кубдун 6 граны бар.
- 2) Кубдун 6 чокусу бар.
- 3) Кубдун 16 кыры бар.

8. Моторлуу кайыктын суунун агымы боюнча ылдамдыгы 35 км/саат , суунун агымына каршы ылдамдыгы 25 км/саат . Төмөнкү айтылгандар туурабы?

- 1) Суунун агымынын ылдамдыгы 10 км/саат .
- 2) Моторлуу кайыктын ылдамдыгы 30 км/саат .



9. Дүкөндө дептерлердин 3 түрү жана мукабанын 4 түрү бар. Төмөнкү айтылгандар туурабы?

- 1) Дептерлердин түрлөрүнүн саны мукабалардын түрлөрүнүн санынын 75% ин түзөт.
- 2) «Дептер – мукаба» тоptomун 7 жол менен тандаса болот.

10. Себетте алма, алмурут жана шабдалы, бардыгы 33 жемиш бар. Шабдалыга караганда алмурут 2 эсеге аз, ал эми алма болсо алмурут менен шабдалынын суммасынан 3кө аз. Төмөнкү айтылгандар туурабы?

- 1) Себетте 6 алмурут бар.
- 2) Себеттеги алма шабдалыга караганда эки жарым эсе көп.

11. Автотурист бир кошумча дөңгөлөк алып, төрт дөңгөлөктүү автомобили менен саякатка чыкты. Ал жолдо дөңгөлөктүн ар бири бирдей аралыкты чуркагандай кылып улам алмаштырып турду. Төмөнкү айтылгандар туурабы?

- 1) Автомобиль 8000 км өтсө, анда ар бир дөңгөлөк 6000 км өткөн.
- 2) Ар бир дөңгөлөк 6000 км өтсө, анда автомобиль $10\,000 \text{ км}$ өткөн.

12. Бирдей узундуктагы он беш таякча сүрөттөгүдөй жайгаштырылган.



Беш бирдей квадрат пайда болгудай кылып, эки таякчанын ордун которуп койсо болобу?

II. Кийинки ар бир тапшырмада берилген жооптордун туурасын тандагыла.

13. Берилген туюнтмалардын ичинен кайсынысында 7 цифрасын башка каалагандай цифрага алмаштырганда натыйжа өзгөрүлбөйт?

- 1) $7 + 7 \cdot 7 - 7$; 3) $(7 + 7) : 7 - 7$; 5) $7 + 7 + 7 - 7$.
- 2) $7 - (7 : 7 - 7)$; 4) $7 + (7 : 7 - 7)$;

14. Саат столдун үстүндө циферблаты өйдө карап жатат. Анын мүнөттүк жебеси учурда түштүк-батышка багытталган. Канча мүнөттөн кийин анын мүнөттүк жебеси түштүк-чыгышты көрсөтөт?

- 1) 30; 2) 45; 3) 15; 4) 20; 5) 10.

15. Сегиз орундуу сандын цифраларынын суммасы 7ге барабар. Бул сандын цифраларынын көбөйтүндүсү канчага барабар?

- 1) 0; 2) 4; 3) 7; 4) 8; 5) Аныктоого болбойт.

16. Үй-бүлөдө беш эркек бар: Иван Сидорович, Сидор Иванович, Сидор Петрович, Пётр Сидорович жана Пётр Петрович. Алардын бири азыр терезени карап турат, анын атасы уктап жатат, иниси китеп окууда, ал эми уулдары ойноп кетишкен. Терезени тиктеп турган адамдын аты ким?

- 1) Иван Сидорович; 3) Сидор Петрович; 5) Пётр Петрович.
2) Сидор Иванович; 4) Пётр Сидорович;

17. Эзелки маселе. Булактан чыккан суу 24 мүнөттө челекти толтурат. Бир суткада булактын суусу канча челекти толтурат?

- 1) 40; 2) 28; 3) 72; 4) 60; 5) 50.

18. Сүрөттөгү белгилер сандарды билдирет (бирдей белгилер бирдей санды билдирет).

$$\blacktriangle + \diamond = 5; \quad \blacktriangle - \diamond = 5; \quad \diamond + \blacktriangledown = 7; \quad \blacktriangle + \blacktriangledown = \heartsuit.$$

- 1) 8; 2) 21; 3) 12; 4) 5; 5) 6.

19. Салмагы 2 кг болгон тараза ташы (гиря) менен кыштын салмагынын үчтөн биринин суммасы кыштын салмагына барабар болсо, кыштын салмагы канча килограмм?

- 1) 5; 2) 4; 3) 3; 4) 4,5; 5) 6.

20. 2005-жылдын 1-март күнүн удаалаш өсүүчү үч так сандары менен жазса болот: 01.03.05. Бул кылымда мындай касиетке ээ канча күн болот (жогорудагы мисалды кошкондо)?

- 1) 5; 2) 6; 3) 7; 4) 14; 5) 16.

21. Федя цифраларынын суммасы бирдей үч орундуу эки санды тандап алды. Чоңураак сандан кичирээк санды кемитсе, эң чоң айырма канча болушу мүмкүн?

- 1) 899; 2) 810; 3) 801; 4) 792; 5) 783.

22. Стол үстүндөгү көптөгөн карточкалардын ар биринде 4, 21 же 35 сандарынын бири жазылган. Карточкалардагы сандардын суммасы 640 болушу үчүн, эң аз канча карточканы алуу керек?

- 1) 18; 2) 644; 3) 23; 4) 24; 5) 36.

23. Гепард 15 секундда 250 м чуркай алат.

Анын ылдамдыгы канча?



- 1) 80 км/саат; 3) 60 км/саат; 5) 56 км/саат.
2) 75 км/саат; 4) 45 км/саат;

24. Эгерде эки сандын суммасына алардын айырмасын кошсо, анда төмөнкү жыйынтык келип чыгат:

- 1) алардын суммасынын жарымы; 4) бир сандын жарымы;
2) бул эки сандын бири; 5) эки эселенген эки сандын бири.
3) алардын эки эселенген айырмасы;

25. Дастан кандайдыр бир санды 201ге көбөйтөм деп, бирок анын нөлүн унутуп салып, 21ге көбөйтүп алып, 693 санын алган. Ал кандай натыйжа алыш керек эле?

- 1) 6963; 2) 2903; 3) 1296; 4) 8823; 5) 6633.

26. Цифраларынын суммасы 6га бөлүнө турган бардык сандар өсүү тартибинде жазылган. Мындай катардагы жанаша эки сандын эң кичине айырмасы эмнеге барабар?

- 1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 5; 5) 6.

27. a саны b га караганда эки эсе чоң. b саны a га караганда канча процентке кичине?

- 1) 100; 2) 200; 3) 40; 4) 50; 5) 60.

28. 2012 санынын цифраларын орун алмаштыруудан алынган төрт орундуу сандардын баары өсүү тартибинде жазылган. Мындай катардагы 2012 санына эң жакын жаткан сандардын айырмасы канча?

- 1) 780; 2) 801; 3) 640; 4) 282; 5) 842.

29. Беш оюнда «Пруха» футбол клубу каршылаштарына 3 топ киргизип, өзүнүн дарбазасына 4 топ өткөрүп ийген. Клуб үч оюнду утуп, бир оюнда тең чыгып жана бир оюнда утулган. «Пруха» утулган оюнда эсеп кандай болгон?

- 1) 1:2; 2) 0:2; 3) 0:4; 4) 0:3; 5) 4:2.

30. Шоссе боюнда биринен кийин бири болуп A, B, C, D, E, F жана G айылдары жайгашкан. Таблицада бул айылдардын арасындагы аралыктардын айрымдары берилген (мисалы, B дан E ге чейин 54 км). A дан G га чейинки аралык канча?

A						
	B					
		C				
38			D			
	54		40	E		
94		68			F	
	96			34		G

- 1) 112; 2) 132; 3) 150; 4) 36; 5) 143.

§2. Сан огу. Модулу бар теңдемелер

Бул параграфтан мурдагы өткөндөрдү кайталайбыз, системага салабыз жана түшүнүктөрдү кеңейтебиз.

2.1. Сан огу

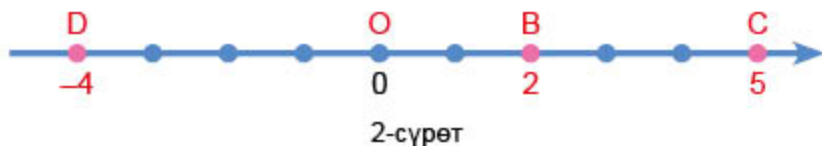
Горизонталдык түз сызыкты алып, ага OA кесиндиси белгилейбиз. Кесиндинин сол жак учун 0 цифрасы менен белгилеп, аны координаттын башталышы дейбиз, ал эми оң жак учун 1 цифрасы менен белгилейбиз. OA кесиндиси бирдик кесинди деп аталат.



$A(1)$ жазуусун A чекитинин 1 координаты бар деп окуйбуз.

Натыйжада сан огун алабыз. Сан огунун ар бир чекитине сан туура келет, ошондой эле, тескерисинче, ар бир сан сан огунун чекитине дал келет.

Мисалы, 0 чекитинен оң тараптан OA эки кесиндиси жайгаштырып, 2 санын туюнткан B чекитин алабыз; беш кесинди жайгаштырып, 5 санын туюнткан C чекитин алабыз.



Координат башталышынан сол тараптагы чекиттер терс сандарды билдирет. 0 чекитинен солго OA төрт кесиндиси жайгаштырып, -4 санын туюнткан D чекитин алабыз. 2 , 5 , -4 сандары ирети менен B , C , D чекиттеринин координаты деп аталат. Булар $B(2)$, $C(5)$, $D(-4)$ деп жазылат.

$S(2,5)$ жазуусу сан огунда S чекитинин $2,5$ координаты бар дегенди билдирет; $T(-7,1)$ жазуусу T чекитинин $-7,1$ координаты бар дегенди билдирет.

Сан огун колдонуу математикалык көптөгөн суроолорго жооп берет. Алардын ичинде сандарды салыштыруу маселеси өтө жөнөкөй чечилет: оңураак жайгашкан сан чоңураак болот. Беш жарым – үчтөн чоң, үчтөн эки – нөлдөн чоң, бир – минус бирден чоң, минус бир жарым – минус төрттөн чоң ж. б.

31. Сан огуна жайгаштыргыла жана сандарды салыштыргыла:

-3 ; 1 ; 2 ; -1 ; 5 .



32. Сан огуна жайгаштыргыла жана сандарды салыштыргыла:

4 ; 6 ; -2 ; -5 ; 0 .

2.2. Сан модульн аралык деп түшүнүү

4,77 жана $-4,77$ сандарын билдирген чекиттер координаттын башталышынан бирдей аралыкта жайгашат. Бул фактыны тактоо үчүн математиктер 4,77 жана $-4,77$ сандары бирдей **абсолюттук мааниге (модулга)** ээ деп айтышат.

Сандын модульнун мааниси – бул санды туюнткан чекиттен координат башталышына чейинки аралык. Демек, абсолюттук маани же башкача айтканда, 4,77 санынын жана $-4,77$ санынын модуль 4,77 санына барабар. Символ катары бул мындайча жазылат: $|4,77| = 4,77$; $|-4,77| = 4,77$.

33. Сандарды сан огуна жайгаштыргыла жана абсолюттук чоңдук боюнча салыштыргыла:

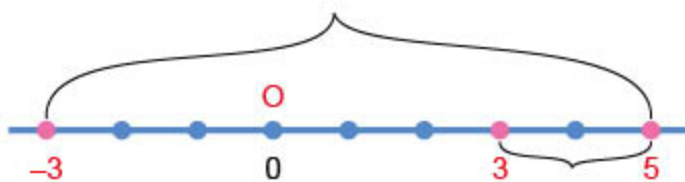
3; -1 ; 2; 1; 5; -3 .

 34. Сандарды сан огуна жайгаштыргыла жана абсолюттук чоңдук боюнча салыштыргыла:

4; -7 ; -2 ; 2; -3 .

2.3. Кесиндинин узундугу

5 жана 3 сандарынын айырмасы бул сандарды туюнткан чекиттердин ортосундагы кесиндинин узундугуна барабар; 5 жана -3 сандарынын айырмасы $5 - (-3) = 8$ ге барабар, бул дагы берилген чекиттердин ортосундагы кесиндинин узундугу.



3-сүрөт

Аталган барабардык төмөндөгү көрүнүштүн тийиндиси: сан огунун **кесиндисиинин узундугу** кесиндинин оң учу болгон чекиттин координаты менен кесиндинин сол учунун координатынын айырмасына барабар.

Демек, эгерде A чекити a координатына, B чекити b координатына ээ болсо, анда AB кесиндисиинин узундугу $b - a$ санына барабар. Символика түрүндө мындайча жазылат: $|AB| = b - a = |a - b|$.

AB кесиндисиинин узундугу ченөөнүн багыттарына Адан B га же B дан A га багынычтуу эмес. Андыктан: $|a - b| = |b - a|$.

35. Учтарынын координаттары берилген кесиндинин узундугун тапкыла.

- а) $A(7,3)$ жана $N(2)$; с) $N(-2,9)$ жана $I(-2)$; е) $U(7)$ жана $N(-2,9)$.
б) $T(-2,2)$ д) $N(-2,9)$ жана $A(7,3)$;
жана $O(0)$;



36. Учтарынын координаттары берилген кесиндинин узундугун тапкыла.

- а) $A(7,3)$ жана $L(-3,3)$; с) $M(-4,9)$ жана $B(-5,4)$;
б) $M(-4,9)$ жана $A(7,3)$; д) $E(-0,23)$ жана $T(-2,2)$.

2.4. Сандын модулу (абсолюттук мааниси)

Ар бир терс санга оң санды туура келтирсе болот: -1 жана 1 ; $-1,5$ жана $1,5$; $-120,97$ жана $120,97$. Мындай оң сан модуль же баштапкы сандын **абсолюттук мааниси** деп аталат.

Оң сандын модулу (абсолюттук мааниси) – ал сандын өзү. Бирдей модулу болгон оң жана терс сандар карама-каршы сандар деп аталат. Нөл санынын модулу нөлгө барабар.

Модуль саны тик таякчалар менен белгиленет.

Мисалы, $-1,5$ сандын модулу $|-1,5|$ деп жазылат.

Жогоруда айтылгандар төмөндөгүдөй берилет:

$$|-1,5| = 1,5, |1,5| = 1,5, |-7651,5| = 7651,5, |1005| = 1005, |0| = 0.$$

37. Сандык туюнтманын маанисин тапкыла.

- а) $|2,1 - 18,5| =$ с) $|-1,15 - 7,4| =$ е) $|10,3 + 11 - 2,74| =$
б) $|50,1 - 87| =$ д) $|-13,5 + 74| =$ ф) $|3,4 + 0,5 + 1,7(-4)| =$



38. Сандык туюнтманын маанисин тапкыла.

- а) $|-21 - 1,8| =$ с) $|11 \cdot 5 - 7,4| =$ е) $|0,3 + 1,1 - 7,4| =$
б) $|5 \cdot 1,1 - 27| =$ д) $|-1,3 \cdot 5 + 4,3| =$ ф) $|3,4 \cdot 5 + 7(-4)| =$

2.5. «Терс» аралык

Маселе



Айгерим машинада 56 км/саат ылдамдык менен баратат. $1,5$ сааттан кийин анын артынан 88 км/саат ылдамдык менен Дамьен жолго чыкты. Дамьен жолдо а) 1 саат; б) $2,2$ саат; с) $4,25$ саат болгондо Айгерим канча километрге көп жүрөт?

Чыгарылышы

Айгерим 1,5 саатта $56 \cdot 1,5 = 84$ км жол жүрөт. Эгерде Дамьен жолдо жүргөн убакытты t деп алсак, анда ал убакытта Дамьен $88t$ километр жол жүрөт, Айгерим болсо $84 + 56t$ км жол басат, Айгерим менен Дамьен жүргөн жолдордун айырмасы: $d = (84 + 56t) - 88t$.

Ошондуктан Дамьен жолго чыккандан 1 саат өткөндө Айгерим

$$d = (84 + 56 \cdot 1) - 88 \cdot 1 = 140 - 88 = 52 \text{ км көп жол жүрөт.}$$

2,2 сааттан кийин Айгерим

$$d = (84 + 56 \cdot 2,2) - 88 \cdot 2,2 = 207,2 - 193,6 = 13,6 \text{ км көп жол жүрөт.}$$

4,25 сааттан кийин Айгерим

$$d = (84 + 56 \cdot 4,25) - 88 \cdot 4,25 = 322 - 374 = -52 \text{ км көп жол жүрөт.}$$

Акыркы натыйжада түшүнүксүз – 52 километр саны чыкты. Ушундай болушу мүмкүнбү? Көрсө, болот экен. Минус белгиси тескери санды билдирет. d чоңдугу биздин тапшырмада Дамьенге салыштырмалуу Айгерим канча километр ашык жол басканын билдирет. Дамьен жолго чыккандан бир сааттан кийин Айгерим 52 километрге ашык жол басты, 2,2 сааттан кийин – 13,6 км ашык жол басты. Ал эми 4,25 сааттан кийин Дамьен Айгеримди кууп өтүп, андан көп жол басат. d чоңдугу Айгерим Дамьенден канча километр аралыкка озгондугун билдирсе, 4,25 сааттан кийин Дамьен Айгеримди кууп өткөндүктөн, ал сан терс болот.

39. Биринчи крандан мүнөтүнө 25 литрден суу жиберип, биринчи бассейнди толтурушту. Экинчи крандан мүнөтүнө 40 литрден суу жиберип, экинчи бассейнди толтурушту. Башында биринчи бассейнде 300 литр суу болгон, экинчисинде суу болгон эмес. Биринчи бассейнде төмөнкү убакытта канча литрге көп суу болгон: а) 5 мүн; б) 8 мүн; в) 21 мүн; г) 32 мүн?



40. А кампасында 190 кг, В кампасында 450 кг ун болгон. Ар бир саатта А кампасындагы унга 70 кг, В кампасындагы унга 50 кг ун кошулуп турган. Төмөнкү убакытта В кампасындагы ун канчага көп: а) 1,5 саат; б) 10 саат; в) 16 саат; г) 19 саат?

2.6. Акча карыз болууну терс сан катары кароо

Маселе

Иван миллионер болууну чечти. Жылына 135 миң сом киреше таап, 8 жылдан кийин кыялындагы чекке жетиш үчүн 40 миң сом калган. Ивандын баштапкы финансылык абалы кандай болгон?

Чыгарылышы

Бир миллиондо миңден миң жолу болору белгилүү. Андыктан 8 жылдан кийин Ивандын $1000 - 40 = 960$ миң сом болгон, ал ушул мезгил аралыгында $135 \cdot 8 = 1080$ миң сом иштеп тапкан. Демек, Ивандын баштапкы финансылык абалы $960 - 1080 = -120$ миң сом болгон.

Терс сандын келип чыгышы баштапкы мезгилде Иван 120 миң сом карыз болгондугун билдирет.

41. Андрей 235 сомго, 172 сомго жана 983 сомго соода кылып, банк карточкасы менен төлөдү. Эгерде соода кылганга чейин карточкасында 1307 сом болсо, ал дагы канча сом кошуу керек?



42. Валентина 681 сом, 672 сом жана 387 сомго соода жасап, банк карточкасы менен төлөдү. Эгерде соода кылганга чейин карточкасында 1493 сом болсо, ал дагы канча сом кошуу керек?

2.7. Берилген аралык боюнча чекиттин координатын аныктоо

Маселе

1. $M(4,2)$ чекитине чейинки аралыгы 3,1 болгон чекиттин координатын тапкыла.

2. $N(-2,3)$ чекитине чейинки аралыгы 3,1 болгон чекиттин координатын тапкыла.

Чыгарылышы

1. Изделүүчү координатты x менен белгилеп, төмөнкү теңдемени алабыз $x - 4,2 = 3,1$.

Мындан $x = 7,3$ келип чыгат. Биз M чекитинин оң тарабындагы чекиттин координатын таптык.

Ошол эле мезгилде M чекитинин сол тарабында да 3,1 аралыгында чекит бар. Анын координатын $4,2 - x = 3,1$ теңдемесин чыгарып табабыз. Андан кийин санды оң жакка көчүрүп: $-x = 3,1 - 4,2$, алуу амалын аткарып, -1 ге бөлүп, $x = 1,1$ деп табабыз.

Ошентип, биз маселенин эки чыгарылышын таптык: $(1,1)$ жана $(7,3)$ чекиттери $M(4,2)$ чекитинен 3,1 аралыкта жайгашкан.

Модуль аралыкты билдиргендиктен каралып жаткан эки теңдемени бириктирип, модулдун жардамы менен бир теңдемеге жазууга мүмкүн:

$$|x - 4,2| = 3,1.$$

2. Тапшырманы модуль менен теңдеме катары жазууга болот: $|x - (-2,3)| = 3,25$. Анын биринчи тамыры: $x - (-2,3) = 3,25$ теңдеменин чыгарылышы, экинчиси: $(-2,3) - x = 3,25$ теңдеменин тамыры.

$x - (-2,3) = 3,25$ болсо, анда $x + 2,3 = 3,25$ болот, андан $x = 0,95$ келип чыгат. $(-2,3) - x = 3,25$ болсо, анда $-x = 3,25 + 2,3$ болот, андан $x = -5,55$ келип чыгат.

Модулдуу теңдеме $|x - a| = b$, өзүнө 2 теңдемени камтыйт: $x - a = b$ жана $-(x - a) = b$. Мында b – терс эмес сан.

43. Теңдеменин тамырын тапкыла.

- a) $|x - 5,12| = 2,01$ c) $|x + 2,37| = 2,21$
b) $|x - 3,21| = 12$ d) $|x + 2,7| = 1,114$

 44. Теңдеменин тамырын тапкыла.

- a) $|x - 1,5| = 0,32$ c) $|x + 3,9| = 8$
b) $|x - 1,45| = 0,7$ d) $|x + 1,43| = 1,29$

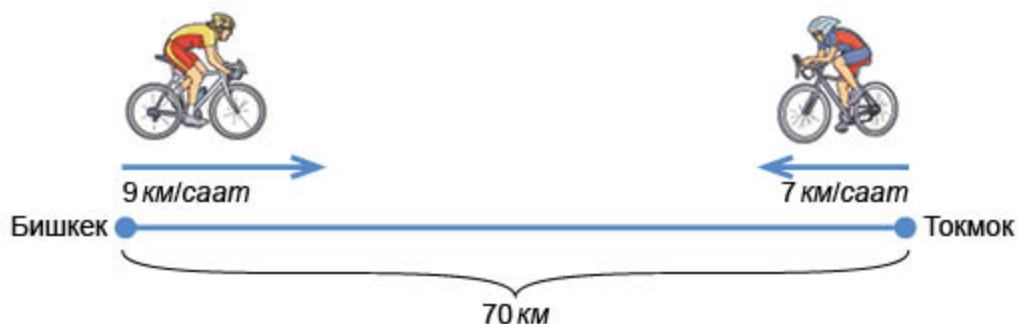
2.8. Жолукканга чейинки жана жолуккандан кийинки аралык

Маселе

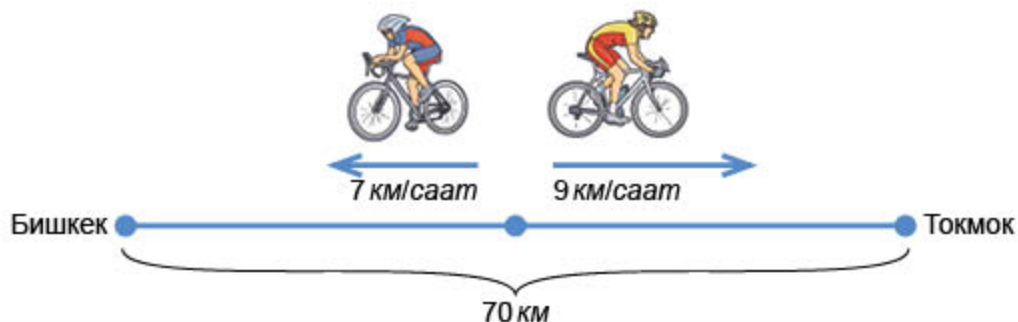
Эки велосипедчен бири-бирин көздөй жолго чыгышты: биринчиси Бишкектен Токмокко 9 км/саат ылдамдыкта, экинчиси – Токмоктон Бишкекке 7 км/саат ылдамдыкта. 3 сааттан кийин экөөнүн ортосундагы аралык канча болот? 5 саат 45 мүнөттөн кийинчи? Бишкек менен Токмоктун ортосу 70 км.

Чыгарылышы

Берилген t убакытта алар $(9 + 7)t = 16t$ км жол баскандан кийин, экөөнүн ортосундагы аралык $(70 - 16t)$ км болот. Демек, 3 сааттан соң экөөнүн ортосундагы аралык $70 - 16 \cdot 3 = 22$ км болот.



5 саат 45 мүнөттө, башкача айтканда, 5,75 саатта, экөөнүн ортосу $70 - 16 \cdot 5,75 = 70 - 92 = -22$ км болот.



22 км чоңдугун кандайча түшүнсө болот?

70 км аралыктан велосипедчендер өткөн аралыкты кемитип салсак, экөөнүн жолугушканга чейинки аралыгын табабыз. Ошондуктан, минус белгиси алар жолугушуп, андан кийин биринен бири 22 км аралыкка алыстап кеткендерин белгилейт.

45. Самандар менен Кумар бирин-бири көздөй сапар алышты: Самандар – Бишкектен Баткенге 69 км/саат ылдамдыкта, Кумар – Баткенден Бишкекке 77 км/саат ылдамдыкта. 5 сааттан кийин экөөнүн ортосундагы аралык канча болот? 8,5 сааттан кийинчи? Бишкек менен Баткендин ортосу 908 км.

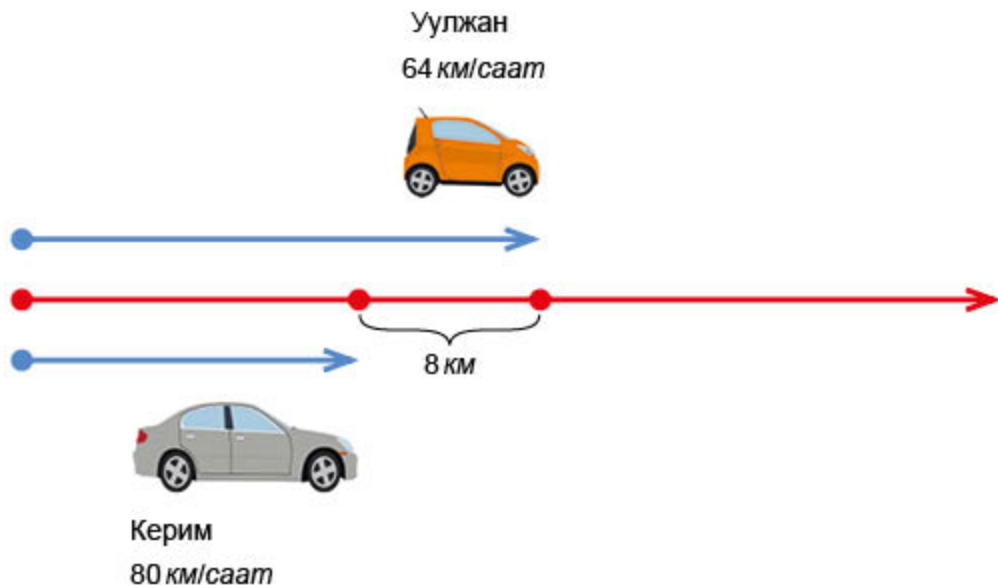


46. Эки турист бири-бирин көздөй жолго чыгышты: биринчиси – Балыкчыдан Кочкорго 4,5 км/саат ылдамдыкта, экинчиси – Кочкордон Балыкчыга 4 км/саат ылдамдыкта. 4 сааттан кийин экөөнүн ортосундагы аралык канча болот? 8,2 сааттан кийинчи? Балыкчы менен Кочкордун ортосу 54 км.

2.9. Аралык аркылуу убакытты аныктоо

Маселе

Уулжан 64 км/саат ылдамдыкта, машина менен үйүнөн чыкты. Анын артынан 1,5 сааттан кийин 80 км/саат ылдамдыгында Керим жолго чыкты. Канча сааттан кийин экөөнүн ортосундагы аралык 8 кмди түзөт?



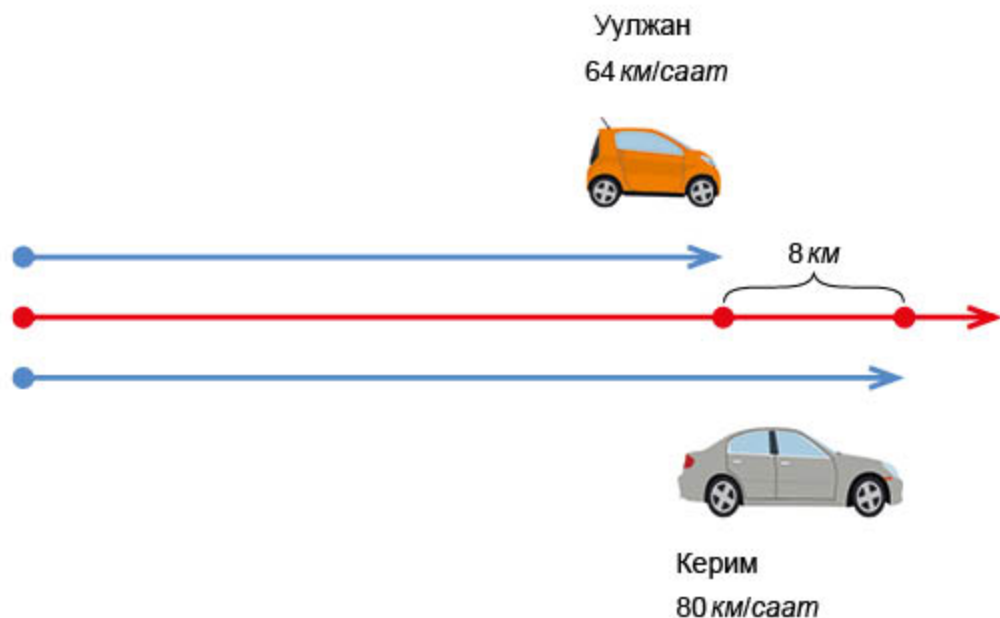
Чыгарылышы

1,5 саатта Уулжан $64 \cdot 1,5 = 96$ км басып өтөт. Эгерде Керимдин жолдо жүргөн убактысын t менен белгилесек, анда Керим басып өткөн аралык $80t$ га барабар болот, ал эми Уулжандын басып өткөн аралык $96 + 64t$ га барабар.

Натыйжада, $(96 + 64t) - 80t = 8$ теңдемесин чыгарып, канча убакыттан кийин Керим Уулжанга 8 км аралыкка жакындарын аныктайбыз:

$$(96 + 64t) - 80t = 8; \quad 96 - 16t = 8; \quad 88 = 16t; \quad t = 5,5 \text{ саатта.}$$

Бирок бул эсептин толук чыгарылышы эмес. Керим тезирээк жүргөндүктөн, ал бир нече убакыттан кийин Уулжандан ашып өтөт да, экөөнүн ортосу кайра 8 кмди түзөт. Тактап айтканда, $80t - (96 + 64t) = 8$.



Бул теңдемени чыгарып:

$$80t - (96 + 64t) = 8; \quad 16t - 96 = 8; \quad 16t = 104; \quad t = 6,5,$$

Керим 6,5 сааттан кийин Уулжандан 8 км алдыда болорун билебиз.

Модуль аралыкты билдирет дегенге таянып, жогорку эки кырдаалды бириктирип, модулдун жардамы менен маселени бир теңдеме катары жазса болот: $|(96 + 64t) - 80t| = 8$.

47. Простоквашино кыштагынан шаарга чейин 54 км. Шаардан Простоквашино кыштагына 35 км/саат ылдамдыкта Шарик поезд менен келатты, ал эми Простоквашино кыштагынан шаарга 25 км/саат ылдамдыкта велосипед менен почтальон Печкин баратты. Канча сааттан кийин экөөнүн ортосундагы аралык 9 км болгон?

 **48.** Гүлмира, 63 км/саат ылдамдык менен үйдөн чыкты. Андан 120 мүнөттөн кийин, 88 км/саат ылдамдык менен, Үсөн чыкты. Канча сааттан кийин экөөнүн ортосундагы аралык 21 кмди түзөт?

2.10. Модулдуу теңдеме

Модулдуу теңдеме $|f(x)| = b$, өзүнө эки теңдемени камтыйт: $f(x) = b$ жана $-f(x) = b$. Мында b – терс эмес сан.

Бул жерде $f(x)$ – көп мүчө. Кийин аныктаманы кеңейтебиз.

Маселе

Теңдемени чыгаргыла:

а) $|2x| = 25$; б) $|3x - 21| = 10,2$; в) $|5x + 27| - 3 = 211$; д) $|x + 2,7| + 13 = 11$.

Чыгарылышы

а) $|2x| = 25$ эки теңдемени камтыйт: $2x = 25$ жана $-2x = 25$. Алардын биринчисинин тамыры: $x = 12,5$; экинчисиники:

б) $3x - 21 = 10,2$ теңдеме, эки теңдемеге ажырайт: $(3x - 21) = 10,2$ жана $-(3x - 21) = 10,2$

Буллардын биринчисин чыгарыш үчүн 21 санын оң жакка которобуз:

$3x = 10,2 + 21$, анан кошобуз: $3x = 31,2$, алынган барабардыкты 3кө бөлүп, $x = 10,4$ санын алабыз.

Экинчисин чыгарыш үчүн кашааларды ачабыз: $-3x + 21 = 10,2$, анан 21 санын оң жакка которобуз: $-3x = 10,2 - 21$, андан соң кемитип: $-3x = -10,8$, -3 кө бөлүп, $x = 3,6$ санын алабыз.

в) Модуль барабардыктын сол жагында калгандай, ал эми сандар оң жагында болгондой кылып, теңдемени өзгөртөбүз: $|5x + 27| = 211 + 3$. Мындан эки теңдемеге ээ болобуз: $5x - 27 = 214$ жана $-(5x - 27) = 214$.

1-чыгарылыш: $5x = 214 + 27$, андан $5x = 241$, мындан $x = 48,2$.

2-чыгарылыш: $-5x + 27 = 21$, андыктан $-5x = 214 - 27$, демек $-5x = 187$, натыйжада $x = 37,4$.

д) 13 санын теңдеменин оң жагына алып чыкканда $|x + 2,7| + 13 = 11$ ал теңдеменин чыгарылышы жок экендиги анык болот. $|x + 2,7| = -2$ теңдемесинин чыгарылышы жок, анткени модуль аралык болгондуктан, ал эч качан терс болбойт.

49. Теңдемени чыгаргыла:

а) $|4x| = 2,5$; б) $|6x - 1,2| = 16,5$; в) $|0,5x + 2| + 1 = 0,1$.



50. Теңдемени чыгаргыла:

а) $|7x| = 24,5$; б) $|5x + 2,1| = 0,2$; в) $|9x + 27| - 4 = 0,5$.

2.11. Түз сызыктардын кесилиши жараткан бурчтар

Бизге белгилүү болгондой, сандар менен сан огунун чекиттеринин ортосунда түздөн-түз байланыш бар. Андан соң тегиздиктеги чекит менен эки сандын

ортосунда да түздөн-түз байланыш орун алат. Аны көрсөтүш үчүн биз эки түз сызыкты колдонобуз. Аларга тиешелүү айрым жалпы түшүнүктөрдү карап чыгалы.

Бир-бири менен эч качан кесилишпеген түз сызыктар **параллель (жарыш)** сызыктар деп аталат. Параллелдүү түз сызыктарда жаткан кесиндилер, интервалдар жана башкалар параллелдүү деп аталышат.

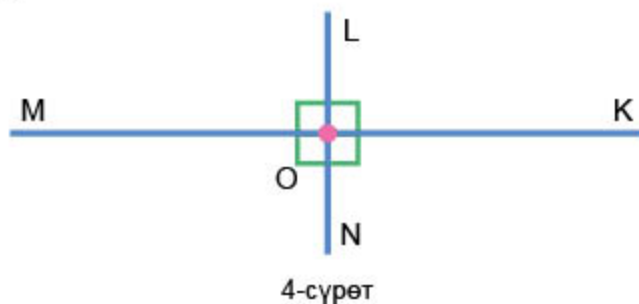
$AB \parallel CD$ жазуусу мындайча окулат: AB түз сызыгы CD түз сызыгына параллель.

Түз сызыктар адатта кичине тамгалар менен белгиленет. Мисалы, $m \parallel n$ жазуусу m түз сызыгы n түз сызыгына параллель дегенди билдирет.

Параллелдүү түз сызыктарды изилдөөлөрдүн кеңири тарыхы бар. Алар геометрияны евклиддик жана евклиддик эмеске бөлүшкөн. Ал жөнүндө толук маалыматтарды кийин жогорку математика курстарынан окуйсүңар. Ал изилдөөлөргө К. Ф. Гаусс, Г. Риман, Н. И. Лобачевский чоң салым кошушкан. Аталган улуу окумуштуулардын катарында Омар Хайямдын ысмы да тургандыгына айрымдар таң калышы мүмкүн. Ырас, ал дүйнөгө таланттуу акын катары таанымал. Ошондой эле ал тарыхка белгилүү математик, астроном катары да белгилүү Омар Хайям мындан 900 жыл мурун түзгөн календарь, биз азыр колдонуп жүргөн календардан так экендиги маалым.

Параллелдүү түз сызыктар сыяктуу эле, перпендикулярдык түз сызыктар да бар.

Эгерде эки түз сызыктын кесилиши 4 бирдей бурчту түзсө, ал түз сызыктар **перпендикулярдуу**, ал эми ар бир бурч **түз бурч** деп аталат. $m \perp n$ жазуусу m түз сызыгы n түз сызыгына перпендикулярдуу дегенди билдирет.

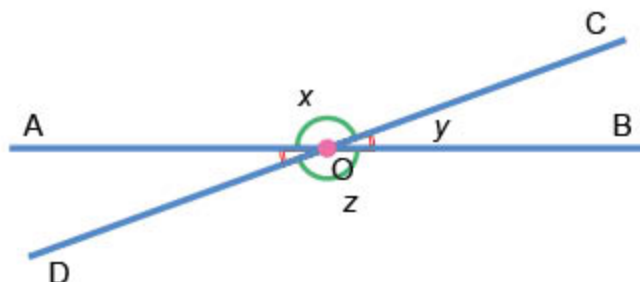


Жалпысынан, кесилишкен түз сызыктар чектеш жана вертикалдуу бурчтарды түзөт.

Эки бурчтун бир жагы жалпы болуп, экинчи жактары түз сызыкты түзсө, анда алар **чектеш бурчтар** деп аталат.

Эки бурчтун чокусу жалпы болуп, ал эми жактары бирин-бири түз сызыкка чейин толуктап турса, алар **вертикалдуу** деп аталат.

О чекити AB жана CD түз сызыктарынын кесилиши болсун.



5-сүрөт

Анда $\angle AOC$ жана $\angle COB$ бурчтары чектеш бурчтар болот. Булардан бөлөк дагы үч түгөй чектеш бурчтар бар. (Аларды атагыла.) Чектеш бурчтардын суммасы 180° барабар.

Ошол эле кезде түз сызыктарынын кесилишинин натыйжасында AB жана CD вертикалдуу эки жуп бурчтарды түзөт. Ал бурчтар $\angle AOC$ жана $\angle BOD$, ошондой эле $\angle COB$ жана $\angle DOA$.

$\angle AOC$ жана $\angle BOD$ вертикалдуу бурчтар бири-бирине барабар экендигин далилдеп берели.

Берилди $\angle AOC = x$, $\angle COB = y$, $\angle BOD = z$. $\angle AOC$ жана $\angle COB$ чектеш бурчтар болгондуктан, $x + y = 180^\circ$. $\angle COB$ жана $\angle BOD$ бурчтары да чектеш. Андыктан: $y + z = 180^\circ$.

Демек, $x + y = 180^\circ$ жана $y + z = 180^\circ$ болгондуктан, $x = z$.

Муну менен биз $\angle AOC$ жана $\angle BOD$ вертикалдуу бурчтары бири-бирине барабар экендигин далилдедик.

Вертикалдуу бурчтар ар дайым бири-бирине барабар экендигине ишенич үчүн $\angle COB$ жана $\angle DOA$ бурчтары бири-бирине барабар экендигин аныктагыла.

Маселе

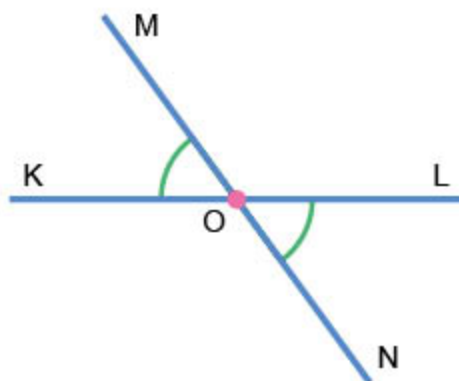
1) О чекити KL жана MN түз сызыктарынын кесилиш чекити. $\angle KOM$ бурчу 54° барабар. $\angle MOL$ жана $\angle LON$ бурчтарынын чоңдугун тапкыла.

2) Эки түз сызыктын кесилишинен пайда болгон эки бурчтун суммасы 92° барабар. Бул эки түз сызыктын кесилишинен пайда болгон бурчтардын бардыгынын чоңдугун тапкыла.

3) U чекити PQ , RS жана TV түз сызыктарынын кесилиши болсун. PUR , RUT , TUQ бурчтарынын катышы $1:3:5$. QUS , SUV жана VUP бурчтарынын чоңдугун тапкыла.

Чыгарылышы

1) KOM жана MOL бурчтары чектеш бурчтар.

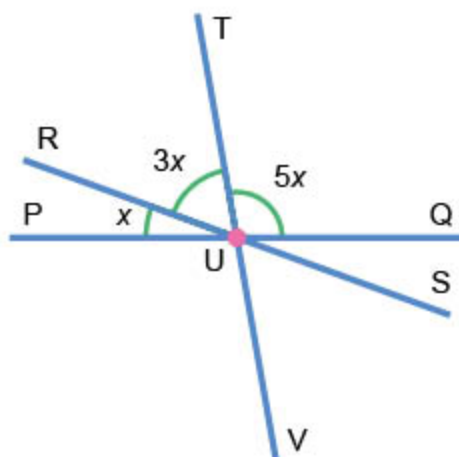


6-сүрөт

Андыктан, $\angle MOL = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$. Ал эми LON бурчу 54° барабар, анткени KOM жана LON бурчтары вертикалдуу.

2) Эки түз сызыктын кесилишинен пайда болгон эки бурч же чектеш, же вертикалдуу. Чектеш бурчтардын суммасы 180° болгондуктан, кеп вертикалдуу бурчтар жөнүндө. Алар бири-бирине барабар болгондуктан, алардын ар бири $92/2 = 46^\circ$ барабар. Демек, калган эки бурчтун ар бири: $180 - 46 = 134^\circ$ барабар.

3) PUR , RUT , TUQ бурчтар биригип, жайылган бурчту түзөт. Ал 180° ка барабар.



7-сүрөт

Бурчтар $1 : 3 : 5$ катнашында тургандыктан, PUR бурчунун чоңдугун x менен белгилеп, $x + 3x + 5x = 180^\circ$ теңдемесин алабыз. Демек, $x = PUR = 180/9 = 20^\circ$. Андан, $RUT = 3 \cdot 20^\circ = 60^\circ$, $TUQ = 5 \cdot 20^\circ = 100^\circ$. Биз QUS , SUV жана VUP бурчтарынын чоңдугун да эсептеп чыктык, себеби алар PUR , RUT , TUQ бурчтарына вертикалдуу. Ошентип, $QUS = 20^\circ$, $SUV = 60^\circ$, $VUP = 100^\circ$.

51. О чекити AB жана CD түз сызыктарынын кесилиш чекити. AOC бурчу 127° барабар. COB жана BOD бурчтарынын чоңдуктарын эсептеп чыккыла.

52. U чекити KL жана MN түз сызыктарынын кесилиш чекити. $5:11$ катнашында болгон KUN жана LUN бурчтарынын чоңдуктарын эсептеп чыккыла.

53. Эки түз сызыктын кесилишинин натыйжасында алынган эки бурчтун суммасы 180° барабар. Бул эки түз сызыктын кесилишинен пайда болгон бардык бурчтардын чоңдуктарын эсептеп чыккыла.



54. О чекити GH , IJ жана IN түз сызыктарынын кесилиш чекити. GOI бурчу 77° . IOH жана HOJ бурчтарынын чоңдуктарын эсептегиле.



55. J чекити EF , GH түз сызыктарынын кесилиш чекити. EJG , GJF бурчтары $3 : 4 : 5$ катнашында жайгашкан. Бул бурчтардын чоңдуктарын эсептеп чыккыла.



56. Эки сызыктын кесилишинин натыйжасында алынган эки бурчтун суммасы 14° барабар. Ушул бурчтардын чоңдуктарын эсептеп чыккыла.



$$t = s : v$$
$$2x + 3y$$
$$1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$$
$$A = Pt$$

1. Абанын температурасы $a^\circ\text{тан } d^\circ\text{ка}$ өзгөрдү. Төмөнкүлөрдөн жаңы температураны аныктагыла:

- a) $a = 31$; $d = 7$; f) $a = 0,5$; $d = 7$;
b) $a = -2$; $d = 6$; g) $a = -2$; $d = 1,17$;
c) $a = 11,2$; $d = 7$; h) $a = -13$; $d = 7,5$;
d) $a = 3$; $d = 5,4$; i) $a = -14$; $d = -4,2$;
e) $a = -4$; $d = 6$; j) $a = -1,5$; $d = -1,6$.

2. Русландын a сому болгон, d сомду короткон. Азыр ал канча сом карыз болгон болот, эгерде:

- a) $a = 260$; $d = 770$; f) $a = 95$; $d = 1732$;
b) $a = 81,2$; $d = 320$; g) $a = 452,5$; $d = 747$;
c) $a = 34$; $d = 720$; h) $a = 81,23$; $d = 1005$;
d) $a = 53$; $d = 65,8$; i) $a = 561,4$; $d = 1100,42$;
e) $a = 214$; $d = 632,5$; j) $a = 2315$; $d = 6714,51$?

3. Төмөнкү чекиттер менен аныкталган кесиндинин узундугун тапкыла:

- a) $L(1,7)$ жана $E(-4,2)$; c) $B(-2,4)$ жана $U(23)$; e) $V(-5,17)$ жана $A(-0,6)$.
b) $N(2,8)$ жана $A(-0,6)$; d) $R(-12)$ жана $O(0)$;

4. Эң кичине үч орундуу натуралдык сан менен ага карама-каршы сандын ортосундагы айырманы тапкыла.

5. -65 тен 62 ге чейинки бардык бүтүн сандардын суммасын эсептеп чыккыла.

6. Теңдемени чыгаргыла.

- a) $|4x - 2| = 24,5$ b) $3 + |5x + 2,1| = 0,7$ c) $|3x + 2,7| - 4 = 0,2$

7. Оштон Жалал-Абадга чейинки аралык 100 км. Оштон Жалал-Абадга 17 км/саат ылдамдык менен Ислам келе жатат, ал эми Жалал-Абаддан Ошко 23 км/саат ылдамдык менен Таалай келе жатат. Канча сааттан кийин алардын ортолорундагы аралык 30 км болот?

8. O чекити GH жана IJ түз сызыктарынын кесилиш чекити. GOI бурчу 143° барабар. IOH жана HOJ бурчтарынын чоңдуктарын эсептегиле.

9. J чекити EF , GH түз сызыктарынын кесилиш чекити. EJG , GJF бурчтары $7 : 17$ катнашта. HJF жана HJE бурчтарынын чоңдуктарын эсептегиле.

10. J чекити EF , GH түз сызыктарынын кесилиш чекити. Мунун натыйжасында пайда болгон үч бурч $3 : 4 : 5$ катнашта турат. Төртүнчү бурчтун чоңдугун эсептегиле.

11. Эки түз сызыктын кесилишинен пайда болгон эки бурчтун суммасы 344° барабар. Ушул бурчтардын чоңдуктарын эсептегиле.

§3. Тегиздиктеги тик бурчтуу координат системасы

3.1. Тегиздиктеги координаттарды аныктоо

Мындан мурун, бүтүн жана бөлчөк сандарды талкуулаганда, түз сызыктын чекиттери менен сандардын арасындагы ылайык келүүлөрдү пайдалануу көп математикалык проблемаларды тактоого жардам берүүсү белгиленген. Бул ылайык келүү маселелердин чыгарылышынын алгебралык жана геометриялык методдорун бириктирүүгө мүмкүндүк берип, математиканын өнүгүүсүнө эбегейсиз чоң салым кошту.

Бул параграфта биз бул мамилени тереңдетебиз жана тегиздиктеги чекитти сандардын жубуна дал келтиребиз.

Тегиздикте тик бурчтуу координаталар системасын кийирүү үчүн OX сандык огун алабыз жана ага координата башталышы болуп саналган O чекити аркылуу OY перпендикулярдуу түз сызыкты өткөрөбүз. OY сызыгында, O чекитинен жогорураак, J чекитин алабыз жана OJ кесиндисиин узундугу бирге барабар деп жарыялайбыз. Ошону менен биз масштаб кийирдик жана J чекитин 1 санына дал келтирдик. Натыйжада, OY түз сызыгындагы ар бир чекитке, OX огундагыдай болуп, кандайдыр бир сан туура келет, бул көрүнүш тескерисинче да болот.

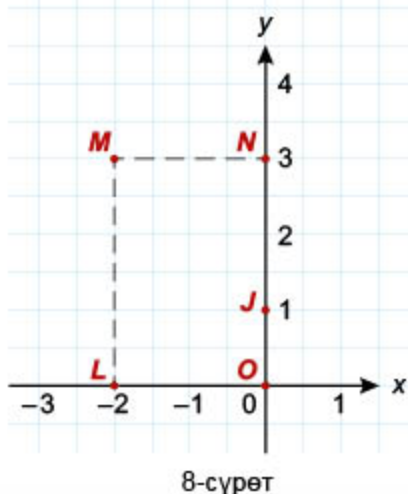
Натыйжа катары, эки сан огуна ээ болобуз: биринчиси – горизонталдык, экинчиси – вертикалдык. Алар тегиздиктин ар бир чекитин сандардын жубу менен – чекиттин координаталары менен дал келтирүүгө мүмкүндүк берет. Бул үчүн M чекитин алабыз жана андан биринчи окко перпендикуляр түшүрөбүз. Перпендикулярдын горизонталдык ок менен кесилишүү чекитине туура келүүчү сан M чекитинин биринчи координатасы болуп саналат. Вертикалдык октун ага M чекитинен түшүрүлгөн перпендикуляр менен кесилишкен чекити экинчи координатаны аныктайт.

Эгерде чекит биринчи түз сызыкта – OX огунда жатса, анда анын экинчи координатасы нөлгө барабар, ал эми OY огунда жаткан чекиттер үчүн биринчи координата нөлгө барабар.

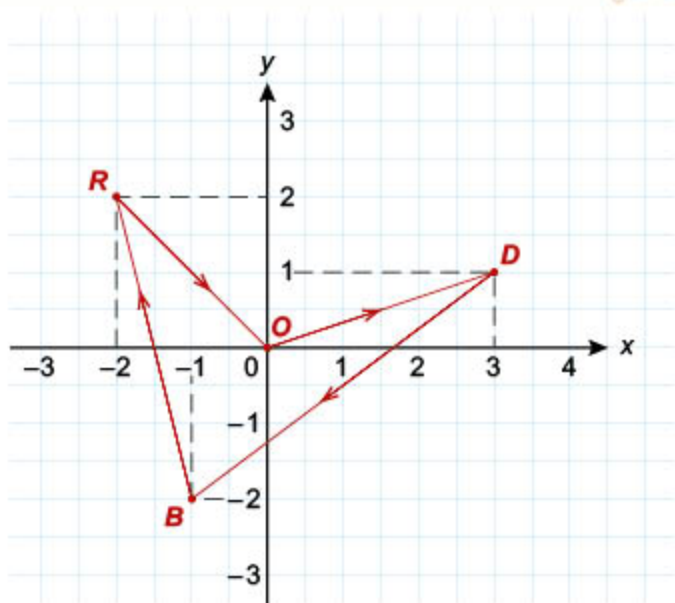
8-сүрөттө, M чекити – 2 жана 3 координаталарына ээ.

Муну төмөнкүдөй түрдө жазуу мүмкүн: $M(-2; 3)$.

Ушундай эле L жана N чекиттерин да жазабыз: $L(-2; 0)$, $N(0; 3)$.



8-сүрөт



9-сүрөт

Маселе

Үйү координаталары $(-1; -2)$ болгон B чекитинде турган Винни-Пух өзүнүн досторунун ахыбалын суроо үчүн барды. Адегенде ал $R(-2; 2)$ чекитинде жашаган Кроликтикинде эртең мененки тамакты ичти. Андан кийин, ал Жапалак үкү менен координаталары $O(0; 0)$ болгон чекитте дүйнөлүк проблемаларды талкуулады. Андан соң ал Иа-Иа эшекке барды жана ага куйругун жоготкондугу үчүн көңүл айтты. Иа-Иадан, $D(3; 1)$ чекитинен, ал үйүнө кайтып келди. (Эгерде силер англис тилин үйрөнүп жатсаңар, анда чекиттерди белгилеген тамгалар тиешелүү сөздөрдүн биринчи тамгалары экендигин жеңил эле көрөсүңөр: Винни-Пух – Аюу – Bear; Кролик – Rabbit; Жапалак үкү – Owl; Эшек – Donkey.)

Винни-Пух чекиттен чекитке түз сызык боюнча кыймылдагандыгын божомолдоп, ал кыймылдаган маршрутун сүрөтүн тартабыз.

57. Көк карышкыр өзүнүн $W(-3; 1)$ чекитинде жайгашкан үңкүрүнөн чыгып, түз басып келип, $H(1; -1)$ чекитинде Кызыл баш кийимченди кезиктирди. Кызыл баш кийимчен менен сүйлөшүп, ал эң кыска жол менен (силер билесиңер, эң кыска жол – бул түз сызык) $G(4; 2)$ чекитинде турган чоң эненин үйүнө чуркады. Карышкырдын маршрутун сүрөттөп көрсөткүлө.



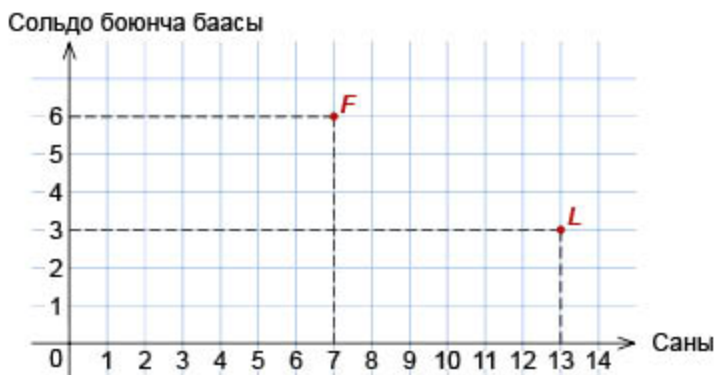
58. Эгерде токой кесүүчүлөр $V(-1; -1)$ чекитинен чыгып, $K(2; 1)$ чекитине келишсе, ал жерден $G(4; 2)$ чекитиндеги чоң эненин үйүнө багыт алышса, токой кесүүчүлөрдүн маршрутун сүрөттөгүлө.

3.2. Тегиздиктеги чекиттердин координаттары

Маселе

Дуремар сүлүктөр (L) жана бакалар (F) менен соода кылат. Анын ишинин натыйжалары сүрөттө чагылдырылган. Аны талдайлы.

F чекити 7 бака 6 сольдо баа боюнча сатылгандыгын көрсөтөт. L чекити Дуремар 13 сүлүктү 3 сольдо баа боюнча саткандыгын айтат.



10-сүрөт

59. Көмөч үч күн май тококторду сатты. F чекити биринчи күндүн, S – экинчинин, T – үчүнчүнүн жыйынтыгын туюнтат. Бул күндөрдүн ар биринде ал канча май токоч жана кандай баа боюнча саткан?

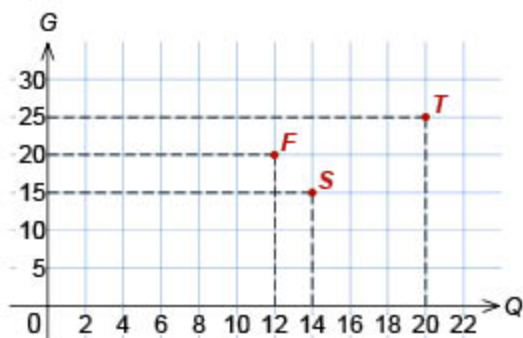


11-сүрөт

60. Түлкү эки күн балык менен соода кылган. Биринчи күндө ал 5 балыкты 4 сомдон, экинчи күндө 7 балыкты 3 сомдон саткан. Бул маалыматты координаталардын тик бурчтуу системасынын жардамы менен графикалык түрдө көрсөткүлө.



61. Координата тегизиндеги чекиттер футболдук чемпионаттын натыйжаларын чагылдырат. F чекити биринчи, S – экинчи жана T – үчүнчү турдун жыйынтыктарын туюнтат. Бул турлардын ар биринде канчадан гол киргизилген жана бул голдорду канча оюнчу киргизген?



12-сүрөт



62. Фермер үч талаасына картөшкө тиккен. Биринчи талаанын аянты 20 га, экинчини – 30 га, үчүнчүнүкү – 45 га. Биринчи талаадан 15 т, экинчиден – 30 т, үчүнчүдөн 20 т картөшкө жыйналды. Бул маалыматты тик бурчтуу координаталар системасынын жардамы менен графикалык түрдө көрсөткүлө.

3.3. Тегиздиктин чекиттерин координаттары аркылуу аныктоо

Маселе

1) Тамгалары төмөнкү координаталарга ээ болгон сөздөрдү окугула:

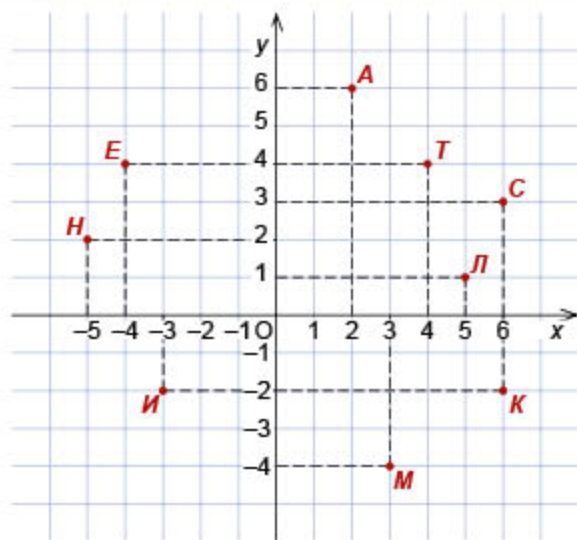
- а) (6; -2) (2; 6) (4; 4) (-4; 4) (4; 4); б) (-3; -2) (4; 4) (2; 6) (6; -2) (2; 6);
 с) (3; -4) (2; 6) (4; 4) (-4; 4) (3; -4) (2; 6) (4; 4) (-3; -2) (6; -2) (2; 6).

2) а) МАНАС; б) АСТАНА сөздөрүн координаталар аркылуу жазгыла.

Чыгарылышы

1а). Биринчи тамганы окуу үчүн OX огу боюнча оңго 6 бөлүккө, андан кийин төмөнгө 2 бөлүккө көчөбүз. Бул жерде K тамгасы турат. 2 бөлүккө оңго жана 6 бөлүккө жогору көчүп, сөздүн экинчи тамгасы – бул A тамгасы экенин аныктайбыз. Ушундай эле жол менен үчүнчү жана бешинчи тамгалар T тамгасы, ал эми төртүнчү тамга – E тамгасы экендигин аныктайбыз.

Натыйжада КАТЕТ сөзү – тик бурчтуу үч бурчтуктун жагынын аталышы келип чыкты.



13-сүрөт

1 б), с). Биринчи пунктта баяндап жазгандай аракетти улантып, 2-пункт-та ИТАКА сөзү – бул Байыркы Греция баатыры Одиссей туулган аралдын аты, ал эми 3-пунктта координаталар аркылуу МАТЕМАТИКА сөзү жазылгандыгын билүү мүмкүн.

2а). МАНАС сөзүн жазуу үчүн сүрөттөн *М* менен белгиленген чекитти табабыз жана тикесинен жогору *ОХ* огуна чейин көтөрүлөбүз. *ОХ* огу менен кесилишүүчү чекит 3 санын аныктайт. Кийин, *М* чекитинен горизонталь боюнча *ОУ* огу менен кесилишкенге чейин барабыз. *ОУ* огу менен кесилишүүчү чекит – 4 санын аныктайт. Ошону менен биз *М* чекитинин координаталары: (3; – 4) болуп жазыларын белгиледик. Андан соң, *А* чекитин табабыз жана андан вертикаль боюнча түшүп, биринчи координатаны: 2ни; горизонталь боюнча жылып, экинчи координатаны: 6ны аныктайбыз. Улантып, *Н* тамгасына туура келүүчү координаталарды: (– 5; 2) жана *С* тамгасына туура келүүчү координаталарды: (6; 3) аныктайбыз.

Ошентип, МАНАС сөзү координаталар аркылуу мындай жазылат: (3; – 4) (2; 6) (– 5; 2) (2; 6) (6; 3).

2б). 2а) пункттагыдай эле, АСТАНА сөзү координаталар аркылуу мындай жазыларын: (2;6) (6;3) (4; 4) (2; 6) (–5; 2) (2; 6) аныктай алабыз.

63. Тамгалары төмөнкү координаталарга ээ болгон сөздөрдү окугула:

- а) (6; –2) (5; 1) (2; 6) (6; 3) (6; 3);
- б) (4; 4) (–4; 4) (6; –2) (6; 3) (4; 4).

64. Сөздөрдү координаталар аркылуу жазгыла:

- а) КИТ; б) СКЕЛЕТ.



65. Тамгалары төмөнкү координаталарга ээ болгон сөздөрдү окугула:

- a) (6; 3) (4; 4) (2; 6) (6; -2) (2; 6) (-5; 2);
b) (4; 4) (2; 6) (5; 1) (2; 6) (6; 3).



66. а) ТЕСТ; б) САНТИМ (эски француз монетасы) сөздөрүн координаталары аркылуу жазгыла.

ОЮН

3.3 пунктунун маселелери кызыктуу оюндун негизи боло алат. Класс бир нече командага бөлүнөт. Мындан кийин 6–7 тамганы тандап алабыз жана аларды координата тегиздигине жайгаштырабыз. Ар бир команда көрсөтүлгөн тамгалардан мүмкүн болушунча көп сөздөрдү түзүүсү жана аларды координаталар аркылуу жазуусу тийиш. Эң көп сөз түзгөн команда утат. Түзүлгөн сөздөрдүн саны барабар болгон учурда сөздөрү узунураак, көбүрөөк тамга пайдаланган команда утат.



3.4. Кыргызстандын картасы жана координат системасы

Маселе

Кыргызстандын картасына координаталардын тик бурчтуу системасы коюлган.



1. Чекитке кайсы шаар туура келгендигин аныктагыла:

- a) (5,3; -0,8); b) (-2,2; -3,9); c) (-3,2; -0,8); d) (-2,4; -4,5).

2. Шаарлардын координаталарын аныктагыла:

а) Бишкек; б) Нарын; с) Баткен.

Чыгарылышы

1а) Координаталары $(5,3; -0,8)$ болгон шаарга түшүү үчүн 5 бөлүккө, дагы бир аз OX огу боюнча оңго (3 ондукка) жылабыз, андан кийин ылдыйга, бир бөлүктөн азыраакка түшөбүз. Натыйжада Ысык-Көл областынын борбору, Каракол шаарында болуп калабыз.

1б) Эгерде OX огу боюнча солго 2 бөлүккө жана дагы бир аз (2 ондукка) жылсак, андан кийин ылдыйга төрт бөлүктөн бир аз азыраакка түшсөк, координаталары $(-2,2; -3,9)$ болгон шаарга түшөбүз. Жалал-Абад шаары аты бирдей областтын борбору.

1с) $(-3,2; -0,8)$ координаталуу шаар бул Талас.

1д) $(-2,4; -4,5)$ координаталуу шаар бул Ош.

2а) Биздин мамлекеттин борбор шаарынын координаталары координата тегиздигинин борборунун: $(0; 0)$ координаталарына туура келет;

2б) Нарын шаарынын координаталарын аныктоо үчүн, аны картадан табабыз. Андан кийин, бул чекит аркылуу өтүүчү вертикалдык сызыктын OX огу менен кесилишинен биринчи координата: 2ни аныктайбыз. Бул чекит аркылуу өтүүчү горизонталдык сызыктын OY огу менен кесилишүүсү экинчи координата: -3 . Демек, Нарын $(2; -3)$ координаталарга ээ;

2с) Баткендин координаталары $(-5,3; -5,5)$.

 **67.** Силердин калк отурукташкан пунктуңардын болжолдуу координаталарын аныктагыла.

68. Координаталардын тик бурчтуу системасы Казакстандын картасына коюлган.



- 1) Төмөнкү чекитке кандай шаар туура келерин аныктагыла:
а) (4; 0); б) (-2,9; -4,8).
- 2) а) Тараз; б) Алматы шаарлар координаталарын аныктагыла.
- 3) Төмөнкү чекитке кайсы шаар туура келерин аныктагыла.
а) (-1,1; -6,7); б) (1,2; -1,5).
- 4) а) Астана; б) Павлодар шаарлар координаталарын аныктагыла.

Эскертүү

Албетте, ар бир өлкө географиялык карталарды өз алдынча түзүп, борбор шаарын координаттын борборуна койсо, анда башаламандык болмок. Бактыга жараша, мамлекеттер бир пикирге келип, өзгөчө, география координаттарын колдонушат. Алар менен кеңирирээк география сабагынан таанышасыңар.

3.5. Тик бурчтуктун аянты

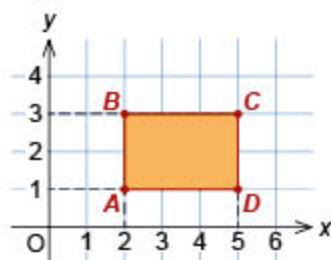
Көп бурчтуктун аянтын эсептөө эң эски жана популярдуу геометриялык маселелердин бири. Координаттарды пайдалануу бул маселени жетишерлик даражада жөнөкөйлөштүрөт. Муну көрсөтөлү.

Маселе

Чокулары $A(2; 1)$, $B(2; 3)$, $C(5; 3)$, $D(5; 1)$ чекиттеринде болгон тик бурчтуктун аянтын эсептегиле.

Чыгарылышы

А чекитинен D чекитине чейинки аралык OX огундагы 2 жана 5 сандарына тиешелүү чекиттердин ортосундагы аралыкка, башкача айтканда $5 - 2 = 3$ кө барабар экендиги түшүнүктүү.



14-сүрөт

Ошондой эле, AB кесиндисинин узундугу OY огундагы 1 жана 3 сандарына тиешелүү чекиттердин ортосундагы аралыкка, башкача айтканда $3 - 1 = 2$ ге барабар.

Биз $ABCD$ тик бурчтуктун узундугу AD жагы, ал эми кеңдиги AB жагы болот деп айтабыз.

Ошондой эле, AD жагы $ABCD$ тик бурчтуктун негизи, ал эми AB жагы анын бийиктиги болот.

Тик бурчтуктун аянты тик бурчтуктун узундугу менен кеңдигинин, башкача айтканда, тик бурчтуктун негизи менен бийиктигинин көбөйтүндүсүнө барабар. Демек, $ABCD$ тик бурчтуктун аянты $3 \cdot 2 = 6$ га барабар.

$ABCD$ тик бурчтугу 6 квадратчадан турат (14-сүрөт), алардын ар биринин аянты бирге барабар экендигин белгилеп коюу керек.

69. Чокулары $E(-2; -3)$, $F(-2; 3)$, $G(5; 3)$, $H(5; -3)$ чекиттеринде болгон тик бурчтукту чийгиле жана анын аянтын эсептегиле.

 70. Чокулары $K(1; -5)$, $L(1; 3)$, $M(5; 3)$, $N(5; -5)$ чекиттеринде болгон тик бурчтукту чийгиле жана анын аянтын эсептегиле.

3.6. Тик бурчтуу үч бурчтуктун аянты

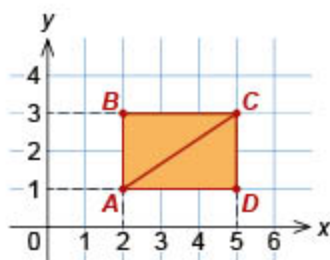
Маселе

$ABCD$ тик бурчтугуна кайтып келип, A жана C чокуларын туташтыралы. Пайда болгон ABC үч бурчтуктун аянты эмнеге барабар?

Тик бурчтуктун карама-каршы чокуларын туташтыруучу кесинди **тик бурчтуктун диагоналы** деп аталат.

Чыгарылышы

Диагональ тик бурчтукту эки тик бурчтуу үч бурчтукка бөлөт. Биздин учурда, бул ABC жана ACD үч бурчтуктары. Бул үч бурчтуктардын аянттары бирдей, ошондуктан ABC үч бурчтуктун аянты ACD үч бурчтуктун аянтына жана $ABCD$ тик бурчтуктун аянтынын жарымына барабар, башкача айтканда $3 \cdot 2 = 6$: $2 = 3$.



15-сүрөт

Тик бурчтуу үч бурчтуктун **аянты** негизи менен бийиктигинин көбөйтүндүсүнүн жарымына барабар.

Тик бурчтуу үч бурчтуктун тик бурчун түзгөн жактар **катеттер**, үчүнчү жагы **гипотенуза** деп аталат.

ABC тик бурчтуу үч бурчтукта AB жана BC жактары – катеттер, AC жагы гипотенуза. Ошондуктан, тик бурчтуу үч бурчтуктун аянты анын катеттеринин көбөйтүндүсүнүн жарымына барабар деп айтсак болот.

71. 69-көнүгүүнүн шарттарында FGH тик бурчтуу үч бурчтуктун аянтын эсептегиле, анын катеттерин жана гипотенузасын атагыла.

72. Чокулары $I(-3; 1)$, $J(2; 1)$, $K(2; -3)$ чекиттеринде жайгашкан тик бурчтуу үч бурчтукту чийгиле, анын аянтын эсептегиле, катеттерин жана гипотенузасын атагыла.

 73. 70-көнүгүүнүн шарттарында KLN тик бурчтуу үч бурчтуктун аянтын эсептегиле, анын катеттерин жана гипотенузасын атагыла.

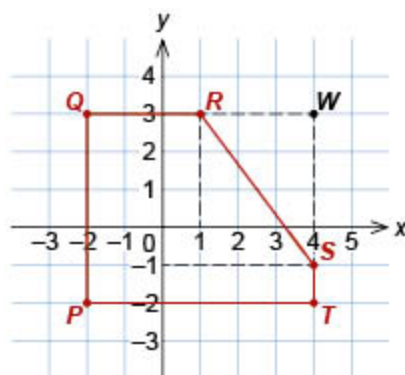
 74. Чокулары $L(-2; -1)$, $M(3; 4)$, $N(3; -1)$ чекиттеринде жайгашкан тик бурчтуу үч бурчтукту чийгиле, анын аянтын эсептегиле, катеттерин жана гипотенузасын атагыла.

Эгерде чокуларынын координаталары белгилүү болсо, көп бурчтуктардын аянттарын эсептөө бир топ эле жөнөкөй маселе болуп каларын биз мындан ары көрсөтөбүз.

3.7. Жактары координат окторуна параллель болгон көп бурчтуктун аянты

Маселе

Чокулары $P(-2; -2)$, $Q(-2; 3)$, $R(1; 3)$, $S(4; -1)$, $T(4; -2)$ чекиттеринде болгон көп бурчтуктун аянтын эсептегиле.



16-сүрөт

Чыгарылышы

$PQRTS$ көп бурчтугунун аянты $PQWT$ тик бурчтугунун жана RWS үч бурчтугунун аянттарынын айырмасы экендигин түшүнүү кыйын эмес.

$PQWT$ тик бурчтугунун аянты: $6 \cdot 5 = 30$;

RWS үч бурчтугунун аянты: $0,5 \cdot 3 \cdot 4 = 6$.

Демек, $PQRTS$ нин аянты: $30 - 6 = 24$.

75. Чокулары $E(-5; -2)$, $F(-5; 4)$, $G(3; -4)$, $H(-1; -4)$, $I(-1; -2)$ чекиттеринде болгон көп бурчтукту чийгиле жана анын аянтын эсептегиле.

 76. Чокулары $A(2; -2)$, $B(2; 4)$, $C(6; 2)$, $D(6; -2)$ чекиттеринде болгон көп бурчтукту чийгиле жана анын аянтын эсептегиле.

3.8. Үч бурчтуктун аянты

Маселе

Чокулары $L(2; 1)$, $M(1; 4)$, $N(8; 2)$ чекиттеринде болгон үч бурчтуктун аянтын эсептегиле.

Чыгарылышы



17-сүрөт

LMN үч бурчтугунун аянтын эсептөө үчүн, аны LMN үч бурчтугунун чокулары аркылуу өткөрүлгөн горизонталдык жана вертикалдык кесиндилер аркылуу түзүлгөн тик бурчтуктун ичине алабыз.

Жыйынтыгында төмөнкүнү алабыз: LMN үч бурчтугунун аянты $PMRQ$ тик бурчтугунун аянтынын жана үч тик бурчтуу: PML , MRN жана LNQ үч бурчтуктардын аянттарынын айырмасы. Бул биз жогоруда көргөндөй, өтө жөнөкөй маселе.

Ошентип, $PMRQ$ тик бурчтугунун аянты: $(8 - 1) \cdot (4 - 1) = 21$;

PML тик бурчтуу үч бурчтугунун аянты: $0,5 (2 - 1) \cdot (4 - 1) = 1,5$;

MRN тик бурчтуу үч бурчтугунун аянты: $0,5 (8 - 1) \cdot (4 - 2) = 7$;

LNQ тик бурчтуу үч бурчтугунун аянты: $0,5 (8 - 2) \cdot (2 - 1) = 3$.

Демек, LMN үч бурчтугунун аянты:

$$21 - 1,5 - 7 - 3 = 9,5.$$

Фигуранын аянтын адатта тиешелүү индекстери менен S тамгасы аркылуу белгилешет. Ошентип, 3.8 маселенин шарттарында, $PMRQ$ тик бурчтугунун аянты S_{PMRQ} , PML үч бурчтугунун аянты S_{PML} , ... , ал эми жоопту табуунун процесси:

$$S_{LMN} = S_{PMRQ} - S_{PML} - S_{MRN} - S_{LNQ}.$$

77. Чокулары $F(5; 1)$, $G(3; -4)$, $H(-1; 2)$ чекиттеринде болгон үч бурчтукту чийгиле жана анын аянтын эсептегиле.

 78. Чокулары $A(-1; -2)$, $B(5; 4)$, $C(6; 2)$ чекиттеринде болгон үч бурчтукту чийгиле жана анын аянтын эсептегиле.

3.9. Төрт бурчтуктун аянты

Маселе

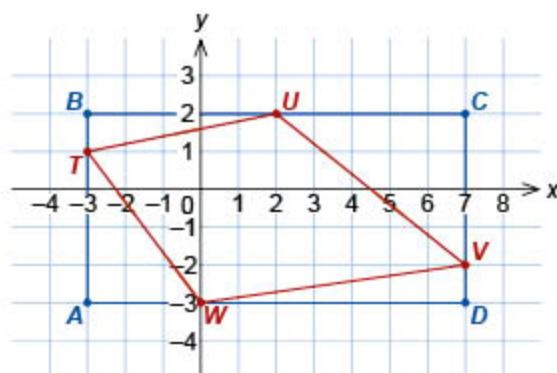
«Каргага Кудай сырдын кесимин жибериптир...»
Крыловдун укмуштуу тамсилдеринин бири ушинтип башталат. Кийинчерээк бул тамсилдеги Түлкү өзүнүн үңкүрүнө чуркап келип, сырдын кесимин координаталык тегиздикке коюп, анын чокулары $T(-3; 1)$, $U(2; 2)$, $V(7; -2)$, $W(0; -3)$ чекиттерде жаткан төрт бурчтук экендигин аныктаптыр. Өлчөө бирдиги сантиметр болгон. Эгерде сырдын бир квадраттык сантиметринин салмагы 7 грамм болсо, анын толук салмагы канча болгон?



Чыгарылышы

$TUVW$ төрт бурчтугунун аянтын LMN үч бурчтугунун аянтын эсептеген сыяктуу эле эсептесе болот экен.

Бул үчүн $TUVW$ төрт бурчтугунун чиймесин тартабыз жана аны жактары горизонталь жана вертикаль болгон $ABCD$ тик бурчтугуна жайгаштырабыз. Андан, $TUVW$ төрт бурчтугун калтырыш үчүн, төрт тик бурчтуу үч бурчтукту четтетүү керек:



18-сүрөт

$$\begin{aligned}
 S_{TUVW} &= S_{ABCD} - S_{TBU} - S_{UCV} - S_{VDW} - S_{ATW} = \\
 &= 10 \cdot 5 - 0,5 \cdot 5 \cdot 1 - 0,5 \cdot 5 \cdot 4 - 0,5 \cdot 7 \cdot 1 - 0,5 \cdot 3 \cdot 4 = 28.
 \end{aligned}$$

Мындан сырдын салмагы $28 \cdot 7 = 196$ грамм болгону келип чыгат.

79. Чокулары $E(-3; 2)$, $F(1; 5)$, $G(3; 4)$, $H(-1; 1)$ чекиттерде болгон төрт бурчтукту чийгиле жана анын аянтын эсептегиле.

 80. Чокулары $A(1; 1)$, $B(5; 4)$, $C(6; 2)$, $D(3; 0)$ чекиттерде болгон төрт бурчтукту чийгиле жана анын аянтын эсептегиле.

3.10. Үч бурчтуктун аянты. Уланды

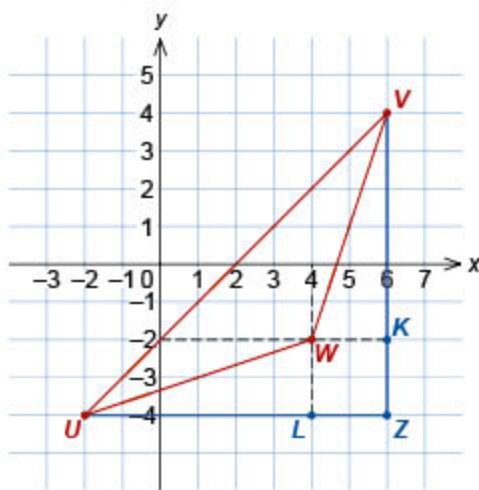
Маселе

Чокулары $U(-2; -4)$, $V(6; 4)$, $W(4; -2)$ чекиттерде болгон үч бурчтуктун аянтын эсептегиле.

Чыгарылышы

Чыгарылышын стандарттык жол менен баштайбыз: UVW үч бурчтугун тик бурчтуу UVZ үч бурчтугуна кийиребиз.

Натыйжада биз $UVWZ$ төрт бурчтугун «четтетүү» керектигин көрөбүз. Эгерде төрт бурчтукту горизонталдык WK кесинди жана вертикалдык WL кесинди өткөрүү аркылуу эки тик бурчтуу үч бурчтукка жана тик бурчтукка бөлсөк, бул маселе өтө эле жөнөкөй чыгарылат.



19-сүрөт

Жыйынтыгында

$$S_{UVWZ} = S_{UWL} + S_{WKZ} + S_{VWK} = 0,5 \cdot 2 \cdot 6 + 0,5 \cdot 6 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 16.$$

$$\text{Демек, } S_{UVW} = S_{UVZ} - S_{UWL} = 0,5 \cdot 8 \cdot 8 - 16 = 32 - 16 = 16.$$

81. Чокулары $E(-2; -2)$, $F(2; 5)$, $G(4; 4)$, $H(3; 0)$ чекиттерде болгон төрт бурчтуктун чиймесин чийип, аянтын эсептегиле.

 82. Чокулары $A(-1; 5)$, $B(3; 3)$, $C(4; 1)$ чекиттерде болгон үч бурчтуктун чиймесин чийгиле жана анын аянтын эсептегиле.

3.11. Көп бурчтуктун аянты

Маселе

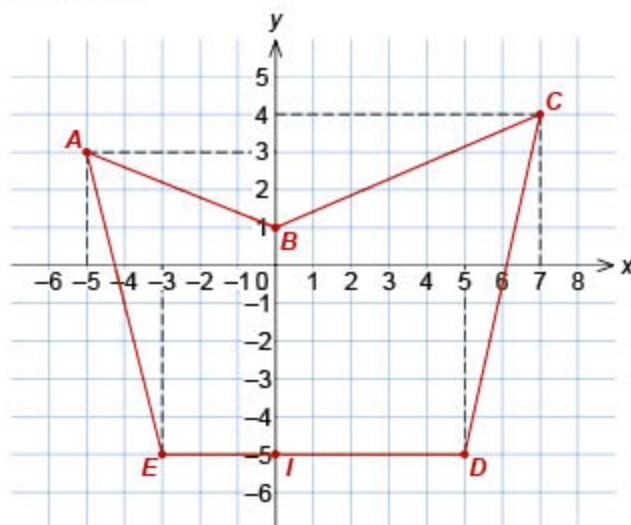
Арстан, Карышкыр жана Коён укмуштуу шоколад плиткасын сатып алышты: ал чокулары $A(-5; 3)$, $B(0; 1)$, $C(7; 4)$, $D(5; -5)$, $E(-3; -5)$ болгон беш бурчтук. Арстан шоколадды BI сызыгы боюнча сындырып, $ABIE$ кесими алгачкы плитканын үчтөн бир бөлүгүнө барабар деп, бул кесимди өзүнө алды. Арстандыкы туурабы?



Чыгарылышы

Жоопту алуу үчүн $ABCDE$ беш бурчтугунун аянтын жана $ABIE$ төрт бурчтугунун аянтын эсептөө керек.

Чыгарылышын стандарттуу баштайбыз: четки чекиттер аркылуу горизонталдык жана вертикалдык кесиндилерди өткөрөбүз жана $ABCDE$ ни $KCFG$ тик бурчтукка кийиребиз.



20-сүрөт

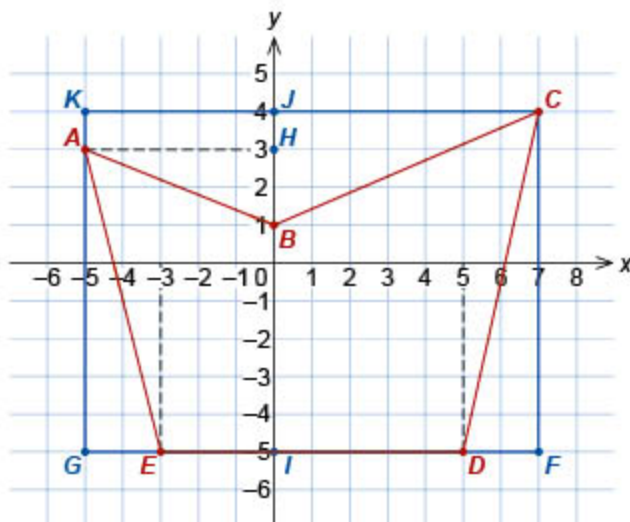
$KCFG$ тик бурчтугу $12 \cdot 9 = 108$ аянтка ээ,

AEG тик бурчтуу үч бурчтугунун аянты $0,5 \cdot 2 \cdot 8 = 8$,

DCF тик бурчтуу үч бурчтугунун аянты $0,5 \cdot 2 \cdot 9 = 9$.

$AKCB$ төрт бурчтугунун аянтын эсептөө үчүн AK кесиндиси өткөрүү жана J чекитин белгилөө мүмкүн. Анда, $0,5 \cdot 2 \cdot 5 = 5$ аянты менен AJB тик бурчтуу үч бурчтугу, $0,5 \cdot 3 \cdot 7 = 10,5$ аянты менен JCB тик бурчтуу үч бурчтугу, $5 \cdot 1 = 5$ аянты менен $AKJH$ тик бурчтугу келип чыгат.

Демек, $AKCB$ төрт бурчтугунун аянты 20,5ке барабар, ал эми $ABCDE$ беш бурчтугунун аянты:



21-сүрөт

$$S_{ABCDE} = S_{KCFG} - S_{AEG} - S_{DCF} - S_{AKCB} = 108 - 8 - 9 - 20,5 = 70,5.$$

$ABIE$ төрт бурчтугунун аянты:

$$S_{AHIG} - S_{AHB} - S_{AEG} = 5 \cdot 8 - 5 - 8 = 27.$$

Ошентип, Арстан өзүнө шоколаддын аянты 27 болгон кесимин алган, ал эми $27 \cdot 3 = 81$ плитканын аянты болгон 70,5ке караганда бир топ эле көп болгондуктан, Арстан өзүнө үчтөн бирден көбүн алган.

83. Чокулары $E(-2; -1)$, $F(-3; 2)$, $G(0; 1)$, $H(6; 2)$ чекиттеринде болгон төрт бурчтукту чийгиле жана анын аянтын эсептегиле.

 84. Чокулары $A(-1; -2)$, $B(-3; 3)$, $C(2; 5)$, $D(5; -1)$, $E(3; 0)$ чекиттеринде болгон беш бурчтукту чийгиле жана анын аянтын эсептегиле.

3.12. Тик бурчтуктун аянтын периметри аркылуу аныктоо

Маселе

Чокулары $U(-4; -2)$, $V(-4; b)$, $W(2; b)$, $Z(2; -2)$ чекиттеринде жаткан, периметри 27ге барабар болгон тик бурчтуктун аянтын эсептегиле.

Чыгарылышы

$UVWZ$ тик бурчтуктун негизи $2 - (-4) = 6$ га барабар. Периметри 27 болгондуктан, бийиктиги $(27 - 2 \cdot 6) : 2 = 7,5$ болот. Ошондуктан, $ABCD$ тик бурчтуктун аянты $6 \cdot 7,5 = 45$ ке барабар.

85. Чокулары $E(e; -7)$, $F(e; -3)$, $G(1; -3)$, $H(1; -7)$ чекиттеринде жаткан, периметри 15ке барабар болгон тик бурчтуктун аянтын эсептегиле.



86. Чокулары $A(2; a)$, $B(2; 8)$, $C(7; 8)$, $D(7; a)$ чекиттеринде жаткан, периметри 40ка барабар болгон тик бурчтуктун аянтын эсептегиле.



87. Ушул параграфта каралган маселелерге окшоштуруп, эки маселе ойлоп тапкыла.

$$VI + IV = X$$

$$P = 2(a + b) \quad 14x = -42$$

$$8 = 2 \times$$

$$11 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$$

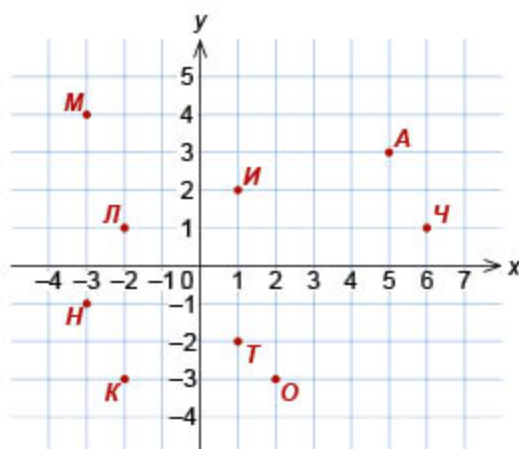


1. 22-сүрөттү колдонуп, тамгалары төмөнкү координаталарга ээ болгон сөздөрдү окугула:

- а) $(-3; -1)$ $(1; 2)$ $(-2; -3)$ $(5; 3)$;
- б) $(-3; 4)$ $(5; 3)$ $(-2; 1)$ $(1; 2)$ $(-3; -1)$ $(5; 3)$;
- с) $(-3; 4)$ $(1; 2)$ $(-2; 1)$ $(5; 3)$ $(-3; -1)$.

2. Төмөнкү сөздөрдү координаталар аркылуу жазгыла:

- а) ЧИТА; б) КЛИНИКА; с) ОТЛИЧНИК; d) ТОКМОК.



22-сүрөт

3. Чокулары $E(-2; -1)$, $F(-2; 2)$, $G(5; 2)$, $H(5; -1)$ чекиттеринде болгон тик бурчтукту чийгиле жана анын аянтын эсептегиле.

4. F чекитин $I(3; -1)$ чекити менен бириктиргенде пайда болгон тик бурчтуу үч бурчтуктун аянтын эсептеп, катеттерин жана гипотенузасын атагыла.

5. F чекитин $J(-5; -2)$ чекити менен бириктиргенде пайда болгон тик бурчтуу үч бурчтуктун аянтын эсептеп, катеттерин жана гипотенузасын атагыла.

6. Чокулары $K(-1; 4)$, $L(-1; 8)$, $M(5; 8)$, $N(5; 4)$ чекиттерде болгон тик бурчтуктун сүрөтүн тарткыла жана анын аянтын эсептегиле.

7. M чекитин $P(-1; 5)$ чекити менен бириктиргенде пайда болгон тик бурчтуу үч бурчтуктун аянтын эсептеп, катеттерин жана гипотенузасын атагыла.

8. M чекитин $R(-3; 4)$ чекити менен бириктиргенде пайда болгон тик бурчтуу үч бурчтуктун аянтын эсептеп, катеттерин жана гипотенузасын атагыла.

9. Чокулары $E(-2; -3)$, $F(-2; 1)$, $G(g; 1)$, $H(g; -3)$ чекиттеринде жаткан периметри 20га барабар болгон тик бурчтуктун аянтын эсептегиле.
10. Чокулары $A(1; 3)$, $B(1; b)$, $C(5; b)$, $D(5; 3)$ чекиттеринде жаткан периметри 21ге барабар болгон тик бурчтуктун аянтын эсептегиле.
11. Чокулары $E(-3; 1)$, $F(2; 3)$, $G(7; -3)$ чекиттеринде болгон үч бурчтуктун аянтын эсептегиле.
12. Чокулары $L(-2; 3)$, $M(5; 5)$, $N(2; 1)$ чекиттеринде болгон үч бурчтуктун аянтын эсептегиле.
13. Чокулары $P(-2; -1)$, $Q(-1; 2)$, $R(4; 4)$ чекиттеринде болгон үч бурчтуктун аянтын эсептегиле.
14. Чокулары $E(-2; 1)$, $F(2; 4)$, $G(5; 1)$, $H(1; -2)$ чекиттеринде болгон төрт бурчтуктун аянтын эсептегиле.
15. Чокулары $K(-2; -2)$, $L(1; 4)$, $M(5; 3)$, $N(3; -1)$ чекиттеринде болгон төрт бурчтуктун аянтын эсептегиле.
16. Чокулары $P(-4; 1)$, $Q(-2; 3)$, $R(7; -1)$, $S(7; -3)$, $T(2; -4)$ чекиттеринде болгон беш бурчтуку чийгиле жана анын аянтын эсептегиле.

§4. Түз пропорциялык көз карандылык. Пропорциялар

4.1. Аралык менен убакыттын байланышы

Маселе

Автомобиль 80 км/саат ылдамдыгы менен баратат. Төмөндө көрсөтүлгөн убакыттын ар биринде ал канча километр аралыкты басып өтөт?: а) 3 саат; б) 4,5 саат; с) 5 саат 15 мүнөт?

Чыгарылышы

а) 3 саатта $80 \cdot 3 = 240$ км.

б) 4,5 саатта: $80 \cdot 4,5 = 360$ км.

с) Алгач мүнөттү саатка которуу керек. Бир саатта 60 мүнөт болгондуктан, 15 мүнөт — бул $15 : 60 = 0,25$ саат. Демек, автомобиль 5 саат 15 мүнөттө $80 \cdot 5,25 = 420$ км басып өтөт. Чыгарылышын $S = 80t$ формуласын колдонуп жалпылоого болот. Мында S – автомобиль басып өткөн аралык, t – убакыт.

Бул формулага убакыттын маанилерин коюп, тиешелүү убакыт ичинде автомобиль канча километр аралык өткөнүн аныктай алабыз.

Мисалы 3 саат 12 мүнөттө автомобиль $80 \cdot 3,2 = 256$ км басып өтөт, анткени 12 мүнөт бул $12 : 60 = 0,2$ саат.

88. Караван бир суткада 45 км жол жүрөт. Төмөндө көрсөтүлгөн убакыттарда ал канча километр басып өтөт?

а) 4 сутка; б) 2,4 сутка; с) 3 сутка жана 6 саат.

 **89.** Спортсмен 420 м/мүн ылдамдыкта чуркайт. Төмөндө көрсөтүлгөн убакытта канча метр чуркайт?

а) 2 мүнөттө; б) 1,45 мүнөттө; с) 3 мүнөт 18 секундда?

4.2. Аралык менен ылдамдыктын байланышы

Маселе

Жамиля күнүнө бир жарым саат басат. Төмөндө көрсөтүлгөн ылдамдыктар менен басса, ал канча километр басып өтөт?

а) 4 км/саат; б) 90 м/мүн; с) 1,4 м/сек?

Чыгарылышы

Бардык жоопторду $S = 1,5v$ формуласын колдонуу менен табууга болот. Мында S Жамиля бир жарым саатта v ылдамдыгы менен басып өтүүчү жолдун узундугу.

Алсак, а) учуру үчүн $S = 1,5 \cdot 4 = 6$ км.

Калган учурлар үчүн ылдамдыкты км/саат менен туюндуруу зарыл.

Мында б) учуру үчүн, ылдамдыкты 60ка көбөйтүп, 1 саатта ал канча метр басканын билебиз: $90 \cdot 60 = 5400$ м/саат. Алынган натыйжаны 1000ге бөлүп, ылдамдыкты км/саатка айландырабыз:

5,4 км/саат. Демек, $S = 1,5 \cdot 5,4 = 8,1$ км.

с) учуру үчүн жогорудагыдай эле ылдамдыкты км/саатка айландырып: $1,4 \cdot 3600 = 5040$ м/саат = 5,04 км/саат, андан $S = 1,5 \cdot 5,04 = 7,56$ км табабыз.

90. Жылдыз курт төмөндө көрсөтүлгөн ылдамдыктар менен сойлосо, ал 30 мүнөттө канча метр аралыкты сойлоп өтөт?

а) 12 м/саат; б) 32 см/мүн; с) 1,7 мм/сек?



91. Төлөбек автомобилде 45 мүнөттүк жүрүш жасады. Эгерде ал:

а) 74 км/саат; б) 925 м/мүн; с) 25 м/сек ылдамдыкта жүрсө,

Төлөбек канча километр жол өткөн?



92. Таблицадагы берилгендерди пайдаланып, эки маселе түзүп, аларды чыгаргыла.

Аралык		
Ылдамдык	88 км/саат	6,7 м/мүн
Убакыт	6 саат 24 мүнөт	45 секунд

4.3. Иш менен убакыттын байланышы

Маселе

Тигүү цехинин эмгек өндүрүмдүүлүгү: бир саатта 5,4 көйнөк. Анда: а) 4 саатта; б) 5 саат 48 мүнөттө; с) 8 сааттык 5 иш күндөн турган 2 жумада канча көйнөк тигилет?

Эскертүү

Бүтүн эмес сандагы көйнөктөрдөн чочубаш керек. Мисалы, бир саатка 5,4 көйнөктөн турган эмгек өндүрүмдүүлүгү 5 жумушчунун 27 көйнөк тикенин түшүндүрөт.

Чыгарылышы

Бардык жоопторду $A = 5,4t$ формуласын колдонуп тапса болот. Мында A аткарылган иштин көлөмү, t – убакыт.

Анда а) учуру үчүн $A = 5,4 \cdot 4 = 21,6$ көйнөк тигилет.

Калган учурлар үчүн берилген убакытты жумушчу саатка айлантуу керек.
 б) учуру үчүн 48 мүнөт – бул $48 : 60 = 0,8$ саат, анда $A = 5,4 \cdot 5,8 = 31,32$ көйнөк тигилет.
 с) учуру үчүн жумушчу күнүнүн саны $2 \cdot 5 = 10$ болот, анда $10 \cdot 8 = 80$ жумушчу саат болот, демек $A = 5,4 \cdot 80 = 432$ көйнөк тигилет.

93. Жумушчу бир саатта 10,2 буюм жасайт. Ал: а) 2,5 саат; б) 4 саат 6 мүнөт ичинде канча буюм жасайт?

94. Тракторчу 6 саат 30 мүнөт иш жасады. Эгерде анын эмгек өндүрүмдүүлүгү а) 8,2 га/саат; б) 11 га/саат болсо, анда ал канча гектар жер айдаган болот?

 **95.** Экскаваторчу бир саатта 7 метр 3 дециметр арык казат. Ал: а) 8 саатта; б) 3 саат 15 мүнөттө канча метр арык казат?

 **96.** Машинка басуучунун эмгек өндүрүмдүүлүгү: а) 15 бет/саат; б) 22,1 бет/саат болсо, ал 7,6 саатта канча бет текст баскан?

 **97.** Таблицадагы берилгендерди пайдаланып, эки маселе түзгүлө жана аларды чыгаргыла.

Жумуш		
Өндүрүмдүүлүк	8,7 юбка/саат	6 стол/ бир ай
Убакыт	6 саат 9 мүнөт	1 квартал жана 2 ай

4.4. Терезелердин жыртыктарын чаптоодон болгон үнөмдөө

Маселе

Эгерде терезелердин жыртыктары кышкыга жакшы чапталса, жылытууга кеткен каражат 15%ке үнөмдөлөрүн Марина аныктады. Чапталбаган учурда жылытууга кеткен каражат:

а) 4250 сом; б) 5408 сом 8 тыйын болсо, анда канча сом үнөмдөө мүмкүн?

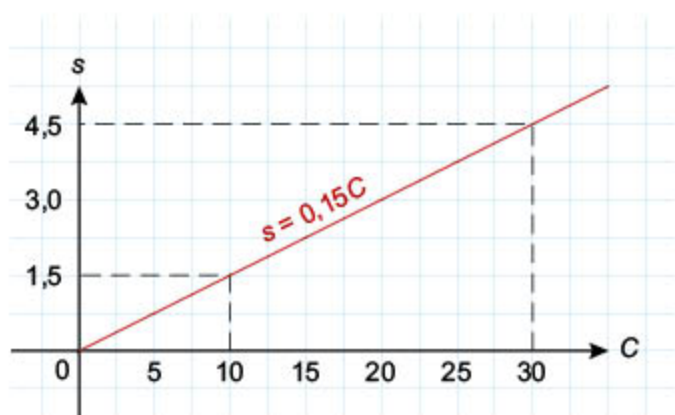
Чыгарылышы

Бир процент сандын жүздөн бир бөлүгү экенин эске салалы. Анда, маселени Чыгарылышында берилген сандын жүздөн 15ин табуу керек болот, б. а. 0,15ге көбөйтөбүз.

Демек, а) учуру үчүн: $0,15 \cdot 4250 = 637,5$ сом;

б) учуру үчүн $0,15 \cdot (5408 \text{ сом } 8 \text{ тыйын}) = 0,15 \cdot 5408,08 = 811,212$ сом болот.

Эсептөөнү $s = 0,15C$ формуласы аркылуу жалпылоого болот, мында s үнөмдүн чоңдугу, C тамгасы менен терезе чапталбагандагы жылытууга кетчү каражат белгиленген.



23-сүрөт

98. Терезелер жана эшиктер кышкыга жакшы чапталса, жылытууга кеткен каражат 18%ке үнөмдөлөрүн Стёпа эсептеп чыккан. Чапталбаган учурда жылытууга кеткен каражат:

а) 3500 сом;

б) 6240 сом 75 тыйын болсо, канча сом үнөмдөө мүмкүн?

99. Жаңы кир жуучу машина кир жуучу порошокту 25%ке үнөмдөрүн Динура аныктады. Эгерде ар бир айга порошокко кеткен чыгым:

а) 340 сом;

б) 620 сом 40 тыйын болсо, жарым жылда канча сом үнөмдөлөт?

4.5. Түз пропорциялык көз карандылык

4.1–4.4-пункттардагы айтылгандарда сырткы айырмачылык болгон менен, сөз бир эле нерсе жөнүндө болуп жатканын байкасаңар керек. Андагы жагдайларды жалпылап көрөлү.

Эки чоңдук биринин маанисинин өзгөрүүсү менен экинчисинин мааниси дагы бир нече эсе өзгөрүлө тургандай болуп өз ара байланышта турса, анда мындай чоңдуктар түз **пропорциялуу чоңдуктар** деп аталат.

Формула тилинде:

x жана y чоңдуктарынын арасындагы түз пропорциялуу көз карандылыкты

$$y = ax \quad (1)$$

формуласы менен туюнтууга болот, мында a – **түз пропорциялык көз карандылыктын коэффициентти** деп аталган кандайдыр бир сан.

Маселе



Кандайдыр бир товарды сатуудан түшкөн жалпы акча $R = p \cdot q$ формуласы менен табылат, мында: R – киреше,

p – товардын баасы, q – товардын көлөмү. Бул жерде түз пропорциялык көз карандылык орун алабы?

Чыгарылышы

Эгерде товардын баасы берилсе, мисалы, бир даана балмуздак 20 сом болсо, сатуучунун андан алынган кирешеси $R = 20q$ формуласы менен табылат, б.а. жогорудагы (1) формуласы колдонулат. Бул жерде y ордунда R , a ордунда 20, x ордунда q турат.

Демек, баа туруктуу болгондо сатуучунун товардан тапкан кирешеси менен сатылган товардын санынын арасында түз пропорциялык көз карандылык орун алат.

Ушул сыяктуу эле, эгерде сатуучу бирдей көлөмдөгү товарды ар түрдүү баа менен сата турган болсо, сатуучунун товардан тапкан кирешеси менен анын баасынын арасында түз пропорциялык көз карандылык орун алат. Мисалга, Шабдан ар жумада 3төн компьютер сатсын дейли.

Анда $R = 3p$. Бул (1) формуласынын негизинде, y ордуна R , a ордуна 3, x ордуна p жазылган.

100. $A = P \cdot t$ формуласын ала турган болсок, бул учурда түз пропорциялык көз карандылыктын кайсы түрү орун аларын аныктагыла. A деп t убакыт ичинде аткарылган иштин көлөмү белгиленет, P – эмгек өндүрүмдүүлүгү



101. $S = v \cdot t$ формуласын ала турган болсок, бул учурда түз пропорциялык көз карандылыктын кайсы түрү орун аларын аныктагыла. Мында t – убакыт ичинде өткөн аралык, ал эми v – ылдамдык деп белгиленет.

4.6. Пропорция

Бир санды экинчи санга бөлүүдөгү тийинди ошол эле учурда алардын **катышы** деп да аталат.

Демек, **тийинди** жана **катыш** бирдей түшүнүктөр болуп эсептелет. Ошондуктан тийинди деп бөлүүнүн натыйжасы болгон санды айтабыз. Ал эми эки сандын арасындагы бөлүү белгиси катыш деп да аталат.

Пропорция деп бири-бирине барабар эки катышты айтабыз. Пропорциянын жалпы белгиси:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ же } a : b = c : d.$$

Пропорция төрт мүчөдөн турат. Биринчи жана акыркысы, б. а. a жана d четкилери, ал эми b жана c ортоңку мүчөлөрү деп аталат.

Пропорциянын мисалдары:

$$\frac{3}{8} = \frac{9}{24}; 6 : 25 = 24 : 100; 16 \text{ кг} : 5 \text{ кг} = 48 \text{ сом} : 15 \text{ сом}.$$

Маселе

Төмөнкү катыштар пропорция болобу?

- а) $4 : 2$ жана $7,2 : 3,6$;
- б) $5,05 : 101$ жана $4,8 : 960$;
- в) $1,23 : 4,56$ жана $7,89 : 29,33$;
- г) $11 : 14$ жана $77 : 98$.

Чыгарылышы

а) Болот, анткени $4 : 2 = 2$ жана $7,2 : 3,6 = 2$.

б) Жок, анткени $5,05 : 101 = 0,05$ менен $4,8 : 960 = 0,005$.

в) Сол жактагы катыш $1,23 : 4,56 = 0,269...$ чексиз ондук бөлчөк болгондугуна байланыштуу эсептөөнү түз эле жүргүзүү татаал болот. Ал эми оң жагы деле ушундай болот: $7,89 : 29,33 = 0,269...$ Бөлүүнү улантуу менен сол жагы оң жагынан чоң экенин байкайбыз.

Мындай жана башка учурларды текшерүү үчүн пропорциянын негизги касиетин колдонуу ыңгайлуу:

$a : b = c : d$ болгондуктан, $a \cdot d = b \cdot c$ алабыз. Тактап айтканда, пропорциянын четки мүчөлөрүнүн көбөйтүндүсү ортоңку мүчөлөрүнүн көбөйтүндүсүнө барабар.

Демек, пропорциянын негизги касиетин колдонсок, эгерде

$$1,23 \cdot 29,33 = 4,56 \cdot 7,89 \text{ болсо,}$$

анда $1,23 : 4,56$ жана $7,89 : 29,33$ катыштары пропорция болот.

Бирок бул катыштар пропорция болбойт,

$$\text{анткени } 1,23 \cdot 29,33 = 36,0759,$$

$$\text{ал эми } 4,56 \cdot 7,89 = 35,9784.$$

Эскертүү

Көбөйтүндүлөр бири-бирине барабар болбосун билиш үчүн көбөйтүүнү дайыма толук аткаруунун кажети жок. Мисалы, жогоруда, биринчи көбөйтүндү 9 менен, экинчиси 4 менен аяктарын байкоо жетиштүү.

d) $11 \cdot 98 = 1078$ жана $14 \cdot 77 = 1078$ болгондуктан, пропорциянын негизги касиетинин негизинде бул катыштар пропорцияны түзөт.

102. Катыштар пропорция түзөрүн текшергиле:

a) $6,04 : 3,02$ жана $17,2 : 34,4$

c) $1,3 : 0,7$ жана $39 : 21$

b) $16,5 : 1,1$ жана $48 : 3,2$

d) $11 : 1,4$ жана $70,714 : 9$



103. Катыштар пропорция түзөрүн текшергиле:

a) $41 : 0,2$ жана $738 : 3,6$

c) $1,2 : 9$ жана $4,4 : 33$

b) $53,52 : 0,4$ жана $4014 : 30$

d) $110 : 194$ жана $7371 : 13000$

4.7. Пропорция түрүндө берилген жөнөкөй теңдеме



104. Сол жактары бирдей болгон эки пропорция түзгүлө.

Мисалы, $1,2 : 4,5 = 4 : 15$ жана $1,2 : 4,5 = 6 : 22,5$.

Бул пропорциялардын оң жактары жөнүндө эмне айталасыңар?

Байкоону жалпы түрдө жыйынтыктагыла.

Маселе

Теңдемелерди чыгаргыла:

a) $\frac{x+2}{4} = \frac{7}{5}$; b) $\frac{5}{0,3} = \frac{2x-7}{6}$.

Чыгарылышы

Берилген ар бир теңдеме пропорция түрүндө жазылган. Ошондуктан ага пропорциянын негизги касиетин колдонуу орундуу болот.

а) $\frac{x+2}{4} = \frac{7}{5}$ пропорциясынан $(x+2) \cdot 5 = 4 \cdot 7$ теңдеме чыгат.

Кашааны ачып: $5x + 10 = 28$, окшош мүчөлөрдү топтоп: $5x = 18$ болорун алабыз.

Текшерүү үчүн x тин маанисин пропорцияга коёлу: $x = 3,6$.

$$\frac{3,6+2}{4} = \frac{5,6}{4} = 1,4.$$

Ошондой эле анын оң жагы дагы $7 : 5 = 1,4$ болгондуктан, теңдеме туура чыгарылганын көрөбүз.

б) $\frac{5}{0,3} = \frac{2x-7}{6}$ пропорциясынан $5 \cdot 6 = 0,3(2x-7)$ теңдеме чыгат.

Кашааны ачып: $30 = 0,6x - 2,1$, окшош мүчөлөрдү топтоп: $0,6x = 32,1$;

$x = 53,5$ болорун алабыз.

Текшерүү үчүн $x = 53,5$ ти $5 \cdot 6 = 0,3(2x-7)$ теңдемесине коюп, $30 = 0,3(2 \cdot 53,5 - 7)$; $30 = 0,3(107 - 7)$ алабыз.

105. Теңдемелерди чыгаргыла.

а) $\frac{2}{3-x} = \frac{4}{11}$; б) $\frac{13}{0,5} = \frac{12x-10}{16}$.

 **106.** Теңдемелерди чыгаргыла.

а) $\frac{x+2,1}{0,4} = \frac{1,7}{5}$; б) $\frac{5,1-3x}{9} = \frac{2,3}{6}$.

 **107.** Ой жүгүртүүнүн негизинде, $\frac{237,89 - 1289,78}{34569} = \frac{x}{345,65} \cdot 6256$ теңдеменин тамыры оң болбосун аныктагыла.

4.8. Пропорция түрүндө берилген теңдеме

Маселе

Теңдемелерди чыгаргыла:

а) $\frac{2,8}{4-3x} = \frac{7}{31}$; б) $\frac{2x+21}{14-2x} = \frac{7}{3}$.

Чыгарылышы

Бул учурларда да пропорциянын негизги касиетин колдонуу орундуу.

а) $\frac{2,8}{4-3x} = \frac{7}{31}$ пропорциясынан $2,8 \cdot 31 = (4 - 3x) \cdot 7$ теңдеме чыгат. Кашааны ачып: $86,8 = 28 - 21x$, окшош мүчөлөрдү топтоп: $21x = -58,8$ $x = -2,8$ болорун алабыз.

б) $\frac{2x+21}{14-2x} = \frac{7}{3}$ пропорциясынан $(2x + 21)3 = (14 - 2x)7$ теңдеме чыгат. Кашааны ачып: $6x + 63 = 98 - 14x$, окшош мүчөлөрдү топтоп: $6x + 14x = 98 - 63$; $20x = 35$ — $x = 1,75$ болорун алабыз.

Бул табылган хтин маанисин $(2x + 21)3 = (14 - 2x)7$ теңдемесине коюп, керектүү эсептөөлөрдү жүргүзүп:

$$(2 \cdot 1,75 + 21)3 = (14 - 2 \cdot 1,75)7; (3,5 + 21)3 = (14 - 3,5)7;$$

$$24,5 \cdot 3 = 10,5 \cdot 7; 73,5 = 73,5, \text{ теңдеме туура чыгарылганын көрөбүз.}$$

108. Теңдемелерди чыгаргыла.

$$\text{а) } \frac{4x}{5} = \frac{7}{8}; \quad \text{б) } \frac{8}{3} = \frac{19}{3-11x}; \quad \text{в) } \frac{2-3x}{11+2x} = \frac{7}{2}.$$

 109. Теңдемелерди чыгаргыла.

$$\text{а) } \frac{11}{16x} = \frac{2}{5}; \quad \text{б) } \frac{18}{1+5x} = \frac{4}{3}; \quad \text{в) } \frac{12x+1}{4-3x} = \frac{50}{-4}.$$

4.9. Түз пропорциялык көз карандылык жана пропорция



Маселе

Санал 14 футболканы 4760 сомго саткан. Ал дагы ушундай 9 футболка сатса канча сом табат?

Чыгарылышы

Бул маселе оңой эле чыгарылат: биринчиден, футболканын баасын табалы: $4760 : 14 = 340$ сом, андан кийин 9 футболканы саткандан түшкөн кирешени табабыз: $340 \cdot 9 = 3060$ сом.

$4760 : 14$ жана $3060 : 9$ сандарынын катышы бир эле санга барабар, демек, алар пропорция түзөт.

Мында таң калыштуу эч нерсе жок. Футболкаларды саткандагы түшкөн акча менен сатылган футболкалардын санынын арасында түз пропорциялык көз карандылык орун алган, ал $R = 340q$ формуласы менен туюнтулат. Демек, товарды саткандагы түшкөн акча менен товардын санынын ортосунда

ар дайым бир эле сан бар $\frac{R}{q} = 340$. Ошондуктан киреше менен товардын санынын ортосундагы катыш, товардын башка санынан түшкөн киреше менен ага туура келген товардын санынын катышы пропорцияны түзөт.

Маселе

Асел 126 сомго 7 порция балмуздак сатып алды. Ал 11 порция үчүн канча сом төлөйт?

Чыгарылышы

Бул жерде пропорция болорун эске алып,

$$\frac{126}{7} = \frac{x}{11}$$

теңдемесин алабыз. Анда: $126 \cdot 11 = 7x$ жана $x = 1386 : 7 = 198$ болот.

110. Бир калыпта баскан Оля 798 м аралыкты 63 м/мүн ылдамдыкта өттү. 84 м/мүн ылдамдык менен жүргөн Коля ушул эле убакытта канча метр жолду басат?

111. Парикмахерлер 3 саатта 26 адамды тейлейт. Алар 2 саат 6 мүнөттө канча адамды тейлей алат?



112. Бир калыпта баскан Олег 798 м аралыкты 7 мүнөттө басып өттү. Ал 4 мүнөттө канча метр аралыкты басып өтөт?



113. Эмгек өндүрүмдүүлүгү бир саатта 8 көйнөк болгон тигүүчүлөрдүн бригадасы 2816 көйнөк тигишкен. Ушул эле убакыт ичинде башка бригада 2288 көйнөк тигишсе, анда алардын эмгек өндүрүмдүүлүгү кандай болгон?

4.10. Пропорция жана түз пропорциялык көз карандылык

Өзүнүн сүйүктүү футбол командасынын оюнун талдап жатып, Бакыт «Реал» 3 оюндан кийин 6, ал эми 7 оюндан кийин 14 упай топтогонун айтты. «Бирок 4 оюндан кийин алар канча упай топтогону эсимде жок»,— деди ал. Муну угуп калган Билбесбек сөзгө аралашып, ал жөнөкөй эле деди. «3 оюндан топтолгон 6 упайдын 7 оюндан 14 упайга болгон катышына барабар болгондуктан, пропорция орун алат. Ошондуктан упайлардын саны менен оюндардын санынын арасында түз пропорциялык көз карандылык орун алат: *упайлардын саны* = 2 · *оюндардын саны*. Мындан «Реал» 4 оюндан 8 упай алганын билебиз. Буга жооп кылып Полина Билбесбектики туура эмес деди. Анткени футболдук оюнда утушта команда үч упай алса, тең чыгууда бир упай алат жана утулгандар упай алышпайт, ошондуктан 6 упайдан кийин эле команда 8 упайды алуусу мүмкүн эмес.

Билбесбектин талдоосундагы катаны түшүнгөндөн кийин төмөнкү эре-
жени белгилейли:

Чоңдуктардын арасында түз пропорциялык көз карандылык орун
алса, анда алардын маанилеринин эки катышы пропорцияны
түзүшөт.

Мунун тескери айтылышы дайыма эле туура эмес, б. а. кандайдыр
бир чоңдуктардын эки катышы пропорция түзүшсө, анда ал чоңдуктар-
дын арасында түз пропорциялык көз карандылык дайым эле орун ала
бербейт.

Маселе

Тик бурчтуктун негизи – 4 см, бийиктиги – 6 см. Анын аянтын
жана периметрин аныктагыла.

Ушундай эле негизге ээ болгон жана бийиктиги:

- а) 2 эсе кичине;
- б) 1,5 эсе чоң;
- в) 2 эсе чоң;
- г) 5 эсе чоң тик бурчтуктун аянтын жана периметрин тапкыла.

Кайсы чоңдуктардын арасында түз пропорциялык көз каран-
дылык орун аларын көрсөткүлө жана ага туура келүүчү формуланы тапкыла.

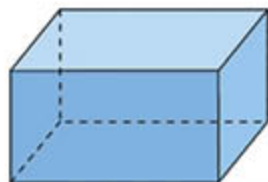
Чыгарылышы

Тик бурчтуктун аянты негизи менен бийиктигинин көбөйтүндүсүнө, пери-
метри жактарынын суммасына барабар. Ошондуктан берилген тик бурч-
туктун аянты $4 \cdot 6 = 24 \text{ см}^2$; периметри: $4 + 6 + 4 + 6 = 2(4 + 6) = 20 \text{ см}$ болот.

Анда төмөнкү учурлар үчүн:

- а) аянт: $4 \cdot (6 : 2) = 12 \text{ см}^2$;
периметри: $4 + 6 : 2 + 4 + 6 : 2 = 2(4 + 3) = 14 \text{ см}$;
- б) аянт: $4 \cdot (6 \cdot 1,5) = 36 \text{ см}^2$;
периметри: $4 + 6 \cdot 1,5 + 4 + 6 \cdot 1,5 = 2(4 + 9) = 26 \text{ см}$;
- в) аянт: $4 \cdot (6 \cdot 2) = 48 \text{ см}^2$;
периметри: $4 + 6 \cdot 2 + 4 + 6 \cdot 2 = 2(4 + 12) = 32 \text{ см}$;
- г) аянт: $4 \cdot (6 \cdot 5) = 120 \text{ см}^2$;
периметри: $4 + 6 \cdot 5 + 4 + 6 \cdot 5 = 2(4 + 30) = 68 \text{ см}$.

Аянт менен периметрдин өз ара өзгөрүүсүн байкоо менен, тик бурчтуктун
аянты менен анын бийиктигинин арасында түз пропорциялык көз карандылык
бар экенин көрүүгө болот, б. а.:



$S = 4h$, мында S – тик бурчтуктун аянты, h – анын
бийиктиги. Ошол эле учурда тик бурчтуктун периметри
менен анын бийиктигинин ортосунда мындай көз ка-
рандылык жок.

114. Тик бурчтуу параллелепипеддин узуну 8 см, туурасы 5 см, бийиктиги 16 см. Анын көлөмүн жана толук бетинин аянтын тапкыла?

Узуну менен туурасы ушундай эле болгон жана бийиктиги: а) 4 эсе кичине; б) 2,5 эсе чоң; с) 5 эсе чоң болгон тик бурчтуу параллелепипеддин көлөмүн жана толук бетинин аянтын тапкыла. Алардагы кайсы чоңдуктардын арасында түз пропорциялык көз карандылык бар болсо, ага туура келген формуланы жазгыла.



115. Тик бурчтуу параллелепипеддин узуну 4 м, туурасы 1 м, бийиктиги 2,1 м. Анын кырларынын жалпы узундугун жана толук бетинин аянтын тапкыла.

Узуну менен туурасы ушундай эле жана бийиктиги:

а) 3 эсе кичине; б) 2 эсе чоң; с) 7 эсе чоң болгон тик бурчтуу параллелепипеддин кырларынын жалпы узундугун жана толук бетинин аянтын тапкыла.

Алардагы кайсы чоңдуктардын арасында түз пропорциялык көз карандылык бар болсо, ага туура келген формуланы жазгыла.

Түз пропорциялык көз карандылыкка ээ болгон маселелердин чыгарылышы бир топ жеңил. Ошондуктан мындай учурларга ээ болгон жагдайларды сезе билүү керек.

Ошентип, түз пропорциялык көз карандылык төмөнкүлөрдүн ортосунда орун алат:

- бир калыптагы кыймыл учурунда аралык менен убакыт;
- кандайдыр бир убакыт ичинде басып өткөн аралык менен ылдамдык;
- өндүрүмдүүлүгү бирдей болгондогу аткарылган жумуш менен ага кеткен убакыт;
- кандайдыр бир убакыт ичинде аткарылган жумуш менен анын өндүрүмдүүлүгү;
- туруктуу баада сатылган товардын саны менен андан түшкөн киреше;
- кандайдыр бир товардын санын ар кайсы баа менен сатуудан түшкөн киреше;
- тик бурчтуктун аянты менен анын бир өлчөмү;
- тик бурчтуу параллелепипеддин көлөмү менен анын бир өлчөмү.

Мындай тизмени биз келечекте улам толтуруп турабыз, анткени жогоркулар алардын айрымдары эле.



116. Түз пропорциялык көз карандылыкка ээ болгон учурлар үчүн ага туура келүүчү формулаларды жазгыла, тиешелүү маселелерди түзгүлө жана ал формулаларды колдонуп аларды чыгаргыла.

4.11. Тескери пропорциялык байланыш

Эки чоңдуктун бири өскөндө экинчиси кичирейсе, алар тескери пропорциялык байланышта деп айтылат.

Мындай чоңдуктардын ортосундагы байланыш – тескери пропорциялык байланыш.

Маселе

а) Марина 64 км/саат орточо ылдамдык менен 10 саат жүрүп, Бишкектен Ошко келди. Оштон Бишкекке кайтып баратканда ал жолдо 12,8 саат болгон. Бул учурда орточо ылдамдык канча болгон?

б) Ольга менен Галина математика боюнча жаңы окуу китептеги маселелерди текшерип жатышат. 400 маселе чыгарганга Ольга 16 саат сарптаган. Галина болсо Ольгадан саатына 5 маселеге аз чыгарган. Алардын кимиси көбүрөөк убакыт сарптаган? 400 маселеге Галина канча убакыт сарптаган?

с) Тик бурчтуу ABC жана KLM үч бурчтуктардын аянттары бирдей. AB катети KL катетинен узунураак экендигин билип, BC жана LM катеттерин салыштыргыла.

Чыгарылышы

а) Марина кайтканга көбүрөөк убакыт кетирген, демек, акырыныраак жүргөн. Орточо ылдамдыкты табыш үчүн биринчиден Марина басып өткөн жолдун узундугун табабыз: $64 \cdot 10 = 640$ километр. Муну убакытка бөлүп кайтып келаткандагы орточо ылдамдыкты табабыз: $640 : 12,8 = 50 \text{ км/саат}$. (Кийинчерээк, Марина, табиятка суктанып, бир нече жолу токтогонбуз деп билдирди.)

б) Галина ар бир саатта азыраак маселе текшергендиктен, ал көбүрөөк убакыт сарптаганы түшүнүктүү. Ольга ар бир саатта: $400 : 16 = 25$ маселе чыгарган. Ошондуктан, Галина ар бир саатта: $25 - 5 = 20$ маселе чыгарган. Мындан Галина: $400 : 20 = 20$ саат сарптаганы келип чыгат.

с) Мурда белгиленгендей, тик бурчтуу үч бурчтуктун аянты анын катеттеринин көбөйтүндүсүнүн жарымына барабар. Башкача айтканда, $0,5|AB| \cdot |BC| = 0,5|KL| \cdot |LM|$. Ошондуктан, BC катети LM катетинен кыскараак.

Тескери пропорциялык мисалдары:

- Кандайдыр бир жолго сарпталган убакыт жана тиешелүү ылдамдык;
- Кандайдыр бир жумушту аткарганга сарпталган убакыт жана өндүрүмдүүлүгү бирдей, ал жумушту аткарган, кызматкерлердин саны;

- Кандайдыр бир суммадагы акчага сатылып алынган товардын баасы жана саны (көлөмү).

Бул тизмени уланта берсе болот.

117. Талааны 24 киши 5 күндө отошкон. Ошондой эле кубаттуулук менен иштеген 30 киши ал талааны канча күндө отой алмак?

118. Бассейнге секундасына 2 литр суу куйган насос, аны 45 мүнөттүн ичинде толтура алат. Бассейнди толтурганга жарым саат көбүрөөк сарптаган насос ар бир мүнөттө канча литр суу куят?

119. Альфа жана Бета параллелепипеддердин көлөмү бирдей. Альфанын негизи кичирээк экендигин билип, Альфа жана Бетанын бийиктиктерин салыштыргыла.

 120. 7,5 тонна жүк ташый алган 12 машине алып келген жүктү, 9 тонна жүк ташый алган канча машине алып кете алат?

 121. Басмакананын кызматкери Жамал ар бир саатта жаңы китептин 42 барагын окуса, ал бүт ишти 8 саатта аткарат. Ар бир саатта Жамал 6 баракка көбүрөөк окуса, ал бүт ишти канча саатта аткара алат?

 122. Жылдыз базардан пияз менен сабизге бирдей акча төлөдү. Сабиз көбүрөөк алынганын билип, пияз менен сабиздин бааларын салыштыргыла.

4.12. Проценттер

Көп учурларда пропорция проценттер менен иштөөдө колдонулушу мүмкүн. Мындагы эң башкы ойдун элементи: негизги сан жүз процент менен теңдеш кабыл алынганында.

Маселе

а) Бегайымга 20% убакыт азыраак иштөөгө уруксат берилди. Эгерде анын мурдагы иш убактысы 8 саат 12 мүнөт болсо, ал азыр канча убакыт иштеши керек?

б) Сабинанын эмгек акысы 15%ке көбөйдү. Анын мурдагы эмгек акысы 15200 сом болсо, анда ал азыр канча?

в) «Силердин эң жакшы көргөн мугалимиңер ким?» – деген суроого 28 окуучу: «Жаркын эже», – деп жооп беришти. Эгерде алар окуучулардын 80%тин түзсө, класста бардыгы канча окуучу бар?

г) Акыркы текшерүү ишинде 12 окуучу «жакшы» деген баа алышты. «Жакшы» баа алгандар 40%ти түзүп, ал эми «орто» баа алгандар 30% болсо, алардын саны канча?

Чыгарылышы

а) Бул маселени эки жол менен чыгаралы. $20\% = 0,20$, ал эми 12 мүнөт 0,2 саатка барабар болгондуктан, Бегайым $0,20 \cdot 8,2 = 1,64$ саатка аз иштеши керек. Демек, анын иш убактысы $8,2 - 1,64 = 6,56$ саат болот.

Бул амалдарды башкача дагы туюнтса болот, б. а.:
 $8,2 - 0,20 \cdot 8,2 = 8,2 (1 - 0,2) = 8,2 \cdot 0,8 = 6,56$ саат.

Чыгарылыштын экинчи жолу. Берилген, негизги убакытты 100% деп алалы. Анда жаңы убакыт $100\% - 20\% = 80\%$ болот.

Пропорция түзөлү: $8,2 : 100 = t : 80$, t – издеме турган убакыт. Анда пропорциянын негизги касиетине ылайык: $100t = 8,2 \cdot 80$; $100t = 656$; $t = 6,56$ саат келип чыгат.

б) Жогорудагыдай эле чыгаралы. Сабинанын эмгек акысы $0,15 \cdot 15200 = 2280$ сомго көбөйдү.

Демек, анын айлыгы $15200 + 2280 = 17480$ сом болду. Муну башкача жазалы: $15200 + 0,15 \cdot 15200 = 15200 (1 + 0,15) = 15200 \cdot 1,15 = 17480$ сом.

Чыгарылыштын экинчи жолу. Баштапкы эмгек акыны 100% дейли. Анда жаңы эмгек акы $100\% + 15\% = 115\%$ болот.

Пропорция түзөлү: $15200 : 100 = w : 115$, w – изделүүчү жаңы эмгек акы.

Анда пропорциянын негизги касиетине ылайык: $100w = 15200 \cdot 115$; $100w = 1748000$; $w = 17480$ сом болот.

с) Пропорцияны түзүүдөн баштайлы. Эгерде 28 окуучу жалпынын 80%ин түзсө, анда N – класстагы окуучулардын жалпы саны 100%ке барабар.

Демек, $28 : 80 = N : 100$. Анда $80N = 28 \cdot 100$; $80N = 2800$; $N = 35$ болот.

Натыйжаны текшерели, эгерде класста 35 окуучу болсо анын 80%и: $0,8 \cdot 35 = 28$ окуучу болот.

д) s менен «орто» баа алган окуучулардын санын белгилейбиз жана $12 : 40 = s : 30$ пропорциясын түзөбүз.

Анда: $40s = 12 \cdot 30$; $40s = 360$; $s = 9$.

- 123.** 1) 1) Алманын баасы 12%ке азайды. Эгерде мурдагы баа 45 сом болсо, анда алманын бир килограммы азыр канча болду?
- 2) Адабият боюнча үй тапшырмага Кристина математикага караганда убакытын 130%ке ашык кетирди. Эгерде ал математикага 1 саат 15 мүнөт сарптаса, анда адабиятка канча убакыт кеткен?
- 3) Бизге бантиги бар кыздар жагат дешип, алтынчы класстын 8 баласы айтты. Эгерде алар класстагы эркек окуучулардын 16%ин түзүшсө, анда класста канча бала болгон?
- 4) Кум-Дөбө айлындагы 36 үйдө эчки багылат, алар бардык үйлөрдүн 24%ин түзөт. Эгерде үйлөрдүн 30%инде топоздор багылса, анда аларды баккан канча үй бар?



124. 1) Шабдалынын басы 18%ке көтөрүлдү. Эгерде анын мурдагы баасы 50 сом/кг болсо, азыр анын баасы канча болуп калды?
- 2) Керим үй тапшырмага Уулжанга караганда 35%ке аз убакыт коротту. Эгерде Уулжан үй тапшырмага 2 саат 36 мүнөт кетирсе, анда Керим ага канча убакыт кетирген?
- 3) Жакшы окуган балдар бизге жагат дешип, алтынчы класстын 34 окуучу кыздары айтты. Эгерде алар класстагы кыздардын 85%ин түзсө, анда класста канча окуучу кыз бар?
- 4) Сары-Булак айлында капустаны 63 үй-бүлө, б. а. айылдын 72%и айдашат. Эгерде помидор отургузгандар 80% болсо, анда алар канча үй-бүлө?



125. Бул параграфта каралган маселелерге окшоштуруп, эки маселе түзгүлө.



1. Тойбос бир суткада 32 пирожки жеши мүмкүн. Ал: а) 18 саатта; б) 2,5 суткада; с) 3 сутка 15 саатта канча пирожки жей алат?

2. Махабат 2 саат 24 мүнөт аралыгында манту түйдү. Эгерде анын эмгек өндүрүмдүүлүгү: а) 3 манту/мүн; б) 165 манту/саат болсо, ал канча манту түйгөн?

3. Эмгек өндүрүмдүүлүгү көбөйсө, буюмдун чыгарылышы: а) 18%; б) 106%; с) 0,6%ке көбөйө турганын Калыбек эсептеген. Мурда буюм чыгаруу 3500 бирдик болсо, бул учурларда канча буюм чыгарылат?

4. Заманбап техниканы колдонуу менен буюм чыгарууга кеткен каражатты: а) 0,8%; б) 16%ке азайтууга боло турганын Толкунбек эсептеген. Мурдагы кеткен каражат 37 500 сом болсо, берилген учурлар үчүн кеткен каражат канча болот?

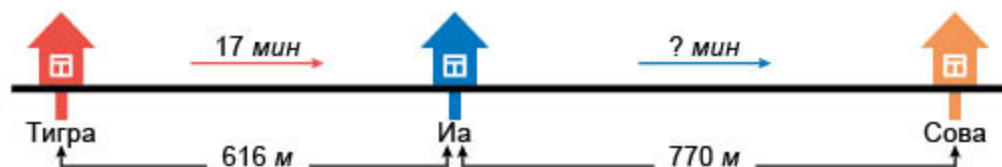
5. Төмөнкү катыштар пропорция болобу?

- а) $16,4 : 4,1$ жана $7,28 : 1,82$; с) $1,83 : 0,17$ жана $10,98 : 1,02$;
б) $6,15 : 1,11$ жана $2,05 : 0,37$; д) $71 : 0,4$ жана $14,2 : 0,8$.

6. Теңдемелерди чыгаргыла.

- а) $\frac{2}{5} = \frac{4}{1-3x}$; с) $\frac{8}{3+x} = \frac{9}{3-2x}$;
б) $\frac{3}{0,5} = \frac{12x-18}{1-6x}$; д) $\frac{2-3x}{11} = \frac{17+5x}{2}$.

7. Жолборстун үйүнөн Ианыкына чейин 616 м. Винни-Пух бул аралыкты 17 мүнөттө басып өтөт. Ал ушундай ылдамдык менен Ианын үйүнөн Үкүнүн үйүнө чейинки 770 м аралыкты канча убакытта басып өтөт?



8. Парикмахер 3,5 саатта 47 адамдын чачын алат. Ал: а) 1 саат 24 мүнөттө; б) 4 саат 54 мүнөттө канча адамдын чачын алат?

9. Калыс 1 саат 15 мүнөттө китептин 88 бетин окуп чыкты. Ушундай эле ылдамдыкта ал: а) 3 саатта; б) 1,26 саатта; с) 2 саат 18 мүнөттө китептин канча бетин окуйт ?

10. Кубдун кыры 4,2 м барабар. Анын көлөмүн, толук бетинин аянтын жана кырларынын жалпы узундугун тапкыла.

Кыры а) 6 эсе кичине; б) 2,5 эсе чоң; с) 4 эсе чоң болгон кубдун көлөмүн, толук бетинин аянтын жана кырларынын жалпы узундугун тапкыла.

Алардагы кайсы чоңдуктардын арасында түз пропорциялык көз карандылык болсо, ага туура келген формуланы жазгыла.

11. Алмуруттун баасы 14%ке арзандаган. Мурдагы баасы 65 сом болгон алмуруттан Салкын 2,5 кг сатып алса, ал канча сомду үнөмдөп калат?

12. Назира үй тапшырмага Жолдошко караганда 105%ке көп убакыт сарптады. Эгерде Жолдош үй тапшырмага 2 саат 24 мүнөт коротсо, анда Назира канча убакыт короткон?

13. Мультфильмдер жагарын алтынчы класстын 18 баласы белгилешкен. Эгерде алар класстагы эркек балдардын 30%ин түзүшсө, анда класста канча эркек бала бар?

14. Бий ийримине алтынчы класстан 15 бала катышат, алар класстын 25%ин түзөт. Эгерде хор ийримине алтынчы класстын окуучуларынын 20%и катышса, анда хорго катышкандардын саны канча?

15. Сугалак 40 самса жей алат. Эгер ал самсанын баарын а) 10 саатта; б) 8 саатта; с) 5 саатта; д) 6 саат 24 мүнөттө жесе, ал саатына канча самса жеген болот? Саатына желген самсанын саны менен аларды жегенге кеткен убакыттын ортосундагы байланыштын түрү кандай?

16. Елена саатына 8 барак баса алат. Ал а) 3 саатта; б) 6 саатта; с) 4,25 саатта; д) 5 саат 45 мүнөттө канча барак баса алат? Басылган беттердин жалпы саны менен аларды басканга сарпталган убакыттын ортосундагы байланыштын түрү кандай?

17. Виктор тексттин 80 барагын а) 5 саатта; б) 16 саатта; с) 12,5 саатта; д) 3 саат 24 мүнөттө басып бүтүш үчүн ар бир саатта канча барак басыш керек?

Ар бир саатта басылган барактардын саны менен 80 баракты басканга сарпталган убакыттын ортосундагы байланыштын түрү кандай?

§5. Аралашмалар

5.1. Эчкилердин санын аныктоо

Маселе

Жайытта 17 кой жана 12 каз жүргөн эле. Аларга бир нече эчки кошулганда баарынын буттары 128 болгонун Гүлзина санап алды. Жайытка канча эчки келип кошулган?

Чыгарылышы

Эчкилердин санын x менен белгилесек, $4x + 4 \cdot 17 + 2 \cdot 12 = 128$ теңдемесин алабыз (4, 4 жана 2 – эчкинин, койдун жана каздын буттарынын саны). Окшош мүчөлөрүн топтосок:

$4x = 128 - 68 - 24 \Rightarrow 4x = 36$. Мындан: $x = 36 : 4 = 9$, демек, койлор менен каздарга 9 эчки келип кошулган.

126. Жайытта 28 кой жана 27 каз жүргөн. Ал жерден бир нече кой кетип калганда, калгандарынын буттары 128 болгонун Сайкал санап чыкты. Жайыттан канча кой кеткен?



127. Жайытта 37 кой жүргөн. Аларга бир нече каз кошулгандан кийин баарынын буттарынын саны 180 болгонун Бурул санап чыкты. Жайытта канча каз пайда болду?

5.2. Картөшкөнүн баасын аныктоо



Маселе

Темирлан 107 сом төлөп, 3,5 кг картөшкө жана 2 кг пияз сатып алды. Эгерде пияздын баасы 22 сом/кг болсо, анда картөшкөнүн баасы канча?

Чыгарылышы

Картөшкөнүн баасын p менен белгилеп $3,5p + 2 \cdot 22 = 107$ теңдемесине келебиз. Окшош мүчөлөрүн топтосок: $3,5p = 107 - 44$;

$3,5p = 63$ жана мындан $p = 63 : 3,5 = 18$.

Демек, картөшкөнүн килограммынын баасы 18 сом болгон.

128. Айдана 380 сом төлөп, 5 кг ун жана 2,4 кг күрүч сатып алды. Эгерде ундун баасы 42,4 сом/кг болсо, анда күрүчтүн баасы канча?



129. Азиз 1021 сом төлөп, 5 жуп байпак жана 4 футболка сатып алды. Эгерде футболканын баасы 214 сом болсо, анда бир жуп байпактын баасы канча?

5.3. Карамелдин баасын аныктоо

Маселе

Дүкөндөгү 14 кг карамелге 20 килограмм шоколад конфетин кошкондо, бул аралашманын килограммынын баасы 750 сом болуп калды. Эгерде шоколад конфетинин килограммынын баасы: а) 960 сом; б) 1400 сом болсо, анда бир килограмм карамелдин баасы канча?

Чыгарылышы

а) Карамелдин баасын p менен белгилеп,
 $14p + 20 \cdot 960 = 750(14 + 20)$ теңдемесине келебиз.
Амалдарды аткарсак $14p + 1920 = 25500$ болот, же $14p = 63$.
Мындан: $p = 450$.

Демек, карамелдин килограммынын баасы 450 сом.

б) 9,6ны 14кө алмаштырып: $14p + 20 \cdot 1400 = 750(14 + 20)$.

Анда, $14p + 28000 = 25500$ жана $14p = -2500$. Мындай болуусу мүмкүн эмес, анткени карамелдин баасы терс сан боло албайт.

130. Дүкөндөгү 12 кг карамелге 16 кг шоколад конфетин жана 5 кг иристи кошушкан. Натыйжада килограммынын баасы 1000 сом болгон аралашма пайда болду. Эгерде шоколад конфетинин килограммынын баасы 1520 сом, ал эми карамелдики: а) 360 сом; б) 800 сом болсо, анда иристин бир килограммынын баасы канча?

 **131.** Дүкөндөгү 22 кг карамелге 15 кг иристи кошушкан. Натыйжада килограммынын баасы 700 сом болгон аралашма пайда болду. Эгерде карамелдин килограммынын баасы: а) 430 сом; б) 355 сом болсо, анда иристин бир килограммынын баасы канча болот?

5.4. Уруктун керектүү көлөмүн аныктоо

Маселе

Натыйжада, баасы 80 сом/кг болгон аралашма урукту алуу үчүн, баасы 90 сом/кг болгон 15 кг В чөбүнүн уругуна, баасы 50 сом/кг болгон А чөбүнүн уругунан канча килограмм аралаштыруу керек?

Чыгарылышы

А чөбүнүн уругун салмагын a менен белгилейли.

Анда $50a + 90 \cdot 15 = 80(a + 15)$ теңдемесин алабыз. Кашааны ачып, окшошторун топтосок: $50a + 1350 = 80a + 1200$, андан $-30a = -150$ болот. Мындан: $a = 5$. Демек, А чөбүнүн 5 кг уругун алуу керек.

132. Натыйжада баасы 85 сом/кг болгон аралашманы алуу үчүн, баасы 92 сом/кг болгон 21 кг күрүч менен, баасы 75 сом/кг болгон күрүчтүн канча килограммын аралаштыруу керек?



133. Натыйжада баасы 85 сом/кг болгон аралашманы алуу үчүн, баасы 96 сом/кг болгон 25 кг печенье менен, баасы 60 сом/кг болгон печеньедин канча килограммын аралаштыруу керек?

5.5. Монеталардын санын аныктоо

Маселе



Грегори он жана жыйырма беш сомдук монеталарды чогултуп жүрөт. Ал жыйнагыч үкөккө 33 он сомдук монета таштаганда, үкөктө 755 сом болуп калды. Грегориинин үкөгүндө канча жыйырма беш сомдук монета болгон?

Чыгарылышы

Жыйырма беш сомдук монеталардын санын x менен белгилейли. Анда, $25x + 33 \cdot 10 = 755$ (755 – бул 7,55 сомдогу монетанын саны) болот. Окшошторун топтосок: $25x = 755 - 330$; $25x = 425$. Мындан: $x = 425 : 25 = 17$. Демек, үкөктө 17 жыйырма беш центтик монеталар болгон.

134. Надиранын беш тыйындык 18 тыйыны жана элүү тыйындык a монетасы бар. Эгерде Надиранын бардыгы 6 сом 40 тыйыны бар болсо, анда a саны канчага барабар?



135. Акмураттын үч сомдук 13 тыйыны жана беш сомдук b тыйыны бар. Эгерде Акмураттын бардыгы 124 сом бар болсо, анда b саны канчага барабар?

5.6. Эритменин керектүү көлөмүн аныктоо

Маселе

45%түү эритме алуу үчүн, 14 литр 30%түү эритмеге 80%түү туздун эритмесинен канча литр кошуу керек?

Чыгарылышы

30%түү туздун эритмеси деген, бул сууда эритилген туздун өлчөмү 30% экенин билдирет. Ошондуктан 14 литр эритмеде $0,30 \cdot 14$ туз болот.

Анда, 80%түү эритменин көлөмүн x менен белгилесек, анда $0,80x$ туз болот. Мындан $0,30 \cdot 14 + 0,80x = 0,45 (14 + x)$ теңдемесине келебиз ($14 + x$ – алынган эритменин көлөмү, ал эми $0,45 (14 + x)$ – алынган эритмедеги туздун саны).

Теңдемедеги кашааны ачып, окшошторун топтосок: $4,2 + 0,8x = 6,3 + 0,45x$, $0,35x = 2,1$ болот.

Анда: $x = 2,1 : 0,35 = 6$.

Демек, 14 литр 30%түү туздун эритмесине 6 литр 80%түү эритмени кошсок, 45%түү 20 литрдик туздун эритмеси пайда болот.

136. 14%түү эритме алуу үчүн, 25 литр 10%түү эритмеге 22%түү туздун эритмесинен канча литр кошуу керек?

 **137.** 24%түү эритме алуу үчүн, 12 литр 17,1%түү эритмеге 42%түү туздун эритмесинен канча литр кошуу керек?

5.7. Суунун керектүү көлөмүн аныктоо

Маселе

21%түү эритме алуу үчүн, 3,5 литр 60%түү туздун эритмесине канча литр таза суу кошуу керек?

Чыгарылышы

Таза суунун керектүү литрин a менен белгилейли.

Анда алынган эритменин көлөмү $3,5 + a$ болот жана андан $0,60 \cdot 3,5 + 0 \cdot a = 0,21(3,5 + a)$ теңдемесине келебиз. Кашааны ачып, окшошторун топтосок: $2,1 = 0,735 + 0,21a$, андан $0,21a = 1,365$ болот.

Мындан, $a = 1,365 : 0,21 = 6,5$.

Демек, 3,5 литр 60%түү туздун эритмесине 6,5 литр таза сууну кошсок, 21%түү 10 литрдик туздун эритмеси пайда болот экен.

138. 11,7%түү эритме алуу үчүн, 13 литр 36%түү туздун эритмесине канча литр таза суу кошуу керек?

 **139.** 32,5%түү эритме алуу үчүн, 52 литр 45%түү туздун эритмесине канча литр таза суу кошуу керек?

5.8. Майдын керектүү көлөмүн аныктоо

Маселе

Карда жүрүүчү машинага 5% машина майы жана 95% бензиндин аралашмасы куюлат. 2% машина майы жана 98% бензинден турган 38 литр аралашмага керектүү аралашманы алуу үчүн дагы канча литр машина майын кошуу керек?

Чыгарылышы

Аралашмага зарыл болгон майдын литрин m менен белгилейли.

Анда керектүү аралашманын көлөмү $38 + m$ болот жана $0,02 \cdot 38 + m = 0,05(38 + m)$. (Бул жерде $0,02 \cdot 38$ баштапкы аралашмадагы майдын саны) теңдемесине келебиз.

Теңдеменин кашаасын ачып, окшошторун топтосок:

$$0,76 + m = 1,9 + 0,05m, \text{ анда } 0,95m = 1,14.$$

Мындан $m = 1,14 : 0,95 = 1,2$ болот.

Демек, 38 литр баштапкы аралашмага 1,2 литр машине майын кошсок, керектүү аралашманы алабыз.

140. № 2 мектептин алтынчы класстарында 75 окуучуунун 4%и экиге окугандар. Ал эми коңшу мектептен дагы бир нече экиге окугандар которулуп келгенден кийин экиге окугандардын саны 10%ке жетти. № 2 мектепке канча экиге окугандар кошулган?



141. Машиненин жаңы кыймылдаткычына 1% машина майы жана 99% бензиндин аралашмасы колдонулат. 6% машина майы жана 94% бензинден турган 38 литр аралашмасына керектүү аралашманы алуу үчүн дагы канча литр бензин кошуу керек?

5.9. Эритменин көлөмүн аныктоо. Уланды

Маселе

Челекте 15%түү туздун эритмесинин 20 литри болгон. Бул эритменин x литрин ошол эле көлөмдөгү 95% эритме менен алмаштырып, натыйжада 40%түү эритме алынды. Мында x канчага барабар?

Чыгарылышы

Алынган эритмеде туздун саны $0,40 \cdot 20$ болот.

Ал баштапкы эритмелерден: $0,15(20 - x)$ жана $0,95x$ алынган.

Демек, $0,15(20 - x) + 0,95x = 0,40 \cdot 20$ теңдемесине келебиз.

Теңдеменин кашаасын ачып, окшошторун топтосок: $0,8x = 5$,

мындан: $x = 5 : 0,8 = 6,25$.

Демек, баштапкы эритменин 6,25 литри алмаштырылган.

142. 250 граммдык Катянын кружкасындагы чайда 10%түү канттын эритмеси болгон. Катя чыгып кеткенде Ира кружкадан бир аз ичип, ага кантсыз чай куюп койду. Натыйжада кружкада 6%түү кант эритмеси бар баштапкы көлөмдөгү чай болуп калды. Ира канча грамм таттуу чай ичип алган?



143. Челекте 34%түү туз эритмесинин 8 литри болгон. Бул эритменин t литрин ошол эле көлөмдөгү 60% эритме менен алмаштырып, натыйжада 43,75%түү эритме алынды. Мында t канчага барабар?

5.10. Монеталарды кошуу

Маселе

Исламдын кутусунда үч сомдук 13 монета, беш сомдук 18 монета жана он сомдук 4 монета бар эле. Ал ошондой эле монеталардан бир нечени кутуга кошкондо: а) 180 сом; б) 184 сом болуп калды.

Кандай монеталар кошулган?



Чыгарылышы

Кутуда $13 \cdot 3 + 18 \cdot 5 + 4 \cdot 10 = 169$ сом болгон.

а) Демек, $180 - 169 = 11$ сом кошулган болот. Анда, 11 сом болушу үчүн, 3 сомдук эки монета менен 5 сомдук бир монетанын суммасы гана болууга тийиш. (Биз үч, беш жана он сомдук монеталарды карап жатабыз.)

б) $184 - 169 = 15$ сом кошулган болот. Бул учурда ар башка үч чыгарылыш бар: же 3 сомдон бешөө, же 5 сомдон үчөө, же 10 сомдон бирөө жана 5 сомдон бирөө.

144. Мээримдин кутусунда үч сомдук 11 монета, беш сомдук 7 жана элүү тыйындык 12 монета бар эле. Ал ошондой эле монеталардан бир нечени кутуга кошкондо: а) 76 сом; б) 80 сом болуп калды.

Кандай монеталар кошулган?



145. Таалайдын кутусунда үч сомдук 29 монета, беш сомдук 14 монета жана бир сомдук 16 монета бар эле. Ошондой эле монеталардан бир нечени кошкондо, кутуда: а) 177 сом; б) 178 сом болуп калды.

Кутуга кандай монеталар кошулган?

5.11. Эки белгисизи бар сызыктуу теңдемелерге киришүү

Улан менен Динара базардан 4 кг сабиз жана 2 кг пияз сатып келишти. Үйдөн аларды кызы Бермет тосуп алды жана өз ара төмөндөгүдөй маек башталды.

Бермет: Кызык, бүгүн базарда сабиз жана пияз канча турат болду экен?

Улан: Булардын баарына биз 112 сом төлөдүк.

Бермет: (Бир нече убакыттан кийин.) Түшүнүктүү, сабиз 23 сом, пияз 10 сом турса керек, анткени $23 \cdot 4 + 10 \cdot 2 = 92 + 20 = 112$.

Улан: Жок, баалар андай эмес болчу.

Бермет: (Бир нече убакыт ойлонгондон кийин.)

Анда, сабиз 25 сом, пияз 6 сом, анткени $25 \cdot 4 + 6 \cdot 2 = 100 + 12 = 112$, же сабиз 10 сом, пияз 36 сом, анткени $10 \cdot 4 + 36 \cdot 2 = 40 + 72 = 112$ турса керек.

Улан: Жок, бул баалар дагы туура эмес.

Бермет атасына таарынып, апасына кайрылды.

Бермет: Айтыңызчы апа, сабиздин жана пияздын баасы канча экен?

Динара: Сабиздин баасы 4 сомго кымбат экен.

Бермет: (Катуу таарынып.) Апа, сен аны айтпай деле койсоң болмок, анткени айырмасы 4 болгон көптөгөн экиден топ сандарды табууга болот. Мисалы, 5 менен 1; 7 менен 3; 51 менен 47; 6,7 менен 2,7..;

Динара: Кызым, сен бекер таарынасың. Эгерде сен менден жана атаңан алган маалыматты топтосоң, сабиздин жана пияздын бааларын таап аласың.

Бермет ойлонуп калды. Анда биз дагы ойлонуп көрөлү.

Ушундай жана көптөгөн башка учурлар үчүн мындай маселелерди математиканын жардамы менен чыгаруу ыңгайлуу болот. Анда, керектүү белгилөөлөрдү киргизип, маселени математика тилине которолу.

m – сабиздин баасы, l – пияздын баасы болсун деп белгилейли. Анда Уландын айтканынан

$$4m + 2l = 112 \quad (1)$$

келип чыгат.

(1) – теңдемедеги $4m$ кошулуучусу – сабизге канча, ал эми $2l$ кошулуучусу – пиязга канча сом төлөнгөнүн билдирет.

$ax + by = c$ түрүндөгү теңдеме **эки белгисиз бар сызыктуу теңдеме** деп аталат. Мында, a , b , c – берилген сандар, аларды теңдеменин коэффициенттери деп атайбыз, ал эми x , y – теңдеменин белгисиздери.

Жогоруда Бермет байкагандай, эки белгисиз бар сызыктуу теңдеме көптөгөн чыгарылышка ээ болот.

Динарадан алынган кошумча маалыматты дагы эки белгисиз бар сызыктуу теңдеме түрүндө жаза алабыз:

$$m - l = 4, \quad (2)$$

Бул теңдеме дагы көптөгөн чыгарылышка ээ болот. Сабиз менен пияздын баасын туюнткан m жана l сандары (1) – теңдеменин, ошол эле учурда (2) – теңдеменин дагы чыгарылышы болушу керек. Математикада мындай учурлар төмөндөгүдөй жазылат: биринчи теңдеменин алдына экинчиси жазылып, алар фигуралык кашаа менен камтылат:

$$\begin{cases} 4m + 2l = 112 \\ m - l = 4 \end{cases}$$

Мындай туюнтманы **эки белгисиз бар сызыктуу теңдемелер системасы** деп атайбыз.

Пайда болгон системаны чыгаруу жолун эмки параграфта талкуулайбыз.

Маселе

Кошой менен Дия эки түрдүү, биринчиси – килограммы 200 сомдон, экинчиси – килограммы 260 сомдон турган момпосуй сатып алууну чечишти. Эгерде бул эки түрдүү конфет үчүн бардыгы 800 сом сарптай турган болушса, анда алар момпосуйдун ар бир түрүнөн канча килограммдан сатып алалышат?



Чыгарылышы

Биринчи түрдөгү момпосуй салмагын x менен, экинчи түрдөгү момпосуйдун салмагын y менен белгилеп, $200x + 260y = 800$ теңдемесине келебиз. Мында эки белгисиз бар сызыктуу теңдеме алынды жана жогоруда белгиленгендей анын көп чыгарылышы болушу мүмкүн. Анын бир нече чыгарылышын табалы.

Биз, $y = 1$ болсун деп алсак,
 $200x + 260 \cdot 1 = 800$ жана $200x = 540$,
анда $x = 2,7$.

Демек, Кошой менен Дия экинчи түрдөгү момпосуйдан 1 кг ала турган болсо, анда алар биринчи түрдөгү момпосуйдан 2,7 кг сатып алышат.

Эгерде $y = 2$ болсо,
анда $200x + 260 \cdot 2 = 800$.
Мындан: $200x = 800 - 520$,
анда $x = 1,4$.

Ал эми $y = 2,5$ болсо: $200x + 260 \cdot 2,5 = 800$.

Анда: $200x = 800 - 650$,
демек, $x = 0,75$.

Ошол эле учурда $y = 4$ болсо,
 $200x + 260 \cdot 4 = 800$ болот дагы анда,
 $200x = 800 - 1040$,
анда $x = -1,2$ болуп калат.

Бул болсо эгерде момпосуйдун экинчи түрүнөн 4 кг ала турган болушса, анда анын биринчи түрүнөн терс сан салмактагы момпосуй болуп калат. Мындай болушу мүмкүн эмес, демек, бул чыгарылыш маселенин туура жообу болбойт.

Чыгарылыштарды хке дагы ар кандай маанилерди берип табууга болот эле. Бирок эсептөөлөрдө бөлүү амалы 260 саны менен аткарылмак, ал 200гө бөлүүдөн татаал болмок.

146. Манана 18 лариге эки түрдүү байпак сатып алды. Биринчи түрүнүн бир жубунун баасы 1 лари, экинчисиники 1,5 лари (лари – грузин акчасы).

- 1) Ар бир түрүнөн канча жуп байпак сатылып алынган? Чыгаруунун 3 вариантын көрсөткүлө.
- 2) Эгерде Манана: а) 8 жуп; б) 14 жуп; с) 5 жуп байпак сатып алган болсо, анда ал биринчи түрүнөн канча жуп байпак сатып алган?



147. Угур 8 лирага эки түрдүү печенье сатып алды. Биринчи түрүнүн бир килограмм печеньесинин баасы 2,5 лира, экинчисиники 1,7 лира (лира – түрк акчасы).

- 1) Ар бир түрүнөн канча килограмм печенье сатылып алынган? Чыгаруунун 3 вариантын көрсөткүлө.
- 2) Эгерде Угур: а) 2 кг; б) 5 кг печенье сатып алган болсо, анда ал экинчи түрүнөн канча кг печенье сатып алган?



148. Бул параграфта каралган маселелерге окшоштуруп, эки маселе түзгүлө.



$$t = S : v$$
$$1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$$
$$2x + 3y$$
$$A = Pt$$

1. Жайытта 38 кой жана 17 каз жайылып жүргөн. Жайыттан бир нече кой кетип калгандан кийин, жайытта 126 бут калганын Канат санап чыкты. Жайыттан канча кой кетип калган?
2. Жайытта 37 каз оттоп жүргөн. Аларга бир нече кой келип кошулганда, Эрнест 176 бут болуп калганын эсептеп чыкты. Жайытка канча кой кошулган?
3. Бексултан үч буттуу 17 жана төрт буттуу 13 стол жасады. Ал дагы n үч буттуу стол жасагандан кийин пайдаланган буттардын саны 124 болду. n канчага барабар?
4. Корукта 37 машине жана 22 эки дөңгөлөктүү велосипед токтоп турган эле. Ал жерден бир нече машине чыгып кеткенден кийин Элчибай корукта 188 дөңгөлөк калганын эсептеп чыкты. Коруктан канча машине чыгып кеткен?
5. Элмира 300,4 сом төлөп 3,5 кг ун жана a кг күрүч сатып алды. Эгерде күрүчтүн баасы 83 сом/кг, ундун баасы 38,4 сом/кг болсо, a канчага барабар?
6. Темир 755 сом төлөп 4 жуп байпак жана b сандагы футболка сатып алды. Эгерде бир жуп байпактын баасы 35 сом, футболканын баасы 246 сом болсо, b канчага барабар?
7. 34%түү эритме алуу үчүн, 30%түү 15 литрдик эритмеге 20%түү туздун эритмесинен канча литр кошуу керек?
8. Билбесбек бир жумада 2 беш, 7 эки жана бир нече үч деген бааларды алды. Эгерде бул баалардын суммасы 39 болсо, анда ал канча үч деген бааларды алган?
9. Келишим боюнча жумушчулар ар бир иштеген күнүнө 8 евродон алса, ал эми ар бир калтырган күнү үчүн алардан 2 евродон кармап калат. Алар алты күн иштегенден кийин, аларга айлык жок экени маалым болду. Келишим ишке киргенден кийин канча күн өткөн?
10. Дүкөндөгү 21,5 кг карамелге 6 кг шоколад конфетин жана 15 кг ириси кошуп койду. Натыйжада килограммынын баасы 820 сом болгон аралашма пайда болду. Эгерде шоколад конфетинин килограммынын баасы 1500 сом, ал эми карамелдики: а) 700 сом; б) 800 сом болсо, анда иристин бир килограммынын баасы канча?
11. Акрамдын кутусунда үч сомдук 37 монета, беш сомдук 8 монета бар эле. Ал ошондой эле монеталардан бир нечени кутуга кошкондо: а) 160 сом; б) 160 сом болуп калды. Кандай монеталар кошулган? Канча монета кошулган?

$VI + IV = X$
 $P = 2(a + b)$ $14x = -42$

12. 15,75%түү эритме алуу үчүн, 7%түү 21 литрдик эритмеге 28%түү туздун эритмесинен канча литр кошуу керек?

13. 15 литр 38%түү туздун эритмесине, 31 литр 70%түү туздун эритмесин жана x литр 45%түү туздун эритмесин аралаштыргандан кийин 58,4%түү эритме пайда болду. x канчага барабар?

14. 14 литр 35%түү туздун эритмесине 19 литр 50%түү туздун эритмесин жана y литр 40%түү туздун эритмесин аралаштыргандан кийин 43%түү эритме пайда болду. y канчага барабар?

15. 26%түү эритмени алуу үчүн, 14 литр 65%түү туздун эритмесине канча литр таза сууну аралаштырыш керек?

16. № 3 мектептин 6-класстарында 64 окуучу бар. Алардын 6,25%и мыкты окугандар. Кошуна мектептен мыкты окугандардан бир нечеси келип кошулгандан кийин, мыкты окугандардын саны 25%ке чейин өстү. № 3 мектептин 6-класстарына канча мыкты окуган жаңы окуучулар келген?

17. Челекте 15 литр 25%түү туздун эритмеси болгон эле. Андан h литр эритмени ошондой эле көлөмдөгү 40%түү эритме менен алмаштырып, 28%түү эритме алышты. h канчага барабар?

18. Джемаль 18 лирага эки түрдүү таттуудан сатып алды. Анын биринчисинин бир килограммынын баасы 1,5 лира, экинчиси – 2,4 лира болгон (лира – түрк акчасы).

- 1) Ар бир таттуунун түрүнөн канча килограмм сатып алынган? Чыгарылыштын 3 вариантын көрсөткүлө.
- 2) Эгерде Джемаль биринчи түрүнөн: а) 2 кг; б) 5,2 кг сатып алган болсо, анда ал экинчи түрүнөн канча килограмм сатып алган?

§ 6. Сызыктуу теңдемелердин өтө жөнөкөй системалары

6.1. Сызыктуу теңдемелердин системаларына киришүү

Мурунку параграфтын аягында биз кийинки кырдаалга кабыл болгонбуз.

Маселе

Улан менен Динара базардан 4 кг сабиз жана 2 кг пияз сатып келишти. Үйдөн аларды кызы Бермет тосуп алды. Өз ара маектин негизинде 112 сом корогонун жана сабиз пияздан 4 сомго кымбат экендигин билип, Бермет алардын бааларын аныкташ керек.

Ага жардам берели.

Чыгарылышы

Ушундай жана көптөгөн башка учурларда маселени математиканын жардамы менен чыгаруу ыңгайлуу болот.

Керектүү белгилөөлөрдү киргизип, маселени математика тилине которолу.

m – сабиздин баасы, l – пияздын баасы болсун деп белгилейли. Анда Уландын айтканынан

$$4m + 2l = 112. \quad (1)$$

келип чыгат.

(1)-теңдемедеги $4m$ кошулуучусу – сабизге канча, ал эми $2l$ кошулуучусу – пиязга канча сом төлөнгөнүн билдирет.

Динарадан алынган кошумча маалыматты дагы эки белгисизи бар сызыктуу теңдеме түрүндө жаза алабыз:

$$m - l = 4. \quad (2)$$

Сабиз менен пияздын баасын туюнткан m жана l сандары (1)-теңдеменин, ошол эле учурда (2)-теңдеменин дагы чыгарылышы болушу керек. Математикада мындай учурлар төмөндөгүдөй жазылат: биринчи теңдеменин алдына экинчиси жазылып, алар фигуралык кашаа менен камтылат:

$$\begin{cases} 4m + 2l = 112 \\ m - l = 4 \end{cases}$$

Мындай туюнтма эки белгисизи бар сызыктуу теңдемелер системасы деп аталат.

Бул системаны чыгаруу үчүн, 2-теңдемени m белгисизине карата чыгарабыз: $m = 4 + l$ болот (математикада m ди l менен туюнтабыз деп айтылат) жана аны (1) – теңдемеге койсок:

$$\begin{cases} 4m + 2l = 112 \\ m - l = 4 \end{cases}, \quad \begin{cases} 4m + 2l = 112 \\ m = 4 + l \end{cases}, \quad \begin{cases} 4(4 + l) + 2l = 112 \\ m = 4 + l \end{cases}$$

Кашааларды ачып, $4(4 + l) + 2l = 112$; $16 + 4l + 2l = 112$, окшошторун топтоштурсак, $4l + 2l = 112 - 16$; $6l = 96$ болот, мындан $l = 16$ келип чыгат. Аны $m = (4 + l)$ туюнтмасына коюп, $m = 4 + 16 = 20$ алабыз. Бул эсептөөлөрдү Бермет аткарып, сабиздин баасы 16 сом, пияздын баасы 20 сом экенин билди жана аны туура тапкандыгы үчүн ата-энесинин алкышын алды. Аягында, системаны чыгаруу колдонгон бул ыкма ордуна коюу ыкмасы деп аталарын белгилеп кетели.

149. Малаке печеньенин эки түрүн 108 лирага сатып алды. Печеньенин ар бир түрүнөн бир килограммдан алынганын жана экинчи түрдөгү печенье 17 лирага кымбат турарын билип, печеньеелердин бааларын билгиле.

 **150.** Алмамбет конфеттин эки түрүн 820 сомго сатып алды. Момпосуйдун ар бир түрүнөн бир килограммдан алынганын жана экинчи түрдөгү момпосуй 70 сомго арзан экендигин билип, момпосуйлардын бааларын билгиле.

6.2. Белгисиздердин айырмасы аныктаган системалар



Маселе

Баскетбол оюнунда «Жолборс» командасы «Арстан» командасын 23 упайга утуп алды. Оюндан кийин «Арстан» командасынын тренери: «Эгерде биз эки эсе көп упай алсак, анда аларды 19 упайга утат элек», – деп айтты. Оюн кандай эсеп менен аяктаган?

Чыгарылышы

«Жолборс» командасы алган упайлардын санын t менен, «Арстан» командасы алган упайдын санын l менен белгилесек, анда $t - l = 23$ теңдемесин, ал эми «Арстан» командасынын тренеринин айтканынан $2l - t = 19$ теңдемесин алабыз. Ошентип

$$\begin{cases} t - l = 23 \\ 2l - t = 19 \end{cases}$$

системага келебиз. Мындагы 1-теңдемеден $t = 23 + l$ таап, аны 2-теңдемеге койсок: $2l - (23 + l) = 19$ болот. Кашааны ачып, окшошторду топтосок: $2l - 23 - l = 19 \Rightarrow l - 23 = 19$, андан $l = 42$ келип чыгат. Анда, $t = 23 + l = 23 + 42 = 65$. Демек, бул оюнда «Жолборс» командасы «Арстан» командасын $65 : 42$ эсебинде уткан.

151. Шахмат мелдешинде «Үкүлөр» командасы «Жыландар» командасын 2 упайга утуп алды. Оюндан кийин бир күйөрман: «Эгерде «Жыландар» командасы азыркыдан үч эсе упайды көп алган болсо, анда алар 5 упайга утат эле», – деп айтты. Оюн кандай эсеп менен аяктаган?



152. «Шумкар» командасы «Бүркүт» командасын гандбол оюунунда, 7 топ көп киргизип, утту. Оюндан кийин бир күйөрман: «Эгерде «Шумкар» командасы оюнда азыркыдан эки эсе көп топ киргизсе, анда алар 22 топ айырма менен утат эле», – деп айтты. Оюн кандай эсеп менен аяктаган?

6.3. Белгисиздердин суммасы аныктаган системалар

Маселе

Дүкөндө килограммынын баасы 200 сом жана 120 сомдон болгон эки түрдүү момпосуй бар. Бардыгы 90 кг момпосуй сатылып, андан 14000 сом түшсө, момпосуйлардын ар бир түрүнөн канчадан килограмм сатылган?



Чыгарылышы

x менен биринчи түрдөгү, y менен экинчи түрдөгү момпосуйдун салмагын белгилеп: $x + y = 90$ теңдемесин алабыз. Анда, биринчи түрүн сатуудан 20х сом, экинчисинен 120у сом түшкөн болот. Натыйжада

$$\begin{cases} x + y = 90 \\ 200x + 120y = 14000 \end{cases}$$

теңдемелер системасына келебиз.

Мындагы 1-теңдемеден ути таап: $y = 90 - x$, аны 2-теңдемеге койсок, $200x + 120(90 - x) = 14000$ болот.

Кашааны ачып, окшошторду топтосок:

$200x + 10800 - 120x = 14000 \Rightarrow 8x = 320$, андан $x = 40$ келип чыгат.

Демек, биринчи түрдөгү момпосуйдан 40 килограмм, экинчи түрдөгү момпосуйдан $y = 90 - x = 90 - 40 = 50$ килограмм сатылган болот.

153. Дүкөндө эки түрдүү шапкелер сатылат. Анын биринчиси 120, экинчиси 70 сом турат. Эгерде 19 сатылган шапкелер үчүн 1880 сом түшкөн болсо, ар бир түрүнөн канчадан сатылган?



154. Эки талаадагы 180 гектарга буудай себилип 7140 центнер түшүм алынган. Биринчинин гектарынын түшүмдүүлүгү 40 центнер, экинчиники 37 центнер болсо, ал талаалардын аянтын тапкыла.

6.4. Кесүү маселеси

Маселе

6 кесим торт болгон эле. Алардын айрымдарын дагы төрткө, калгандарын экиге бөлүштү. Натыйжада 22 кесим торт пайда болду. Канча кесим 2 бөлүккө бөлүнгөн?

Чыгарылышы

Төрткө бөлүнгөн кесимдеринин санын x менен, экиге бөлүнгөн торттун кесимдеринин санын y менен белгилейли. Анда x кесимдерден $4x$ майда кесимдер, y кесимдерден $2y$ майдараак кесимдер келип чыгат. Мындан:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 4x + 2y = 22 \end{cases}$$

теңдемелер системасына келебиз.

1-теңдемеден ути таап: $y = 6 - x$, аны 2-теңдемеге койсок: $4x + 2(6 - x) = 22$ болот. Кашааны ачып, окшошторду топтосок: $4x + 12 - 2x = 22 \Rightarrow 2x = 10$, андан $x = 5$ келип чыгат. Демек, төрт бөлүккө бөлүнгөн торттун 5 кесими, эки бөлүккө бөлүнгөн $y = 6 - x = 6 - 5 = 1$ кесими болгон.

155. 6 барак кагаз бар эле. Алардын айрымдары төрткө бөлүнгөн. Натыйжада барактардын саны 12 болуп калды. Канча барак кесилген эмес?



156. 7 барак кагаз бар эле. Алардын айрымдары төрткө, калгандары алтыга бөлүнгөн. Натыйжада барактардын саны 32 болду. Канча барак 6 бөлүккө бөлүнгөн?

6.5. Белгисиздердин суммасы аныктаган системалар. Уланды

Маселе

Күчүктөр менен өрдөктөрдүн буттары биригип 48, ал эми баштары 18 болгон. Канча күчүк жана канча өрдөк болгон?

Чыгарылышы

Күчүктөрдүн санын x менен, өрдөктөрдүн санын y менен белгилейли. Анда күчүктөрдүн буттарынын саны $4x$, өрдөктөрдүкү $- 2y$ болот. Мындан

$$\begin{cases} x + y = 18 \\ 4x + 2y = 48 \end{cases}$$

теңдемелер системасына келебиз.

1-теңдемеден ути таап: $y = 18 - x$, аны 2-теңдемеге койсок, $4x + 2(18 - x) = 48$ болот. Кашааны ачып, окшошторду топтосок: $4x + 36 - 2x = 48 \Rightarrow 2x = 12$, андан $x = 6$ келип чыгат. Демек, 6 күчүк жана: $y = 18 - x = 18 - 6 = 12$ өрдөк болгон экен.

157. Унаа токтоочу жайда бардыгы 120 дөңгөлөгү бар эки дөңгөлөктүү велосипед жана төрт дөңгөлөктүү унаалар турат. Эгерде алардын жалпысы 33 болсо, канча унаа, канча велосипед турган?



158. Асан 15 стол жасаган. Бардыгы 54 бут колдонулган болсо, канча үч буттуу, канча төрт буттуу столдор жасалган?

6.6. Тестте алынган баллдар

Маселе

Текшерүү иште 30 суроо сунушталган. Ар бир туура жоопко 2 балл берилет, жооп туура эмес болсо – жарым балл кемитилет. Магомед баарына жооп жазып, натыйжада 28 балл алган. Магомед канча туура эмес жооп берген?

Чыгарылышы

Туура жооптордун санын x менен, туура эмес жооптордун санын y менен белгилейли. Анда, туура жооптор үчүн $2x$ балл, туура эмес жооптор үчүн $-0,5y$ балл коюлган. Мындан

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 2x - 0,5y = 28 \end{cases}$$

теңдемелер системасына келебиз. 1-теңдемеден x ти таап: $x = 30 - y$, аны 2-теңдемеге койсок: $2(30 - y) - 0,5y = 28$ болот. Кашааны ачып, окшошторду топтосок: $60 - 2y - 0,5y = 28 \Rightarrow -2,5y = -32$, андан $y = (-32) : (-2,5) = 12,8$ келип чыгат.

Демек, $y = 12,8$, анда $x = 30 - 12,8 = 17,2$. Биз системаны чыгардык, бирок ал маселенин туура жообу боло албайт: суроолордун саны бүтүн сан болуш керек.

159. Текшерүү иште 25 суроо сунушталган. Ар бир туура жоопко 1 балл берилет, жооп туура эмес болсо – төрттөн бир балл кемитилет. Манучар баарына жооп жазып, натыйжада 15 балл алган. Манучар канча туура эмес жооп берген?

160. Текшерүү иште 28 суроо сунушталган. Ар бир туура жоопко 7 балл берилет, жооп туура эмес болсо 2 балл кемитилет. Мальвина баарына жооп жазып, натыйжада 17 балл алган. Мальвина канча туура жооп берген?



161. Текшерүү иште 18 суроо сунушталган. Ар бир туура жоопко 2 балл берилет, жооп туура эмес болсо – жарым балл кемитилет. Мадина баарына жооп жазып, натыйжада 18 балл алган. Мадина канча туура эмес жооп берген?



162. Текшерүү иште 20 суроо сунушталган. Ар бир туура жоопко 4 балл берилет, жооп туура эмес болсо – бир балл кемитилет. Мансур баарына жооп жазып, натыйжада 65 балл алган. Мансур канча туура жооп берген?

6.7. Акча калдыгы



Маселе

Эгерде Данияр 11 дептер сатып алса, анда анын 5 сом калат, ал эми 15 дептерге 9 сом жетпейт. Данияр 7 дептер сатып алса, анда канча сом калат?

Чыгарылышы

Дептердин баасын p менен, Даниярдагы акчанын санын R менен белгилейли. Анда, биринчи учур үчүн $11p + 5 = R$, экинчиси үчүн $15p - 9 = R$ болот. Бул теңдемелерди система түрүндө жазалы:

$$\begin{cases} 11p + 5 = R \\ 15p - 9 = R \end{cases}$$

1-теңдемедеги R ди 2-теңдемеге койсок: $11p + 5 = 15p - 9$ болот. Окшошторун топтосок: $14 = 4p$, андан: $p = 14 : 4 = 3,5$. Демек, дептердин баасы $p = 14 : 4 = 3,5$ сом. Анда Даниярда $R = 11p + 5 = 11 \cdot 3,5 + 5 = 43,5$ сом болгон.

Алынган санды 2-теңдемеге коюп: $15 \cdot 3,5 - 9 = 43,5$, чыгарылыштын туура экенине ишенебиз.

Кийинки суроого жооп берели.

Дептердин баасы 3,5 сом болсо, 7 дептерге $7 \cdot 3,5 = 24,5$ сом коройт. Ошондуктан Даниярда $43,5 - 24,5 = 19$ сом калат.

163. Эгерде Бермет 1,5 кг момпосуй сатып алса, анын 470 сом, ал эми 2,2 момпосуй сатып алса, анын 176 сом калат. Бермет 1,8 кг момпосуй сатып алса, анда канча акча калат?



164. Эгерде Турсун 2,5 кг печенье сатып алса, анын 75 сом калат эле, ал эми 4 кг сатып алууга 120 сом жетпейт. Турсун 1,3 кг печенье сатып алса, анда канча акча калат?



165. Силер жана силердин үй-бүлөңөр катышкан сооданын шартын колдоноп, маселе түзгүлө жана аны чыгаргыла.

6.8. Квадрат жана башка фигуралар

Маселе

1) Тик бурчтуу жалпак темирдин периметри 112 см, негизи бийиктигинен 14 сантиметрге чоң. Бул темирден кесип алууга мүмкүн болгон эң чоң квадраттын аянты канчага барабар?

2) Тик бурчтуктун периметри 58 мм. Анын бир жагы тең жактуу беш бурчтуктун бир жагына дал келет, экинчи жагы квадраттын жагы менен жакташ. Ошондой эле, беш бурчтуктун периметри квадраттын периметринен 82 миллиметрге чоң. Квадраттын аянты канчага барабар?

Чыгарылышы

1) Жалпак темирдин негизинин узундугун a менен, анын бийиктигин h менен белгилейли. Анда

$$\begin{cases} 2(a + h) = 112 \\ a - h = 14 \end{cases}$$

теңдемелер системасына келебиз. 2-теңдемеден аны таап: $a = 14 + h$, аны 1-теңдемеге койсок: $2(14 + h + h) = 112$ болот.

Бул теңдемени 2ге бөлөлү: $(14 + h + h) = 56$,

окшошторун топтоп, $2h = 42$, жана $h = 42 : 2 = 21$ алабыз.

Анда, $a = 14 + h = 14 + 21 = 35$.

Демек, жалпак темирдин бийиктиги 21 см, узундугу 35 см.

Ал эми аянты эң чоң болгон квадрат, жагы 21 см болгондо болот, анын аянты: $21 \cdot 21 = 212 = 441 \text{ см}^2$.



24-сүрөт

2) Эгерде a – тик бурчтуктун негизи, h – бийиктиги болсо, анда анын периметри $2(a + h)$ болот.

Анда беш бурчтуктун периметри $5a$, ал эми квадраттын периметри $4h$. Демек, бул шарттар

$$\begin{cases} 2(a + h) = 58 \\ 5a - 4h = 14 \end{cases}$$

теңдемелер системасына алып келет. 1-теңдемени экиге бөлүп, андан аны таап: $a = 29 - h$, экинчи теңдемеге коёбуз: $5(29 - h) - 4h = 82$.

Кашааны ачып, окшошторду топтосок: $145 - 5h - 4h = 82$,

анда $-9h = -63$.

Мындан, $h = 7$, жана $a = 29 - h = 29 - 7 = 22$ болот.

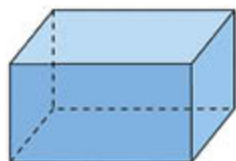
Демек, тик бурчтуктун бийиктиги 7 мм, негизи 22 мм болот. Ал эми квадраттын жагы 7 мм болгондуктан, анын аянты $7 \cdot 7 = 49 \text{ мм}^2$ болот.

166. Тик бурчтуктун периметри 22 см. Анын бир жагы тең жактуу үч бурчтуктун жагына, экинчи жагы квадраттын жагына дал келет. Ошол эле учурда үч бурчтуктун периметри квадраттын периметринен 12 сантиметрге чоң. Квадраттын аянты канчага барабар?



167. Тик бурчтуктун периметри 72 см, ал эми аны менен жакташ болгон квадраттардын периметрлеринин айырмасы 16 см. Тик бурчтуктун негизи менен бийиктиги канчага барабар?

6.9. Параллелепипеддин беттеринин аянттары



Маселе

Тик бурчтуу параллелепипеддин толук бетинин аянты 80 м^2 , каптал бетинин аянты негизинин аянтынан 35 м^2 ге чоң. Негизинин аянты канчага барабар?

Чыгарылышы

Тик бурчтуу параллелепипеддин толук бети анын каптал бетинен жана эки негизинен турат.

S_n менен каптал бетинин аянтын, S_{ab} менен негизинин аянтын белгилейли. Анда тик бурчтуу параллелепипеддин толук бетинин аянты $S_n + 2S_{ab}$. Мындан

$$\begin{cases} S_n + 2S_{ab} = 80 \\ S_n - S_{ab} = 35 \end{cases}$$

теңдемелер системасына келебиз. Системанын 2-теңдемесинен S_n ти таап: $S_n = 35 + S_{ab}$, аны 1-теңдемеге коюп: $S_n + 2S_{ab} = (35 + S_{ab}) + 2S_{ab} = 80$ алабыз.

Окшошторун топтосок: $3S_{ab} = 45$.

Мындан, $S_{ab} = 15$.

Демек, негизинин аянты 15 м^2 ге барабар экен. S_n : $S_n = 35 + S_{ab}$ экен.

168. Тик бурчтуу параллелепипеддин каптал бетинин аянты 48 м^2 ге барабар, ошол эле учурда бир каптал бетинин аянты экинчисинин аянтынан 4 м^2 ге чоң. Эгерде анын бийиктиги 2 м болсо, негизинин аянты канчага барабар?



169. Негизи квадрат болгон тик бурчтуу параллелепипеддин бардык кырларынын (каркасынын) узундуктарынын суммасы 60 см, ал эми бийиктиги негизинин жагынан 3 сантиметрге чоң. Параллелепипеддин бийиктиги канчага барабар?

6.10. Пайданы аныктоо

Маселе

«Альфа» жана «Бета» фирмалары биринчи жылы 432 млн сом киреше алышты. Экинчи жылы «Альфанын» кирешеси 25%ке өсүп, «Бетаныкы» 20%ке кемиген, бирок жалпы киреше өзгөрүүсүз калган. Биринчи жылы ар бир фирманын кирешеси канчадан болгон?



Чыгарылышы

«Альфанын» биринчи жылдагы кирешесин a менен, «Бетанын» биринчи жылдагы кирешесин b менен белгилейли. Анда, «Альфанын» экинчи жылдагы кирешеси $1,25a$, «Бетанын» экинчи жылдагысы $0,8b$ болот (1 процент – 0,01ге барабар.) Ошондуктан «Альфанын» биринчи жылдагы кирешеси $0,25a$ өссө, «Бетаныкы» $0,2b$ га кемиген.

Демек,

$$\begin{cases} a + b = 432 \\ 1,25a + 0,8b = 432 \end{cases}$$

теңдемелер системасын алабыз.

1-теңдемеден аны таап: $a = 432 - b$, аны 2-теңдемеге коюп:

$1,25(432 - b) + 0,8b = 432$, кашааны ачып, окшошторду топтосок:

$$540 - 1,25b + 0,8b = 432 \Rightarrow -0,45b = -108.$$

Мындан, $b = (-108) : (-0,45) = 240$ болот.

Демек, $b = 240$, андан $a = 432 - b = 432 - 240 = 192$.

Анда, «Альфанын» биринчи жылдагы кирешеси 192 млн сом,

«Бетаныкы» – 240 млн сом болгону аныкталды.

Текшерүүнү 2-теңдеме боюнча жүргүзсөк:

$$1,25a + 0,8b = 1,25 \cdot 192 + 0,8 \cdot 240 = 240 + 192 = 432 - \text{туура жооп чыгат.}$$

170. Мурат менен Дилянын 25 000 сому бар эле. Мурат андагы өзүнүн акчасынын 55%ин, ал эми Диля 40%ин короткондон кийин, алардын 12 600 сому калды. Мураттын канча акчасы калды?



171. Ысык-Көлгө барганга чейин Мээрим менен Исламдын жалпы салмагы 92 кг эле. Эс алып жүрүп Мээрим 4%ке арыктап, Ислам 5% салмак кошкон. Натыйжада алардын жалпы салмагы 100 граммга өскөн. Ысык-Көлдөн келгенде Исламдын салмагы канча болгон?

6.11. Аралашманы система аркылуу аныктоо

Маселе



1) Дүкөндө эки түрдүү момпосуй бар: биринчи түрүнүн килограммынын баасы 334 сом, экинчи түрүнүн килограммынын баасы 280 сом. Баасы 310 сом/кг боло турган 90 кг аралашма момпосуй алуу үчүн ар бир түр момпосуйдан канча килограмм пайдалануу керек?

2) Дүкөн эки түрдүү момпосуйларды аралашмага пайдаланды: 1-түрүнүн килограммынын баасы 420 сом,

2-түрүнүн килограммы 355 сом. Баасы 300,75 сом/кг боло турган аралашма алуу үчүн ар бир түр момпосуйдан канча килограмм пайдаланылган? Аралашмага биринчи түрдөгү момпосуйдан 8 кг ашык колдонулганы белгилүү.

Чыгарылышы

1) 1-түрдөгү момпосуйдун салмагын a менен, 2-түрдөгү момпосуйдун салмагын b менен белгилейли. Анда

$$\begin{cases} a + b = 90 \\ 334a + 280b = 90 \cdot 310 \end{cases}$$

теңдемелер системасын алабыз.

2-теңдемедеги $334a$ – биринчи түрдөгү момпосуйду сатуудан түшкөн акча, $280b$ – экинчи түрдөгү момпосуйду сатуудан түшкөн акча, $90 \cdot 310$ – аралашманы сатуудан түшкөн акча.

1-теңдемеден аны таап: $a = 90 - b$, аны 2-теңдемеге коюп:

$334(90 - b) + 280b = 90 \cdot 310$, кашааны ачып, окшошторун топтосок:
 $30060 - 334b + 280b = 27900 \Rightarrow -54b = -2160$.

Мындан, $b = (-2160) : (-54) = 40$ болот.

Демек, $b = 40$, анда $a = 90 - b = 50$, б. а. 1-түрдөгү 50 кг конфета менен 2-түрдөгү 40 кг момпосуйду аралаштырып, анын килограммын 310 сомдон сата турган болсо, аралашмадан түшкөн акча анын ар бирин өзүнчө эле сатуудан түшкөн акчага барабар болот экен.

2) Жогорудагы эле белгилөөлөрдү колдонсок,

$$\begin{cases} a - b = 8 \\ 420a + 355b = 390,75(a + b) \end{cases}$$

теңдемелер системасын алабыз.

2-теңдемедеги $390,75(a + b)$ – аралашманы сатуудан түшкөн акча.

1-теңдемеден аны таап: $a = 8 + b$, аны 2-теңдемеге коюп:

$420(8 + b) + 355b = 390,75((8 + b) + b)$, кашааны ачып, окшошторду топтосок:
 $3360 + 420b + 355b = 3126 + 781,5b \Rightarrow -6,5b = -234$. Мындан, $b = (-234) : (-6,5) = 36$ болот.

Демек, $b = 36$, анда $a = 36 + 8 = 44$, б. а., эгерде 1-түрдөгү 44 кг момпосуй менен 2-түрдөгү 36 кг момпосуйду аралаштырып, анын килограммын 390 сом 75 тыйындан сатсак аралашмадан түшкөн акча анын ар бирин өзүнчө сатуудан түшкөн акчага барабар болот экен.

172. Таалайдын 500 кой, эчкиси болгон. Койлордун орточо салмагы 38 кг, эчкилердики 32 кг, ал эми алардын жалпы орточо салмагы 37,1 кг. Таалайдын канча кою, канча эчкиси болгон?

173. Фермадагы уйлардын салмагы 348 кг, жылкылардыкы 320 кг, ал эми алардын орточо салмагы 339,6 кг. Фермадагы уйлардын саны жылкылардан 20га ашык экенин билип, фермада канча уй, канча жылкы болгонун тапкыла.

 174. Дүкөндө эки түрдүү печенье болгон: биринчи түрүнүн килограммынын баасы 140 сом, экинчини — 80 сом. Баасы 117 сом/кг боло турган 60 кг аралашма печенье алуу үчүн печеньедин ар бир түрүнөн канча килограммдан алыш керек?

 175. Дүкөн эки түрдүү печеньелерди: биринчи түрүнүн килограммы 125 сомдон, экинчини — 105 сомдон, аралашмага пайдаланды. Баасы 117,5 сом/кг боло турган аралашма алуу үчүн печеньелердин ар бир түрүнөн канчадан килограмм алынган? Аралашмага биринчи түрдөгү печенье 16 кг ашык колдонулган.

6.12. Эритмелердин керектүү көлөмдөрүн аныктоо

Маселе

60 литр 41%түү туздун эритмесин алуу үчүн 44% жана 32%түү эритмелер колдонулган. Ар бир эритмеден канча литрден колдонулган?

Чыгарылышы

41%түү туздун эритмеси деген ал суюктукта 41% туз болот дегенди билдирет. Анда, 60 литр эритмеде $0,41 \cdot 60$ туз болот. Эгерде, биринчи эритменин көлөмүн x менен белгилесек, анда $0,44x$ туз, экинчи эритменин көлөмүн y менен белгилесек, анда $0,32y$ туз болот. Анда,

$$\begin{cases} x + y = 60 \\ 0,44x + 0,32y = 0,41 \cdot 60 \end{cases}$$

теңдемелер системасын алабыз. Системадагы экинчи теңдеме, баштапкы эритмелердеги туздун саны кийин даярдалган эритмедеги туздун саны менен бирдей экенин көрсөтөт. Биринчи теңдемеден $x = 60 - y$, аны экинчи теңдемеге коюп: $0,44(60 - y) + 0,32y = 0,41 \cdot 60$, кашааны ачып, окшошторду топтосок: $26,4 - 0,44y + 0,32y = 24,6 \Rightarrow -0,12y = -1,8$. Мындан, $y = (-1,8) :$





1. Салтанат 17 лира төлөп, ар бири бир килограммдан болгон момпосуйдун эки түрүнөн сатып алды. Биринчи түргө караганда экинчи түрдөгү момпосуй 1,4 лирага арзан экендигин билип, момпосуйлардын бааларын билгиле.

2. Системаны чыгаргыла:

a)
$$\begin{cases} a + b = 42 \\ 2a + 18b = 420 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 25p - 49 = R \\ 12p + 68 = R \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} a - b = 43 \\ 125a + 8b = -110 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 5x + 80y = 130 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 5(x + y) = 40 \\ 21x - 8y = -35 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} 5s - 7t = 18,9 \\ s + 4t = -8,1 \end{cases}$$

3. Мектептеги викторинанын катышуучуларына 20 суроо сунушталган. Туура жооп берген окуучуга 12 упай берилип, туура эмес жооп үчүн 10 упай кемитилген. Бардык суроолорго жооп жазып, андан 64 упай топтогон окуучу канча туура жооп берген?

4. Мал короодо койлор менен каздар жүргөн эле. Алардын баштарынын саны 33, буттарыныкы 91 экенин бала эсептеп чыкты. Канча кой, канча каз бар экенин тапкыла.

5. 20 дөңгөлөк жана 8 отургуч болгон болсо, канча үч дөңгөлөктүү, канча эки дөңгөлөктүү велосипед чогултууга болот?

6. Табак менен чыны биригип 37 сом, ал эми 3 табак жана 5 чыны 145 сом турат. 5 табак жана 3 чыны канча турат?

7. Арстандын 20 кой, эчкилери бар, алардын жалпы салмагы 760 кг. Эгерде койлордун орточо салмагы 40 кг, эчкилердики 30 кг болсо, Арстандын канча кою болгон?

8. Бир жума ичинде Билгичбек менен Билбесбек 27 баа алышты жана алардын жалпы суммасы 99 болду. Эгерде Билбесбек жалаң эки, ал эми Билгичбек беш деген бааларды алган болсо, анда Билбесбек канча баа алган?

9. Келишим боюнча жумушчуга ар бир жумуш кылган күнү үчүн 48 франк берилет, жумушту калтырган күнү үчүн 12 франк кемитилет. 30 күн өткөндөн

VI + IV = X
 $P = 2(a + b)$ $14x = -42$
8 = 2
10 = 20
кийин Пьердин эмгек акысы 0 франк болгонун билип, ал канча күн иштегенин тапкыла¹.

10. Тик бурчтуктун периметри 480 смге барабар. Эгерде анын негизин 15%ке чоңойтуп, бийиктигин 5%ке кичиртсек, анда бул тик бурчтуктун периметри 536 см барабар болуп калат. Жаңы тик бурчтуктун аянты канчага барабар?

11. Шляпа менен шапкенин жалпы баасы 400 сом, 2 шляпа жана 3 шапке – 950 сом. Шляпа менен шапкенин баасын тапкыла.

12. Кинотеатрда 40 билет 2700 сомго сатылган. Эгерде чоңдордун билетинин баасы 80 сом, балдардыкы 30 сомдон болсо, канча билет чоңдорго, канчасы балдарга сатылган?

13. Аэропорттон, түндүк жана түштүк багыты боюнча эки самолёт учуп чыккан. Түндүккө учкан самолёт түштүккө учканга караганда саатына 40 кмден ашык учат. Үч саат өткөндөн кийин алардын ортосундагы аралык 1800 км болду. Самолёттордун ылдамдыгын тапкыла.

14. Аэропорттон бир багыт боюнча, бири-биринен 45 мүнөт айырмасы менен эки самолёт учуп чыккан. Биринчиси экинчисине караганда саатына 140 км ашык учат. Экинчи самолёт учуп чыккандан эки саат өткөндөн кийин алардын ортосундагы аралык 895 км болду. Самолёттордун ылдамдыгын тапкыла.

15. Касымдын 200 топоз жана эчкилери бар. Топоздун орточо салмагы 98 кг, эчкиники – 30 кг, ал эми алардын жалпы орточо салмагы 58,9 кг. Касымдын канча топозу, канча эчкиси бар?

16. Класстагы балдардын орто бою 134 см, кыздардыкы – 140 см, ал эми класстагы окуучулардын орто бою 136,4 см. Эгерде балдар кыздардан 5ке көп болушса, класста канча бала, канча кыз бар?

17. Класстагы балдардын орто бою 144 см, кыздардыкы – 146 см, ал эми класстагы окуучулардын орто бою 146,5 см. Эгерде окуучулардын саны 32 болсо, класста канча бала, канча кыз болгон?

18. Мал короодо койлор жана каздар жүргөн эле. Алардын баштарынын саны 33, буттарыныкы – 136. Мал короодо канча кой, канча каз бар экенин тапкыла.



19. 50 литр 37,8%түү туздун эритмесин алуу үчүн 42% жана 28%түү эритмелер колдонулган. Ар бир эритмеден канча литрден колдонулган?

¹ Э. Безунун маселеси.

§7. Натуралдык сандарды жазуу системасынын касиеттери

7.1. Үй тапшырманы аткарып жатканда

Натуралдык сандардын касиеттерине карата үй тапшырманы аткарып жатып Акылай: *цифраларынын суммасы 18ге барабар болгон эки орундуу натуралдык санды тапкыла* деген маселени ойлоп тапты. Башка иштер менен алектенип жүргөн Тентек бул тапшырманы аткарган жок. Ал класска келип, Акылайдын дептериндегини окугандан кийин, мен мындай маселелерди канча кааласаң, ошончо түзүп бере алам деп кубанды да, өзүнүн дептерине: *биринчиси* – цифраларынын суммасы 22ге барабар болгон эки орундуу натуралдык санды, *экинчиси* – цифраларынын суммасы 8ге барабар болгон эки орундуу натуралдык санды тапкыла деген эки маселени жазып койду.

Бул маселелерди талдап көрөлү. Алдын ала айрым аныктамаларды эске салабыз.

Саноодо колдонулуучу 1, 2, 3,... сандары натуралдык деп аталышат. Натуралдык сандардын көптүгү N символу менен белгиленет.

Натуралдык сандарды жазууда **арабдардыкы** деп аталган ондук позициялык система колдонулат. Натуралдык сандар, **цифралар** деп аталган, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 белгилер менен жазылат. Ар бир цифранын «салмагы» анын орду менен аныкталат. Арабдар сыяктуу санды оңдон солго окусак, анын биричиси – бирдик, экинчиси – ондук, үчүнчүсү – жүздүк, миңдик, он миңдик ж. б. у. с. болуп окулат.

Мисалы: $29873 = 3 \cdot 1 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 100 + 9 \cdot 1000 + 2 \cdot 10\,000$.

Араб сандарын белгилөөдө тамгалар колдонулса, анда алардын үстүнө сызык коюлат, б.а. $\overline{abcd} = 1549$ болсо, анда $a = 1$; $b = 5$; $c = 4$; $d = 9$.

Эгерде натуралдык санды жазууда эки цифра колдонулса, ал – эки орундуу, үч цифра колдонулса – үч орундуу ж. б. у. с.

Натуралдык сандын алдында нөл же бир нече нөл жазылса, алар эсепке алынбайт. Мисалы, 0317 – үч орундуу, 0044 – эки орундуу сан болот.

Жогорудагы Акылайдын маселесинде $a + b = 18$ болгон $\overline{ab}$ санын табуу керек эле. Мында a, b цифралар болгондуктан, алар 9дан чоң боло алышпайт. Ошондуктан: изделген сан 99.

Ал эми Тентектин 1-маселесинин чыгарылышы болбойт, анткени $a + b = 22$ болгон $\overline{ab}$ санынын болушу үчүн же a , же b оңдон чоң болууга тийиш. Ал эми a жана b цифралар болуп, 9тан чоң болбогондуктан, андай болууга мүмкүн эмес.

Тентектин экинчи маселесинин жалгыз чыгарылышы жок.

Анда $a + b = 8$ болгон $\overline{ab}$ санын табуу керек эле. Бирок бул маселенин чыгарылышы болуп натуралдык сандардын бир нече жубу боло алат.

Мисалга, $a = 2, b = 6$; $a = 1, b = 7$; $a = 8, b = 0$; $a = 6, b = 2$.

179. Цифраларынын суммасы 4 боло турган бардык эки орундуу натуралдык сандарды тапкыла.



180. Цифраларынын суммасы 17 боло турган бардык эки орундуу натуралдык сандарды тапкыла.

7.2. Эки орундуу сандын цифраларын аныктоо

Маселе

Эки орундуу сандын цифраларынын суммасы 10, ал эми ондугу бирдигинен 4кө кичине. Бул санды тапкыла.

Чыгарылышы

Изделген санды $\overline{xu}$ менен белгилейли. Анда:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ y - x = 4 \end{cases}$$

түрүндөгү теңдемелер системасына келебиз. Системанын биринчи теңдемесинен x ти таап: $x = 10 - y$, аны экинчи теңдемеге койсок, анда $y - (10 - y) = 4$ болот. Кашааны ачып, $y - 10 + y = 4$, окшошторун топтоп, $2y = 14$ деп алабыз. Мындан $y = 7$, андан $x = 3$ болору келип чыгат. Демек, изделген сан 73 экен.

181. Ондугу бирдигинен 3кө аз жана үч эселенген ондугу бирдигинен 5ке чоң болгон эки орундуу натуралдык санды тапкыла.



182. Ондугу бирдигинен 5ке чоң жана эки эселенген ондугу менен бирдигинин суммасы 13кө барабар эки орундуу натуралдык санды тапкыла.

7.3. Үч орундуу сандын цифраларын аныктоо

Маселе

Үч орундуу сандын цифраларынын суммасы 17 жана жүздүгү менен бирдиги барабар, ал эми эки эселенген ондугу бирдигинен 9га чоң. Бул санды тапкыла.

Чыгарылышы

Изделген санды $\overline{xux}$ түрүндө жазууга болот. Анда системасына келебиз.

$$\begin{cases} x + y + x = 17, \\ 2y - x = 9 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2x + y = 17 \\ x = 2y - 9 \end{cases}$$

Экинчи теңдемедеги x тин маанисин биринчи теңдемеге коюп:

$2(2y - 9) + y = 17$ ни алабыз. Андагы кашааны ачып: $4y - 18 + y = 17$, окшошторду топтосок, $5y = 35$ болот. Мындан: $y = 7$ жана $x = 2y - 9 = 5$.

Демек, изделген сан: 575.

183. Цифраларынын суммасы 13кө барабар, ондугу бирдигинен 7ге аз жана ондугу жүздүгүнө барабар үч орундуу натуралдык санды тапкыла.



184. Цифраларынын суммасы 11ге, жүздүгү бирдигине барабар жана үч эселенген ондугу менен бирдигинин суммасы 13кө барабар үч орундуу натуралдык санды тапкыла.

7.4. Эки орундуу санды табуу

Маселе

Эки орундуу натуралдык сандын цифраларынын суммасы 11ге барабар. Бул сандын цифраларын орун алмаштырсак, пайда болгон сан баштапкы сандан 27ге чоң болуп калат. Баштапкы санды тапкыла.



Чыгарылышы

Сандарды араб системасы менен жазуу учурунда, ар бир цифранын салмагы ал өзү турган орун менен аныкталат. Ошондуктан изделген санды $10x + y$ түрүндө жазалы, мында x – ондуктардын, y – бирдиктердин саны. Орун алмашуудан кийин $10y + x$ саны пайда болот. Мындан

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ (10y + x) - (10x + y) = 27 \end{cases}$$

системасына келебиз. Системанын экинчи теңдемесиндеги кашааларды ачып:

$10y + x - 10x - y = 27$, окшошторду топтосок: $9y - 9x = 27$ болот. Кашаанын сыртына 9ту чыгарып: $9(y - x) = 27$, андан кийин теңдемени 9га бөлсөк, ал $y - x = 3$ түрүнө келет. Эми биринчи теңдемедеги y ти таап: $y = 11 - x$, акыркы теңдемеге койсок: $(11 - x) - x = 3$.

Мындан, $11 - x - x = 3$; $-2x = -8$. Анда, системанын чыгарылышы: $x = 4$; $y = 7$.

Демек, изделген сан 47 экен.

185. Эки орундуу сандын цифраларынын суммасы 8. Бул сандагы цифралардын ордун алмаштырса, алынган сан алгачкыдан 54кө кичине болот. Алгачкы санды тапкыла.

 **186.** Эки орундуу сандын цифраларынын суммасы 10. Бул сандагы цифралардын ордун алмаштырса, анда ал сан алгачкы сандан 18ге чоң болуп калат. Алгачкы санды тапкыла.

7.5. Үч орундуу санды табуу

Маселе

Үч орундуу натуралдык сандын цифраларынын суммасы 12ге, ал эми жүздүгү ондугуна барабар. Бул сандын биринчи жана үчүнчү цифраларынын ордун алмаштырганда, ал баштапкы сандан 297ге чоң сан болот. Баштапкы санды тапкыла.

Чыгарылышы

Баштапкы санды $100x + 10x + y$ түрүндө жазалы.

Мында: x – жүздүк жана ондук, y – бирдик. Анда, орун алмашуудан кийин $100y + 10x + x$ болуп калат.

Демек,

$$\begin{cases} x + x + y = 12 \\ (100y + 10x + x) - (100x + 10x + y) = 297 \end{cases}$$

системасына келебиз. Системанын экинчи теңдемесиндеги кашааларды ачып:

$100y + 10x + x - 100x - 10x - y = 297$, окшошторду топтосок: $99y - 99x = 297$ болот. Кашаанын сыртына 99ту чыгарып: $99(y - x) = 297$, теңдемени 99ка бөлсөк, ал $y - x = 3$ түрүнө келет.

Эми биринчи теңдемедеги y ти таап: $y = 12 - 2x$, акыркы теңдемеге койсок: $(12 - 2x) - x = 3$.

Мындан, $12 - 2x - x = 3$; $-3x = -9$.

Анда, системанын чыгарылышы: $x = 3$; $y = 6$, ал эми изделген сан: 336.

187. Үч орундуу сандын цифраларынын суммасы 15 жана анын жүздүгү бирдигине барабар. Бул сандагы экинчи жана үчүнчү цифралардын ордун алмаштырса, баштапкы сандан 27ге кичине сан болот. Баштапкы санды тапкыла.

 **188.** Үч орундуу сандын цифраларынын суммасы 12 жана анын ондугу бирдигине барабар. Бул сандагы биринчи жана экинчи цифраларды орун алмаштырса, баштапкы сандан 270ге чоң сан болот. Бул санды тапкыла.

7.6. Эки орундуу сандан үч орундуу санга

Маселе

Эки орундуу сандын цифраларынын суммасы 11. Бул сандын цифраларынан кийин 3 цифрасы жазылса, анда ал сан баштапкыдан 831ге чоң болуп калат. Баштапкы санды тапкыла

Чыгарылышы

Баштапкы санды $10x + y$ түрүндө жазалы, мында x – ондук, y – бирдик. Аларга 3 цифрасын кошуп жазгандан кийин $100x + 10y + 3$ санын алабыз. Ошентип,

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ (100x + 10y + 3) - (10x + y) = 831 \end{cases}$$

системасына келебиз. Экинчи теңдемедеги кашааларды ачып:

$$100x + 10y + 3 - 10x - y = 831, \text{ окшош мүчөлөрдү топтосок:}$$

$90x + 9y = 828$ болот. Ал эми 1-теңдемеден $y = 11 - x$. Аны акыркы теңдемеге койсок:

$$90x + 9(11 - x) = 828 \text{ келип чыгат. Мындан, } 90x + 99 - 9x = 828;$$

$81x = 729$. Ошондуктан системанын чыгарылышы: $x = 9$; $y = 2$, ал эми изделген сан: 92.

189. Эки орундуу сандын цифраларынын суммасы 8. Бул сандын цифраларынын ортосуна 6 цифрасы жазылса, анда ал сан баштапкыдан 510го чоң болуп калат. Баштапкы санды тапкыла.

 **190.** Эки орундуу сандын цифраларынын суммасы 10. Бул сандын цифраларынан кийин 7 цифрасы жазылса, анда ал сан баштапкыдан 259га чоң болуп калат. Баштапкы санды тапкыла.

7.7. Эки орундуу сандан төрт орундуу санга

Маселе

Эки орундуу сандын цифраларынын суммасы 15. Бул сандын цифраларынын ортосуна 31саны жазылса, анда ал сан баштапкыдан 7240ка чоң болот. Баштапкы санды тапкыла.

Чыгарылышы

Изделген санды $10m + n$ түрүндө жазалы, мында m – ондуктар, n – бирдиктер. Цифралардын ортосуна 31ди жазгандан кийин $1000m + 3 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + n$ санын алабыз.



Демек,

$$\begin{cases} m + n = 15 \\ (1000m + 3 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + n) - (10m + n) = 7240 \end{cases}$$

системасына келебиз.

Экинчи теңдемедеги кашааларды ачып, окшош мүчөлөрдү топтосок: $990m = 6930$ жана $m = 7$ болот. Системанын 1-теңдемесинен:

$n = 15 - 7 = 8$. Демек, изделген сан: 78.

191. Эки орундуу сандын цифраларынын суммасы 8. Бул сандын цифраларынан кийин жылчык калтырбай 61 санын жазсак, анда баштапкыдан 3526га чоң сан пайда болот. Баштапкы санды тапкыла.



192. Эки орундуу сандын цифраларынын суммасы 13. Эгерде бул сандын цифраларынын ортосуна 17 санын жазсак, анда баштапкыдан 4130га чоң сан пайда болот. Баштапкы санды тапкыла.

7.8. Үч орундуу сандан үч орундуу санга

Маселе

Эгерде үч орундуу x сандан, анын биринчи жана үчүнчү цифраларынын орун алмашуусунан пайда болгон санды кемитсек, анда 792 чыгат. x тин цифраларынын суммасы 18 экени белгилүү болсо, ал кайсы сан?

Чыгарылышы

Изделген санды $\overline{abc}$ деп белгилейли. Анда: $x = 100a + 10b + c$ жана маселенин биринчи шартынан $(100a + 10b + c) - (100c + 10b + a) = 792$.

Кашааларды ачып, окшошторду топтоштурсак, $99(a - c) = 792$ келип чыгат, мындан: $a - c = 8$. a жана c цифралар болгондуктан, алар 0, 1, 2, ..., 9 маанилерди гана кабыл алышы мүмкүн. Демек, $a - c = 8$ теңдемеси эки чыгарылышка ээ болот, алар: (9; 1), (8; 0).

Эми экинчи $a + b + c = 19$ шартын алалы.

Анда $a = 8$; $c = 0$ болсо, $b = 10$. Мындай болууга мүмкүн эмес, анткени b цифра. Ошондуктан, $a = 9$; $c = 1$, демек, $b = 8$.

Ошентип, жообу: $x = 981$.

193. Эки орундуу y санынан, анын цифраларынын орун алмаштыруусунан келип чыккан санды кемитсек, 81 болот. y ти тапкыла.



194. Эгерде үч орундуу z санынан, анын цифраларынын биринчиси менен экинчисинин орун алмашуусунан пайда болгон санды кемитсек, 630 чыгат. z тин цифраларынын суммасы 20 болсо, ал кайсы сан?

7.9. Эки орундуу сандан цифрага

Маселе

Эки орундуу сандын экинчи орунда турган 6 цифрасын алып салганда, ал санды 12ге бөлгөндөгүдөй эле натыйжа чыгат. Ал санды тапкыла.



Чыгарылышы

Изделген санды $\overline{x6} = x \cdot 10 + 6$ деп жазып алабыз. Эгерде $\overline{x6}$ дан 6 цифрасын алып салсак, x саны чыгат. Экинчи жактан, изделген санды 12ге бөлгөндө дагы ошол эле x сан чыга тургандыктан, изделген $x \cdot 10 + 6$ санын $12x$ деп жазса болот. Ошентип, $x \cdot 10 + 6 = 12x$ теңдемесине келебиз. Окшошторду чогултуп: $6 = 2x$, мындан $x = 3$ алабыз. Демек, изделген сан 36.

Жоопту текшерели: 36 санындагы 6 цифрасын алып салсак 3 калат; 36ны 12ге бөлсөк 3 чыгат.

195. Биринчи орунда турган 3 цифрасын жана үчүнчү орунда турган 6ны алып салганда, x үч орундуу санын 163кө бөлгөндөгүдөй эле натыйжа келип чыгат. хти тапкыла.

 **196.** Биринчи орунда турган 4 цифрасын алып салганда, y эки орундуу санын 9га бөлгөндөгүдөй эле натыйжа келип чыгат. ути тапкыла.

7.10. Үч орундуу сандан эки орундуу санга

Маселе

Экинчи орунда турган 9 цифрасын алып салганда, изделген санды 16га бөлгөндөгүдөй эле натыйжа келип чыга турганын билип, цифраларынын суммасы 12ге барабар болгон үч орундуу санды тапкыла.



Чыгарылышы

Изделген санды $\overline{x9y} = x \cdot 100 + 9 \cdot 10 + y$ түрүндө жазалы. Анда шарт боюнча $x + 9 + y = 12$; $x + y = 3$ болот. Ал эми туюнтмасынан 9 цифрасын алып койсок, $10x + y$ болуп калат. Бул сан изделген санды 16га бөлгөндөгүдөй эле болгондуктан, изделген санды 16 ($10x + y$) деп жазсак болот. Демек, $x \cdot 100 + 9 \cdot 10 + y = 16(10x + y)$ теңдемеси орун алат. Кашааны ачып, окшошторун топтоштурсак, $60x + 15y = 90$ болот. Мындан

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 60x + 15y = 90 \end{cases}$$

системасына келебиз. Биринчи теңдемеден $y = (3 - x)$ туюнтмасын экинчи теңдемеге койсок: $60x + 15(3 - x) = 90$ болот, мындан $60x + 45 - 15x = 90$; $45x = 45$.

VI + IV = X
 $p = 2(a + b)$
 $14x = -42$
Анда системанын чыгарылышы: $x = 1$; $y = 3 - x = 2$ жана изделген сан: 192. Натыйжаны текшерели: 192 санынан 9ду алып салсак 12 болот, ошондой эле 192ни 16га бөлүп дагы эле 12ни алабыз.

197. Биринчи орунда турган 9 цифрасын алып салганда, изделген санды 51ге бөлгөндөгүдөй эле натыйжа келип чыга турганын билип, цифраларынын суммасы 18ге барабар болгон үч орундуу санды тапкыла.



198. Экинчи орунда турган 4 цифрасын алып салып, калган сандын цифраларын орун алмаштыргандан кийин, изделген санды 8ге бөлгөндөгүдөй эле сан келип чыга турган жана цифраларынын суммасы 11ге барабар болгон үч орундуу санды тапкыла.



199. Бул параграфта каралган маселелерге окшоштуруп, эки маселе түзгүлө.



1. Цифраларынын суммасы 1 болгон төрт орундуу санды тапкыла.
2. Цифраларынын суммасы 27 болгон үч орундуу санды тапкыла.
3. Цифраларынын суммасы а) 3; б) 16 болгон эки орундуу бардык натуралдык сандарды тапкыла.
4. Цифраларынын суммасы а) 2; б) 26 болгон үч орундуу бардык натуралдык сандарды тапкыла.
5. Ондугу бирдигинен 3кө чоң болгон жана ондугу менен эки эселенген бирдигинин суммасы 21ге барабар болгон эки орундуу санды тапкыла.
6. Ондугу эки эселенген бирдигинен 7ге кем, ошондой эле ондугу жүздүгүнө барабар, цифраларынын суммасы 6 болгон үч орундуу санды тапкыла.
7. Жүздүгү бирдигине барабар жана эки эселенген ондугу менен үч эселенген бирдигинин суммасы 13 болгон, цифраларынын суммасы 8 болгон үч орундуу санды тапкыла.
8. Эки орундуу сандын цифраларынын суммасы 11. Эгерде бул сандагы цифралардын орду алмашса, анда ал баштапкы сандан 63кө кем болот. Баштапкы санды тапкыла.
9. Үч орундуу сандын цифраларынын суммасы 13. Эгерде бул сандагы биринчи менен экинчи цифраларды орун алмаштырсак, анда пайда болгон сан баштапкы сандан 360ка ашык болуп калат. Баштапкы санды тапкыла.
10. Эки орундуу сандын цифраларынын суммасы 3. Бул сандагы цифралардын арасына 1 цифрасын жазып койсок, анда баштапкы сандан 190го чоң болгон сан чыгат. Баштапкы санды тапкыла.
11. Эки орундуу сандын цифраларынын суммасы 7. Бул сандагы цифраларды улап, 5 цифрасын жазып койсок, анда изделген сандан 311ге чоң болгон сан чыгат. Баштапкы санды тапкыла.
12. Эки орундуу санды терем деп, аны эки жолу жаңылып жазып алышкан. Натыйжада териле турган сандан 5600гө чоң болгон төрт орундуу сан келип чыккан. Кайсы санды терүү керек эле?
13. Эки орундуу сандын цифраларынын суммасы 13. Эгерде бул сандан кийин удаа эле 26 саны жазылса, анда ал изделген сандан 5768ге чоң сан болуп калат. Баштапкы санды тапкыла.

14. Эки орундуу сандын цифраларынын суммасы 14. Бул сандагы цифралардын ортосуна 73 санын жазып койсок, анда ал изделген сандан 8650гө чоң болуп калат. Баштапкы санды тапкыла.

15. Эгерде үч орундуу T санынан, анын 2чи менен 3чү цифраларынын ордун алмаштыруудан чыккан санын кемитсек, анда 54 чыгат. T санынын цифраларынын суммасы 8 болорун билип, бул санды тапкыла.

16. Экинчи орунда турган 4 цифрасын алып салганда, изделген санды 12ге бөлгөндөй эле натыйжа чыга турган эки орундуу санды тапкыла.

17. Экинчи орунда турган 4 жана үчүнчү орунда турган 2 цифрасын алып салганда, изделген санды 114кө бөлгөндөй эле натыйжа чыга турган үч орундуу санды тапкыла.

18. Биринчи орунда турган 6 цифрасын алып салганда, изделген санды 21ге бөлгөндөй эле натыйжа чыга турган, цифраларынын суммасы 9 болгон үч орундуу санды тапкыла.

19. Үч орундуу x сандын цифраларынын суммасы 9. Үчүнчү орунда турган 0 цифрасын алып салып, калган цифраларын орун алмаштырса, пайда болгон сан x менен 12нин катышына барабар болот. x ти тапкыла.

§8. Сандардын бөлүнүшү

8.1. Бөлүнүш аныктамасы

Эгерде n саны k менен m дин көбөйтүндүсү болсо, б. а. $n = km$ барабардыгы орун алса, n саны k санына бөлүнөт деп айтабыз. Мында n , k , m бүтүн сандар (km жана $k \cdot m$ жазылыштары бир эле маанини: k саны m ге көбөйтүлгөн дегенди түшүндүрөт).

Мисалы, 18 саны 2ге жана 9га бөлүнөт, бирок 7ге жана 4кө бөлүнбөйт.

200. 56 саны: а) 4; б) 14; в) 3; г) 7; е) 12; ф) 16 санына бөлүнөт деген туурабы?

 201. 68 саны: а) 4; б) 14; в) 3; г) 17; е) 21; ф) 8 санына бөлүнөт деген туурабы?

8.2. Бөлүнүш жөнүндө теорема

Эсептөө учурунда санды көбөйтүүчүлөргө ажыратуу – аны кичирээк сандардын көбөйтүндүсү катары жазуу ыңгайлуу болот, мисалга: $44 = 4 \cdot 11$; $27 = 3 \cdot 9$; $240 = 40 \cdot 6$; $174 = 6 \cdot 29$. Мындай көбөйтүүчүлөргө ажыратуу амалын аткарууда сандын бөлүнүүчүлүк белгилери жардамга келет.

Сандын мындай бөлүнүүчүлүк белгилерин алууда төмөнкү теорема колдонулат, аны далилдейли.

Математикалык талдоо – далилдөө жолу менен түзүлгөн касиет **теорема** деп аталат.

Теорема

а) Эгерде n саны r санына бөлүнсө, анда nt саны дагы r ге бөлүнөт (n , t – бүтүн сандар).

б) $k = m + s$ саны p санына бөлүнөт, эгерде m дагы s дагы p га бөлүнсө (k , m , s , $p \in \mathbb{Z}$ – бул жазуу k , m , s , p – бүтүн сандар экенин билдирет).

Далилдөө

а) Эгерде n саны r ге бөлүнсө, анда $n = rq$ болот (q – бүтүн сан). Анда $nt = (rq)t = r(qt)$. Бүтүн сандардын көбөйтүндүсү кайра эле бүтүн сан болгондуктан, сандын бөлүнүүчүлүк аныктамасынын негизинде далил келип чыгат.

б) Эгерде m саны pr бөлүнсө, анда $m = pr$ келип чыгат; эгерде s саны pr бөлүнсө, анда $s = pt$ болот, мында r жана t бүтүн сандар.

Ошондуктан $k = m + s = pr + pt = p(r + t)$ болот. Ал эми бүтүн сандардын суммасы кайра эле бүтүн сан болгондуктан, $r + t$ саны дагы бүтүн. Анда сандын бөлүнүүчүлүк аныктамасынын негизинде далил келип чыгат.

Маселе

- a) 34000 саны 17ге;
b) 3838 саны 19га;
c) 721 саны 7ге;
d) 2639 саны 13кө;
e) 30; 310; 2500; 17020 сандары 10го бөлүнө турганын көрсөткүлө.

Чыгарылышы

- а) 34000 саны 17ге, бөлүнөт, анткени $34000 = 34 \cdot 1000$ жана 34 саны 17ге бөлүнөт;
 б) 3838 саны 19, бөлүнөт, анткени $3838 = 38 \cdot 100 + 38$ жана 38 саны 19га бөлүнөт;
 в) 721 саны 7ге бөлүнөт, анткени $721 = 7 \cdot 100 + 21$ болот, 7 саны 7ге бөлүнөт жана 21 дагы 7ге бөлүнөт;
 г) 2639 саны 13кө бөлүнөт, анткени $2639 = 26 \cdot 100 + 39$; 26 саны 13кө жана 39 саны дагы 13кө бөлүнөт;
 д) 30; 310; 2500; 17020 сандар 10го бөлүнөт, анткени аларды $3 \cdot 10$; $31 \cdot 10$; $250 \cdot 10$; $1702 \cdot 10$ түрүндө жазууга болот.
 е) пунктүнүн натыйжасын жалпылоого болот:

Нөл менен аяктаган ар бир сан 10го бөлүнөт.

202.

- a) 749 саны 7ге;
b) 369 саны 9ға;
c) 121 саны 11ге;
d) 1339 саны 13кө;
e) 363 саны 33кө;
f) 360024 саны 12ге бөлүнө турганын көрсөткүлө.

 203.

- a) 618 саны 6га;
b) 3606 саны 6га;
c) 2121 саны 21ге;
d) 1734 саны 17ге;
e) 9632 саны 32ге;
f) 193857 саны 19га бөлүнө турганын көрсөткүлө.

8.3. 2ге бөлүнүү

Же 0, же 2, же 4, же 6, же 8 менен аяктаган бүтүн сандар **жуп сандар** деп, калгандары **так сандар** деп аталат.

0, 2, 4, 6, 8, 10 сандары экиге бөлүнөөрүн билебиз.

Мындан, теореманын негизинде бардык жуп сандар экиге бөлүнөөрү келип чыгат.

Мисалы, 372 саны экиге бөлүнөт, анткени аны $372 = 37 \cdot 10 + 2$ түрүндө жазууга болот жана анын оң жагындагы эки кошулуучу тең экиге бөлүнөт.

2ге бөлүнүүнүн белгиси

Эгерде сан жуп болсо, анда ал 2ге бөлүнөт.

Демек, каалагандай бүтүн сан же 0, же 2, же 4, же 6, же 8 менен аяктаса, анда ал экиге бөлүнөт.

2ге бөлүнүүнүн белгиси жуп сандарды жалпы түрдө жазууга жол берилет: эгерде m саны жуп болсо, анда аны $m = 2n$ түрүндө жазса болот, мында n – бүтүн сан.

 **204.** Так сандардын аныктамасын жуп сан түшүнүгүн колдонбой бергенге аракет кылгыла. Андан кийин ал аныктаманын негизинде жуп сандарды аныктагыла.

205. {3; 6; 14; 207; -4; 168; -11; 40; -77} сандар көптүгүнөн анын жуп сандарынын көптүктөчүсүн алгыла.

206. Төмөнкү сандарды көбөйтүүчүсүндө 2 болгон көбөйтүндү түрүндө жазгыла, мисалга $74 = 2 \cdot 37$

а) 14; б) 38; с) 26; д) 334; е) 3638; ф) 3610024.

 **207.** {31; 62; -47; 20; -54; 689; -112; 407; -307} сандар көптүгүнөн анын так сандарынын көптүктөчүсүн алгыла.

 **208.** Төмөнкү сандарды көбөйтүүчүсүндө 2 болгон көбөйтүндү түрүндө жазгыла, мисалга $78 = 2 \cdot 39$:

а) 46; б) 58; с) 662; д) 2334; е) 8638; ф) 61200242.

Эми 2ге бөлүнүү белгисинин далилдөөсүн келтирели.

$K = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0}$ болсун дейли, мында a_i – цифралар, $i = 0, 1, 2, \dots, n$.
Анда, эгерде a_0 цифрасы 2ге бөлүнсө, K саны дагы 2ге бөлүнөт.

Далилдөө

56 санын $56 = 5 \cdot 10 + 6$ түрүндө, $89018 = 8901 \cdot 10 + 8$ түрүндө ж.б.у.с. жазууга болот. Жалпы учурда каалагандай K санын

$$K = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0} = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1} \cdot 10 + \overline{a_0} \quad (1)$$



түрүндө жаза алабыз. 1-теореманын a пунктуна ылайык, (1) барабардыгынын оң жагындагы биринчи кошулуучусу 2ге бөлүнөт, анткени 10 экиге бөлүнөт. Демек, 1-теореманын b пунктуна ылайык, эгерде (1) барабардыктын оң жагындагы экинчи кошулуучусу (ал a_0 цифрасы, санды жазуудагы акыркы цифра) 2ге бөлүнсө, K саны сөзсүз 2ге бөлүнөт.

8.4. Жуп жана так сандардын касиеттери



209. Ар биринде 3төн окуучу боло тургандай кылып классты топторго бөлгүлө. Алардын ар бири бүтүн санды атасын. Бул аталган үч сандын арасында суммасы жуп сан боло турган эки сандын бар экендигине ынангыла.

Жаңы үчтөн топ түзгүлө жана башка сандарды атагыла. Бул аталган сандардын арасында айырмасы жуп сан боло турган эки сандын бар экендигине ынангыла.

Бош орунга жуп же так деген сөздү койгула:

- Эки жуп сандын суммасы ар дайым ... болот.
- Эки так сандын суммасы ар дайым ... болот.
- Жуп жана так сандын суммасы ар дайым ... болот.
- Эки жуп сандын айырмасы ар дайым ... болот.
- Эки так сандын айырмасы ар дайым ... болот.
- Жуп жана так сандын айырмасы ар дайым ... болот.
- Так жана жуп сандын айырмасы ар дайым ... болот.

Ушундай эле касиеттерди бүтүн сандардын көбөйтүндүсү үчүн дагы алууга болот:

– Жуп сан менен каалагандай бүтүн сандын көбөйтүндүсү ар дайым жуп сан болот.

Бул айтылгандын туура экендигине ишениш үчүн каалагандай m жуп санын $m = 2n$ түрүндө туюнтууга боло тургандыгын эске алуу жетиштүү болот, мында n – бүтүн сан. Бул санды p бүтүн санына көбөйтүп, $2np$ санын алабыз, мында np – бүтүн сан. Демек, $mp = 2np$ көбөйтүндүсү дагы жуп сан болот.

– Так сандардын көбөйтүндүсү ар дайым так сан болот.

Эгерде көбөйтүүчүлөрдүн жок дегенде бири жуп болсо, анда алардын көбөйтүндүсү дагы жуп болот. Ошондуктан так санды так санга көбөйтсөк, ар дайым так санды алабыз, мисалы:

$$89 \cdot 1 = 89; 3 \cdot 11 = 33; 83 \cdot 77 = 6391; 87 \cdot 53 = 4452.$$

Маселе

а) Асыл 17 көйнөктү 1349 сомдон жана 3 юбканы 913 сомдон сатып алды. Сатуучу бул буюмдар үчүн 25 873 сом төлөө керек деп айтканда, Асыл кайра эсептөөнү суранды. Сатуучу эсептөөнү дагы бир жолу жүргүздү дагы, Асылдан кечирим сурап, таң калуу менен: «Калькуляторду колдонбой туруп, Сиз кантип тез эле эсептеп койдунуз?» – деп сурады. Асыл эмне деп жооп берген?

б) Акылай 7 шоколадды 49 сом 25 тыйындан жана 4 ором (пачка) печенье сатып алды. Сатуучу булар үчүн 503 сом 80 тыйын төлөө керек дегенде, Акылай эсеп туура эмес экенин айтып, аны кайра эсептөөнү суранды. «Эмне үчүн антип айтып жатасың, сен печеньеинин баасын билбейсиң да?» – деди, таң калуу менен, Акылайдын жанында турган Тентек. Акылай эмне деп жооп берди?

Чыгарылышы

а) «Сатып алынган буюмдардын баасы жуп сан болорун байкоо кыйын деле эмес», – деп жооп берген Асыл. Аны көрсөтөлү. Сатып алынган буюмдар $17 \cdot 1349 + 3 \cdot 913$ сом турат. Мындагы эки көбөйтүндү тең так сандар, анткени алар так сандардын көбөйтүндүсү болуп жатат. Анда эки так сандын суммасы жуп сан болору белгилүү, ал эми сатуучу жуп эмес санды айткан.

б) «Сатып алынган буюмдардын баасы так сан болорун байкоо кыйын деле эмес», – деп жооп берди Акылай. Аны тактасак: шоколад үчүн $7 \cdot 4925$ тыйын төлөнмөк – бул так сан. Дагы 4 ором печенье сатып алганда: $4 \cdot$ (печеньеинин баасы) – жуп сандагы тыйын төлөнөт. Ал эми так сан менен жуп сандын суммасы так болот, ал эми сатуучу 50380 – жуп сандагы тыйын сураган.

210. Эсептөөнүн натыйжасы жуп сан болорун аныктагыла:

- | | |
|---------------------------------|------------------------------------|
| а) $7 \cdot 49 + 7$ | д) $133 \cdot 98 - 13 \cdot 71$ |
| б) $36 \cdot 9 - 9$ | е) $36 - 32 \cdot 52 + 33$ |
| в) $12 \cdot 103 + 11 \cdot 36$ | ж) $36 \cdot 41 - 8 + 17 \cdot 29$ |

 **211.** Эсептөөнүн натыйжасы так сан болорун аныктагыла:

- | | |
|----------------------------------|-------------------------------------|
| а) $72 \cdot 9 + 17$ | д) $321 \cdot 82 - 32 \cdot 17 - 2$ |
| б) $63 \cdot 19 - 209$ | е) $66 + 342 \cdot 5 - 13$ |
| в) $217 \cdot 35 - 215 \cdot 36$ | ж) $68 \cdot 54 - 811 + 74 \cdot 9$ |

8.5. Калдыгы бар бөлүү

Маселе



Пушик жана Рыжик деген тыйын чычкандар бир кап жаңгак таап алышып, аны бөлүшө баштады. Алар кезеги менен ар бири 17ден жаңгак алалы деп макулдашты. Биринчи Пушик алды, анан Рыжик, кайра Пушик, анан Рыжик ж. б. у. с.

Капта: 1) 408; 2) 536 жаңгак болсо, акыркы жаңгак кимге тийген? Пушикке канча, Рыжикке канча жаңгак тийген?

Чыгарылышы

Эгерде көңүлүбүздө жаңгактарды 17ден өзүнчө топтосок, анда 1-, 3-, 5-ж. б. у. с. так топторун Пушик, 2-, 4-, 6-ж. б. у. с. жуптарын Рыжик алган болот.

Анда жаңгактардын санын 17ге бөлүп, топтордун санын аныктайбыз дагы, акыркы жаңгак кимге тийгенин табабыз.

1) Эгерде капта 408 жаңгак болсо, анда ал $408 : 17 = 24$ топту түзөт, демек, акыркы топту Рыжик алган болот.

Демек, жаңгак топторунун саны жуп болгондуктан ар бир тыйын чычканга бирдей сандагы, $12 \cdot 17 = 204$ жаңгактан тийген.

2) 536ны 17ге бөлүп, 31 топ жаңгакты жана дагы калдыкты алабыз. Бул болсо 31-капты Пушик алгандан кийин дагы жаңгактар калган дегенди билдирет. Аны Рыжик алган. Калган жаңгактардын канча экенин да табууга болот, 31 топто 17ден $31 \cdot 17 = 527$ жаңгак болгон, анда калганы $536 - 527 = 9$ жаңгак.

30 топ жаңгакты бөлгөндө ар бирине $30 : 2 = 15$ топтон тийген. Кийинки топ Пушикке тийип, ал 16 топ жаңгак алган жана ал $16 \cdot 17 = 272$ жаңгактуу болот.

Ал эми Рыжиктин канча жаңгакка ээ болгонун эки жол менен аныктайлы. Биринчиси, жалпы сандан Пушиктын жаңгактарын кемитүү: $536 - 272 = 264$. Экинчиси, 15 топто 17ден жаңгакка 9ду кошсок:

$15 \cdot 17 + 9 = 264$ жаңгак болот.

212. Шустрик, Быстрик деген коёндор өздөрү өстүргөн көп сабизин бөлүшө баштады. Алар кезеги менен ар бири 23төн сабиз алалы деп макулдашты. Биринчи Шустрик алды, анан Быстрик, кайра Шустрик, анан Быстрик ж. б. у. с. Эгерде бардыгы:

1) 828; 2) 621; 3) 655; 4) 400 сабиз болсо, акыркы сабизди кимиси алган? Шустрикке канча, Быстрикке канча сабиз тийген?



213. Шурша жана Бырша деген сагызгандар көп шуруларды уурдап келип, аны бөлүшө баштады. Алар кезеги менен ар бири 16 шурудан алалы деп макулдашты. Биринчи Шурша, анан Бырша, кайра Шурша, анан Бырша ж.б.у.с. Эгерде бардыгы: 1) 256; 2) 176; 3) 235; 4) 310 шуру болсо, акыркы шуруларды кимиси алган?

Шуршага канча, Быршага канча шуру тийген?

8.6. 5ке бөлүнүү

5ке көбөйтүүнүн таблицасына кайрылсак, андагы көбөйтүндүлөр же 0 же 5 менен аяктаарын көрөбүз. Ошондой эле, каалагандай 0 же 5 менен аяктаган сан 5ке бөлүнөрүн көрсөтүү кыйын эмес.

Мисалга, 9925 саны 5ке бөлүнөт, анткени аны $9925 = 992 \cdot 10 + 5$ түрүндө жазууга болот, анын оң жагындагы ар бир кошулуучу 5ке бөлүнөт. Мындай жагдайды 567890 саны үчүн дагы айтууга болот, анткени ал: $567890 = 56789 \cdot 10 + 0$ түрүндө жазылат жана оң жагындагы эки кошулуучу тең 5ке бөлүнөт.

Муну байкагандан кийин 5ке бөлүнүүчүлүк белгисин аныктайбыз.

5ке бөлүнүүнүн белгиси

Эгерде бүтүн сан же 0 же 5 менен аяктаса, анда мындай сан 5ке бөлүнөт.

214. Төмөнкү сандар 5ке бөлүнөбү?

а) 7497; б) 36990; в) 121035; г) 133980; е) 3411729?

215. Санды көбөйтүүчүсү 5 болгон көбөйтүүчүлөр түрүндө жазгыла (мисалы, $70 = 5 \cdot 14$):

а) 140; б) 385; в) 265; г) 3340; е) 6385; ф) 100245.



216. Төмөнкү сандар 5ке бөлүнөбү?

а) 217; б) 84675; в) 33210; г) 555351; е) 1217290?



217. Санды көбөйтүүчүсү 5 болгон көбөйтүүчүлөр түрүндө жазгыла:

а) 460; б) 585; в) 6625; г) 2330; е) 8635; ф) 12005.

Бул пункттун аягында 5ке бөлүнүүчүлүк белгисин далилдөөнү көрсөтөлү, ал 2ге бөлүнүүчүлүк белгисинин далилдөөсүн толугу менен кайталайт.

$L = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0}$, болсун дейли, мында a_i – цифралар, $i = 0, 1, 2, \dots, n$.

Анда, эгерде a_0 цифрасы 5ке бөлүнсө, $L = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0}$, саны дагы 5ке бөлүнөт

Далилдөө

565 санын $565 = 56 \cdot 10 + 5$ түрүндө, $890 = 89 \cdot 10 + 0$ түрүндө ж.б.у.с. жазууга болот. Жалпы учурда каалагандай L санын

$$L = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0} = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1} \cdot 10 + a_0 \quad (2)$$

түрүндө жаза алабыз. Анда Теореманын a пунктуна ылайык, (2) – барабардыктын оң жагындагы биринчи кошулуучусу 5ке бөлүнөт, анткени 10 саны 5ке бөлүнөт. Демек, Теореманын b пунктуна ылайык, эгерде (2) – барабардыктын оң жагындагы экинчи кошулуучусу – a_0 цифрасы – 0 же 5 болсо L саны сөзсүз 5ге бөлүнөт.

8.7. 4кө жана 25ке бөлүнүү



100 саны 25ке жана 4кө бөлүнөт. Муну байкаган соң, **4кө жана 25ке бөлүнүүчүлүк белгилерин аныктап**, аларды далилдейли.

$M = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0}$, болсун дейли, мында a_i – цифралар, $i = 0, 1, 2, \dots, n$.

1, 2, ... n .



1) Эгерде M дин акыркы эки цифрасынан түзүлгөн $\overline{a_1 a_0}$ саны 4кө бөлүнсө, анда M саны 4кө бөлүнөт;

2) Эгерде M дин акыркы эки цифрасынан түзүлгөн $\overline{a_1 a_0}$ саны 25ке бөлүнсө, анда M саны 25ке бөлүнөт.

Далилдөө

$$M = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0} = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2} \cdot 100 + \overline{a_1 a_0} \quad (3)$$

түрүндө жазалы.

Анда теореманын a пунктуна ылайык, (3) барабардыктын оң жагындагы биринчи кошулуучусу 25ке жана 4кө бөлүнөт, анткени 100 саны 25ке жана 4кө бөлүнөт. Демек, эгерде (3) – барабардыктын оң жагындагы экинчи кошулуучу саны – $\overline{a_1 a_0}$, 4кө бөлүнсө, теореманын b пунктуна ылайык, M саны 4кө бөлүнөт, ошондой эле, эгерде (3) – барабардыктын оң жагындагы экинчи кошулуучу саны – $\overline{a_1 a_0}$ 25ке бөлүнсө, M саны сөзсүз 25ке бөлүнөт.

Маселе

1) Акылай өзүнүн досторуна 16 саны 2ге бөлүнөт, анткени 6 саны 2ге бөлүнөт; 375 саны 5ке бөлүнөт, анткени 5 саны 5ке бөлүнөт деп түшүндүрүп жатты. Ал андан ары 618 саны дей баштаганда эле капталдан Билбесбек: «618 саны 4кө бөлүнөт, анткени 8 саны 4кө бөлүнөт», – деп чыга калды. Билбесбек туура айттыбы?

2) Төрт сатуучу төмөндөгү сандагы

а) 27837; б) 1528; в) 9314; г) 55244 жумуртканы тең бөлүшө алабы?

3) Балмуздактын баасы 25 сом. Кандайдыр бир сандагы балмуздактар үчүн төлөнгөн акча:

а) 29817; б) 8124675; в) 35673215; г) 55915350 сом боло алабы?

Чыгарылышы

1) 618ди 4кө бөлгөндө 154,5 чыгары белгилүү. Бирок параграфтын башында бир санды экинчисине бөлгөндө бүтүн сан чыгуу керек деп макулдашылган.

Ошондуктан Билбесбектики туура эмес. Аны 4кө бөлүнүүчүлүк белгини колдонуп аныктасак да болот. Анткени 618 санынын акыркы эки цифрасынан түзүлгөн 18 саны 4кө бөлүнбөйт. Демек 618 саны 4кө бөлүнбөйт.

2) Берилген сан 4кө бөлүнсө, сатуучулар жумуртканы тең бөлө алышат. Текшерүү үчүн санды 4кө бөлүүгө туура келет.

Бирок андан жөнөкөй жол бар: 4кө бөлүнүүчүлүк белгини колдонсо болот:

- a) 27837 саны 4кө бөлүнбөйт, анткени 37 саны 4кө бөлүнбөйт;
- b) 1528 саны 4кө бөлүнөт, анткени 28 саны 4кө бөлүнөт;
- c) 9314 саны 4кө бөлүнбөйт, анткени 14 саны 4кө бөлүнбөйт;
- d) 55244 саны 4кө бөлүнөт, анткени 44 саны 4кө бөлүнөт.

Ошентип, сатуучулар b жана d учурларында жумуртканы тең бөлө алышат, ал эми a жана c учурларында тең бөлө алышпайт.

3) Балмуздактын баасы 25 сом. Анда кандайдыр бир сандагы балмуздактар үчүн төлөнгөн акча 25ке бөлүнүш керек. Ошондуктан 25ке бөлүнүүчүлүк белгини колдонуу керек:

- a) 29817 саны 25ке бөлүнбөйт, анткени 17 саны 25ке бөлүнбөйт;
- b) 8124675 саны 25ке бөлүнөт, анткени 75 саны 25ке бөлүнөт;
- c) 35673215 саны 25ке бөлүнбөйт, анткени 15 саны 25ке бөлүнбөйт;
- d) 55915350 саны 25ке бөлүнөт, анткени 50 саны 25ке бөлүнөт.

Демек, кандайдыр бир сандагы балмуздактар үчүн төлөнгөн акча 8124675 жана 55915350 болуусу мүмкүн, 29817 жана 35673215 болушу мүмкүн эмес.

218. Сандар 4кө бөлүнөбү?

- a) 29818; b) 812462; c) 356732152; d) 55915380?

219. Сандар 25ке бөлүнөбү?

- a) 140; b) 32425; c) 20185; d) 376300?

220. $\overline{52x4}$ хтин кандай маанилеринде саны 4кө бөлүнөт?

221. $\overline{49y5}$ утин кандай маанилеринде саны 25ке бөлүнөт?



222. Сандар 4кө бөлүнөбү?

a) 2174; b) 84676; c) 33210; d) 555392?



223. Сандар 25ке бөлүнөбү?

a) 2273750; b) 8473275; c) 3889865; d) 576455?



224. хтин кандай маанилеринде $\overline{337x}$ саны 4кө бөлүнөт?



225. утин кандай маанилеринде $\overline{4827y}$ саны 25ке бөлүнөт?

8.8. 3кө жана 9га бөлүнүү



Маселе

Төмөнкү сандарды тең 3 бөлүккө бөлүүгө болобу?

a) 500 грамм; b) 550 грамм; c) 555 грамм?

Чыгарылышы

Биринчи жана экинчи суроонун жообу – БОЛБОЙТ, үчүнчү – БОЛОТ.

a) Аны негиздөө үчүн 500 санын: $500 = 5 \cdot 100 = 5(99 + 1) = 5 \cdot 99 + 5$ түрүндө туюнталы. Анын оң жагындагы биринчи кошулуучу 3кө бөлүнөт, анткени 99 саны үчкө бөлүнөт, экинчи, 5 саны 3кө бөлүнбөйт.

Демек, сумма дагы 3кө бөлүнбөйт.

b) Ушундай эле талдоо 550 саны үчүн дагы:

$550 = 5 \cdot 100 + 5 \cdot 10 = 5(99 + 1) + 5(9 + 1)$.

Кашааларды ачып $= 5 \cdot 99 + 5 + 5 \cdot 9 + 5$.

Кайра топтоштурсак:

$550 = (5 \cdot 99 + 5 \cdot 9) + 10$ болот.

Мында, оң жагындагы биринчи кошулуучу 3кө бөлүнөт, анткени 99 жана 9 сандары үчкө бөлүнөт, ал эми экинчи, 10 саны 3кө бөлүнбөйт. Демек, сумма дагы 3кө бөлүнбөйт.

c) Ушул эле талдоону 555 санына жүргүзөлү:

$555 = 5 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 5 = 5(99 + 1) + 5(9 + 1) + 5$.

Кашааларды ачып $5 \cdot 99 + 5 + 5 \cdot 9 + 5 + 5$.

Кайра топтоштурсак:

$555 = (5 \cdot 99 + 5 \cdot 9) + 15$ болот.

Мында, оң жагындагы биринчи кошулуучу 3кө бөлүнөт, анткени 99 жана 9 сандары үчкө бөлүнөт, экинчи, 15 саны дагы 3кө бөлүнөт. Демек, сумма 3кө бөлүнөт.

Кийинки мындай суроолордун жоопторун жеңил табуу үчүн жогорудагы натыйжаларды жалпылайлы.

Зкө бөлүнүү белгиси

$T = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0}$, болсун дейли, мында a_i – цифралар, $i = 0, 1, 2, \dots, n$.
Эгерде T ны жазуудагы цифралардын суммасы $\overline{a_n} + \overline{a_{n-1}} + \dots + \overline{a_2} + \overline{a_1} + \overline{a_0}$ Зкө бөлүнсө, анда T саны Зкө бөлүнөт.

Далилдөө

T санын $T = \overline{a_n} \cdot 10 \dots 0 + \overline{a_{n-1}} \cdot 10 \dots 0 + \dots + \overline{a_2} \cdot 100 + \overline{a_1} \cdot 10 + \overline{a_0}$ түрүндө жазалы. Ар бир кошулуучудан бирди ажыратып алалы:

$$T = \overline{a_n}(9 \dots 99 + 1) + \overline{a_{n-1}}(9 \dots 9 + 1) + \dots + \overline{a_2}(99 + 1) + \overline{a_1}(9 + 1) + \overline{a_0}.$$

Аларды кайра топтоштурсак:

$$T = \{\overline{a_n} \cdot 9 \dots 99 + \overline{a_{n-1}} \cdot 9 \dots 9 + \dots + \overline{a_2} \cdot 99 + \overline{a_1} \cdot 9\} + [\overline{a_n} + \overline{a_{n-1}} + \dots + \overline{a_2} + \overline{a_1} + \overline{a_0}].$$

Квадраттык кашаадагы сандардын суммасы Зкө бөлүнсө, T саны дагы Зкө бөлүнөт, анткени фигуралуу кашаадагы ар бир кошулуучуда 9 саны – көбөйтүүчүсү бар, ал Зкө бөлүнөт.

Ошентип, сандын цифраларынын суммасы Зкө бөлүнсө, анда ал сан Зкө бөлүнөт.

Зкө бөлүнүүчү белгидеги далилдөөнү толугу менен кайталап, 9га бөлүнүү белгини дагы алсак болот.

Сандын цифраларынын суммасы 9га бөлүнсө, анда ал сан 9га бөлүнөт.

226. Төмөнкү сандар Зкө бөлүнөбү?

a) 164; b) 642; c) 7322217; d) 9153841?

227. Төмөнкү сандар 9га бөлүнөбү?

a) 734376; b) 342279; c) 8119161; d) 457325?



228. Төмөнкү сандар Зкө бөлүнөбү?

a) 814; b) 462; c) 3673215; d) 5591538?



229. Төмөнкү сандар 9га бөлүнөбү?

a) 227376; b) 47327; c) 388916; d) 211455?

8.9. Зкө жана 9га бөлүнүү белгилерин колдонуу

Маселе

- 1) хтин кандай маанилеринде $\overline{21x736912}$ саны Зкө бөлүнөт?
- 2) утин кандай маанилеринде $\overline{225y8y}$ саны 9га бөлүнөт?

Чыгарылышы

1) Бүтүн сан 3кө бөлүнүш үчүн, ал санды жазган цифралардын суммасы 3кө бөлүнүш керек. Бул учурда 3, 6, 9 цифраларын сумманы табууда эсептебесе деле болот, анткени алар 3кө бөлүнөт. Демек, $2 + 1 + x + 7 + 1 + 2 = 13 + x$ саны 3кө бөлүнүүгө тийиш.

Бул санга эң жакын 15 сан $x = 2$ маанисине туура келет. Анын кийинки маанилерин үчтөн аралыкта, б. а. $x = 5$, $x = 8$ алуу керек. Ал эми кийинки $x = 11$ ди алууга болбойт, себеби ал цифра эмес.

Ошентип, маселенин жообу: $\overline{21x736912}$ саны $x = 2$; 5; 8 маанилеринде 3кө бөлүнөт.

2) Эгерде цифраларынын суммасы 9га бөлүнсө, мындай бүтүн сан 9га бөлүнөт.

Демек, $2 + 2 + 5 + y + 8 + y = 17 + 2y$ саны 9га бөлүнүүгө тийиш. 17ден кийинки 9га бөлүнө турган жакын сан 18. Анда $2y = 1$ болуп, мындан $y = 0,5$ цифра болбой калат. Кийинки 27 санын алалы: $17 + 2y = 27 \Rightarrow 2y = 10 \Rightarrow y = 5$ – бул жарады.

Ал эми 36 саны дагы жарабайт, себеби: $17 + 2y = 36 \Rightarrow 2y = 19 \Rightarrow y = 9,5$ болуп калат.

45, 54, ..., сандарын алууга болбойт, анткени y саны 9дан чоң болуп калат, цифра болбойт.

Демек, маселенин жообу: $y = 5$ болгондо $\overline{225y8y}$ саны 9га бөлүнөт.

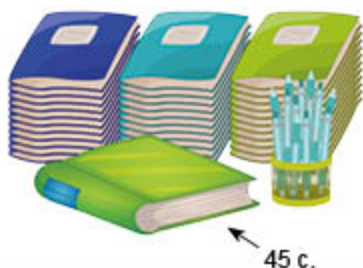
230. хтин кандай маанилеринде $\overline{37x871}$ саны 3кө бөлүнөт?

231. утин кандай маанилеринде $\overline{y5y7y}$ саны 9га бөлүнөт?

 **232.** хтин кандай маанилеринде $\overline{x7}$ саны 3кө бөлүнөт?

 **233.** утин кандай маанилеринде $\overline{4y3y}$ саны 9га бөлүнөт?

8.10. Бөлүнүүнү аныктагандагы ката



Маселе

Акылай 33 дептер, 12 калем сап жана бир нече китеп сатып алды. Ар бир китеп 45 сомдон турган. Сатуучу буларга 349 сом сураганда, Акылай эсептөөдө ката бар деп, кайра эсептөөнү суранды. Акылай бул өтүнүчүн кандай түшүндүргөн?

Анын жообун угуп турган Билбесбек эсептөөнүн катасын оңой эле баамдоого болот деди. Дептерлер менен калем саптын жалпы саны 45. Ар бир китеп 45 сом. Анда алардын баасы 45 эседен турган сан болот. Билбесбектики туурабы? Кайсы учурда аныкы туура болмок?

Чыгарылышы

Акылай $33x + 12y + 45z$ сом төлөө керек. Мындагы ар бир кошулуучу 3кө бөлүнөт, демек, алардын суммасы дагы 3кө бөлүнөт. Сатуучу атаган 349 санынын цифраларынын суммасы 3кө бөлүнбөйт, мында ката бар.

Төлөнгөн акча 45 эсе санга сөзсүз барабар эмес, б. а. ал 45ке сөзсүз бөлүнбөйт. Мисалга, калем саптын баасы 10 сом, дептердики 5 сом болуп, дагы эки китеп сатып алынган болсо, алардын баасы: $33 \cdot 5 + 12 \cdot 10 + 45 \cdot 2 = 165 + 120 + 90 = 375$ сом болот. Бул санды 45ке бөлсөк, бүтүн сан чыкпайт.

Эгерде калем сап менен дептердин баасы бирдей, б. а. $x = y$ болсо, Билбесбектики туура болмок, анда: $33x + 12y + 45z = (33 + 12)y + 45z = 45(y + z)$ болот.

234. Билбесбек $67 + 8212$ суммасы 9га бөлүнбөйт, анткени биринчи кошулуучу 9га бөлүнбөйт деп негиздеди. Билбесбектики туурабы?

235. анын кайсы маанисинде $\overline{52a} + 112$ суммасы 3кө бөлүнөт?

 **236.** бнын кайсы маанисинде $\overline{b152} + 217$ суммасы 9га бөлүнөт?

 **237.** снын кайсы маанисинде $\overline{35c4} + 802$ суммасы 3кө бөлүнөт?



8.11. 4кө жана 9га бөлүнүү белгилерин колдонуу

Маселе

1) 9; 2) 36 сандарына бөлүнө турган $\overline{723X43Y}$ түрүндөгү эң кичине натуралдык санды тапкыла.

Чыгарылышы

Бул сандын цифраларынын суммасы $7 + 2 + 3 + X + 4 + 3 + Y = 19 + X + Y$ болот.

1) Сан 9га бөлүнүү үчүн анын цифраларынын суммасы 9 эселүү болуш керек. 19 санынан кийинки 9га бөлүнө турган сан 27.

Ошондуктан $19 + X + Y$ санынын 9га бөлүнө турган $(X + Y)$ тин эң кичине мааниси 8. Анда эң кичине маанилер $X = 0$, $Y = 8$ болот.

Жообу: изделген сан 7230438.

2) $36 = 9 \cdot 4$ болгондуктан сан 36га бөлүнөт, эгерде ал 9га жана 4кө бөлүнсө. Жогоруда $X + Y = 8$ болгондо ал 9га бөлүнө турганын аныктаганбыз. Тилекке каршы, 7230438 саны 4кө бөлүнбөйт, анткени 38 дагы 4кө бөлүнбөйт. Ошондуктан Y ти $3\overline{Y}$ саны 4кө бөлүнө тургандай тандап алуу керек. Бул учурда $Y = 2$ жана $Y = 6$ маанилеринин ичинен Y тин чоңун алуу керек. Анда $X = 8 - 6 = 2$ маанисинин жана izdeluyyчу $723\overline{X}43\overline{Y}$ санынын мааниси эң кичине болот. Жообу: izdelgen сан 7232436.

238. 1) 3; 2) 15 сандарына бөлүнө турган $253\overline{X}543\overline{Y}$ түрүндөгү эң кичине натуралдык санды тапкыла.

 **239.** 1) 9; 2) 75 сандарына бөлүнө турган $234\overline{X}4567\overline{Y}$ түрүндөгү эң кичине натуралдык санды тапкыла.

8.12. 5ке, 25ке жана 9га бөлүнүү белгилерин колдонуу

Маселе

1) 9; 2) 45; 3) 225 сандарына бөлүнө турган $23\overline{X}43\overline{Y}$ түрүндөгү эң чоң натуралдык санды тапкыла.

Чыгарылышы

Бул сандын цифраларынын суммасы

$$2 + 3 + X + 4 + 3 + Y = 12 + X + Y \text{ болот.}$$

1) Сан 9га бөлүнүү үчүн анын цифраларынын суммасы 9 эселүү болуш керек. Биз эң чоң санды издеп жаткандыктан, $12 + X + Y$ түрүндөгү сан 9га бөлүнө турган жана $12 + (9 + 9) = 30$ тан ашпаган сан болуш керек. $((9 + 9)$ кошулуучусу $12 + X + Y$ туюнтмасында X жана Y тер цифралар болуп, алардын эң чоң маанилери 9дан ашпоого тийиш). Бул сан 27. Ошондуктан 9га бөлүнө турган $12 + X + Y$ санынын $X + Y$ тин эң чоң мааниси 15 болот. Биз эң чоң санды издеп жаткандыктан, X тин эң чоң маанисин алуу керек. Ошондуктан $X = 9$, $Y = 6$.

Жообу: izdelgen сан 239436.

2) $45 = 9 \cdot 5$ болгондуктан, 45ке бөлүнө турган сан 9га жана 5ке бөлүнүш керек. Жогорудагы пунктта белгиленгендей, $X + Y = 15$ деп ала турган болсок, анда ал 9га бөлүнө турган эң чоң сан болот. Сан 5ке бөлүнүү үчүн анын акыркы цифрасы же 0 же 5 болору белгилүү, б. а. Y же 0 же 5 болууга тийиш. Анда X же 15 же 10 болуу керек эле, бирок андай болуу мүмкүн эмес,

анткени ал цифра. Анда $X + Y$ маанисин кичиртүүгө мажбурбуз. 9га бөлүнө турган $12 + X + Y$ туюнтмасынын кийинки мааниси 18.

Анда: $X + Y = 6$. Эми Y үчүн 0 жана 5тин маанилеринин ичинен кичинесин алсак, анда изделген сан $X = 6$ болгондо эң чоң болот.

Жообу: изделген сан 236430.

3) $225 = 9 \cdot 25$ болгондуктан, 225ке бөлүнө турган сан 9га жана 25ке бөлүнүш керек. Бирок, $\overline{3Y}$ – изделген сандын акыркы эки цифрасынан түзүлгөн сан. Утин бир дагы маанисинде 25ке бөлүнбөйт. Демек, $\overline{23X43Y}$ саны X менен Утин бир дагы маанисинде 225ке бөлүнбөйт.

240. 1) 3; 2) 15; 3) 75 сандарына бөлүнө турган $\overline{23X43Y}$ түрүндөгү эң чоң натуралдык санды тапкыла.

 **241.** 1) 9; 2) 18; 3) 36 сандарына бөлүнө турган $\overline{234X4567Y}$ түрүндөгү эң чоң натуралдык санды тапкыла.

 **242.** Бул параграфта каралган маселелерге окшоштуруп, эки маселе түзгүлө.

Бөлүнүү белгилери

1. 10го бөлүнүү белгиси:

Сандын акыркы цифрасы 0 болсо, ал сан 10го бөлүнөт.

2. 2ге бөлүнүү белгиси:

Сандын акыркы цифрасы же 0, же 2, же 4, же 6, же 8 болсо, ал сан 2ге бөлүнөт.

3. 5ке бөлүнүү белгиси:

Сандын акыркы цифрасы же 0, же 5 болсо, ал сан 5ке бөлүнөт.

4. 3кө бөлүнүү белгиси:

Сандын цифралардын суммасы 3кө бөлүнсө, ал сан 3кө бөлүнөт.

5. 9га бөлүнүү белгиси:

Сандын цифралардын суммасы 9га бөлүнсө, ал сан 9га бөлүнөт.

6. 25ке бөлүнүү белгиси:

$M = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0}$, болсун дейли, мында $i = 0, 1, 2, \dots, n$.

Сандын эки акыркы цифрасынан түзүлгөн сан 25ке бөлүнсө, ал сан 25ке бөлүнөт. $M: \overline{a_1 a_0}$

7. 4кө бөлүнүү белгиси:

$N = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0}$, болсун дейли, мында $i = 0, 1, 2, \dots, n$.

Сандын эки акыркы цифрасынан түзүлгөн сан 4кө бөлүнсө, ал сан 4кө бөлүнөт. $N: \overline{a_1 a_0}$.



1. Цифраларынын суммасы 16 болуп, эки орундуу жуп сан болгон Эрболдун чоң энесинин жашын аныктагыла.
2. Цифраларынын суммасы 17 болуп, эки орундуу так сан болгон Бекболдун чоң атасынын жашын аныктагыла.
3. Цифраларынын суммасы 2 болуп, эки орундуу так сан болгон Жаныбектин жашын аныктагыла.
4. Цифраларынын суммасы 3 болуп, эки орундуу так сан болгон Айдайдын жашын аныктагыла.
- 5.
- | | |
|----------------------|-----------------------|
| a) 217 саны 7ге; | d) 54 270 саны 27ге; |
| b) 1616 саны 16га; | e) 860 043 саны 43кө; |
| c) 62 031 саны 31ге; | f) 182 091 саны 91ге. |
- бөлүнө турганын көрсөткүлө.
6. Эсептөөнүн натыйжасы – же жуп же так болорун аныктагыла.
- | | |
|---------------------------------|-------------------------------------|
| a) $26 \cdot 9 + 72$ | d) $63 \cdot 27 - 39 \cdot 73 - 22$ |
| b) $33 \cdot 92 - 93$ | e) $64 + 42 \cdot 15 - 23$ |
| c) $173 \cdot 51 - 15 \cdot 32$ | f) $83 \cdot 35 - 481 + 43 \cdot 9$ |
7. Ала жана Кара музоолор жүгөрүнүн мол түшүмүн өстүрүп, аны бөлүшө башташты. Алар кезеги менен ар бири 19дан жүгөрү сотосун алалы деп макулдашты. Биринчисин Ала алды, анан Кара, кайра Ала, анан Кара ж. б. у. с. Эгерде бардыгы: а) 323; б) 621; с) 455; d) 400 жүгөрү сотосу болсо, акыркы жүгөрүнүн сотосун кимиси алган? Алага канча, Карага канча жүгөрү тийген?
8. Төрт курбу: а) 2784; б) 1526; с) 9314; d) 5232 жумуртка сатып алышты. Алар аны тең бөлүшө алабы?
9. Балмуздактын баасы 9 сом. Кандайдыр бир сандагы балмуздакка а) 29817; б) 12675; с) 56214; d) 91550 сом төлөнөбү?
10. хтин кайсы маанисинде $\overline{37x71}$ саны 3кө бөлүнөт?
11. утин кайсы маанисинде $\overline{y15y7}$ саны 9га бөлүнөт?
12. анын кайсы маанисинде $\overline{a3}$ саны 4кө бөлүнөт?
13. bнын кайсы маанисинде $\overline{4bb3b}$ саны 9га бөлүнөт?
14. снын кайсы маанисинде $\overline{37c87c}$ саны 25ке бөлүнөт?

15. утин кайсы маанисинде $\overline{4y7y}$ саны 15ке бөлүнөт?
16. хтин кайсы маанисинде $\overline{2x7x}$ саны 6га бөлүнөт?
17. zтин кайсы маанисинде $\overline{4z5z}$ саны 12ге бөлүнөт?
18. анын кайсы маанисинде $\overline{5a4} + 102$ суммасы 6га бөлүнөт?
19. bнын кайсы маанисинде $\overline{b523} + 421$ суммасы 36га бөлүнөт?
20. снын кайсы маанисинде $\overline{435c} + 152$ суммасы 12ге бөлүнөт?
21. а) 3; б) 15; с) 36 сандарына бөлүнө турган $\overline{3X54Y}$ түрүндөгү эң кичине натуралдык санды тапкыла.
22. а) 9; б) 18; с) 15 15 сандарына бөлүнө турган $\overline{24X45Y}$ түрүндөгү эң чоң натуралдык санды тапкыла.
23. 5ке бөлүнө турган $\overline{423X6Y}$ түрүндөгү эң чоң натуралдык санды тапкыла.



24. Киса Воробьянинов, үстөлдөрдү сатып алгандагы чекти көрсөткөндө, анын акыркы 85 деген эки цифрасы эле калып, калгандары өчүп калган. Ал ар бир үстөлгө 25 сомдон төлөндү деп билдирди. Кисаны «алдадың» деп күнөөлөгөн Остап Бендердин кылганы туурабы?

25. Тартипсиз Вася китептин ар кайсы жеринен 27 барагын айрып алып, андагы 54 беттеги номерлерди кошуп чыкканда, 2014 саны келип чыкты деп айтты. Васянын жаңылганын көрсөткүлө.

§9. Натуралдык сандарды көбөйтүүчүлөргө ажыратуу. ЭКЖБ

9.1. Жөнөкөй жана курама сандар

Каалагандай n санын $n = km$ түрүндө, k жана m катары n санынын өзүн жана 1 санын алып, дайыма жазууга болот.

Мисалы, $24 = 24 \cdot 1$; $17 = 17 \cdot 1$.

Бирок 24 жана 17 сандары бири-биринен айырмаланышат, себеби: 24 саны экиге бөлүнөт: $24 = 2 \cdot 12$;

үчкө бөлүнөт: $24 = 3 \cdot 8$;

төрткө бөлүнөт: $24 = 4 \cdot 6$;

алтыга бөлүнөт: $24 = 4 \cdot 6$ ж. б.,

ошол эле учурда 17 саны өзүнө гана жана 1ге эле бөлүнөт.

Өзүнө жана 1ге гана бөлүнгөн натуралдык сандарды **жөнөкөй** сандар, калгандарын **курама** сандар деп атайбыз.

1 саны жөнөкөй сандарга да, курама сандарга да кирбейт, ал көбөйтүүдө, 0 саны кошууда аткарган ролду аткарат (сандарды өзгөртпөйт).

Мисалы, бирге жүргөн 12 теңтуш бала 2; 3; 4; 6 же 12 командага бөлүнүшүп, бирдей сандагы футболдук командаларды түзүп, турнир өткөрүшсө болот – 12 саны курама сан.

Эгерде теңтуштардын саны 7 болсо, анда алар бирдей сандагы оюнчулардан турган командаларга бөлүнүш үчүн жети команда гана түзө алышат – анткени 7 жөнөкөй сан.

Бир бала командаларга бөлүнө албайт, себеби – 1 саны жөнөкөй дагы, курама дагы болбойт.

243. Төмөнкү сандар жөнөкөйбү?

а) 4; б) 11; в) 3; д) 7; е) 41; ф) 16?

 **244.** Төмөнкү сандар курамабы?

а) 42; б) 14; в) 31; д) 17; е) 21; ф) 81?

9.2. Эратосфендин элеги



Жөнөкөй сандар математикада маанилүү ролду аткарат. Ошондуктан жөнөкөй менен курама сандарды ажырата билүү маанилүү маселе. Ал эми чоң сандарды караган учурда аны ажырата билүү оңойго турбайт. Мисалы, 65537 саны – жөнөкөй, ал эми 12091 саны – курама. Жөнөкөй сандарды изилдеген математиканын бир тармагы «Сандар теориясы» деп аталат. Силердин араңарда кимдер болочокто математика кесибин тандап алгандар болсо, бул теорияны алар университетте окушат.

Берилген натуралдык сандын жөнөкөй экенин далилдөө үчүн анын башка натуралдык санга бөлүнбөй тургандыгын көрсөтүү керек. Жөнөкөй сандарды аныктоонун ыңгайлуу ыкмасы, биздин эрага чейин III кылымда жашаган байыркы грек математиги Эратосфендин аты менен байланыштуу.

Экиден башталган натуралдык сандарды жазалы:

2 3 4 5 6... 1 саны каралбайт, анткени ал жогоруда белгиленгендей жөнөкөй дагы, курама дагы эмес.

2 – жөнөкөй сан. Андан кийинки ар бир экинчи сан 2ге бөлүнөт – демек, алар курама сандар. Алардын астын сызып чыгалы:

2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20...

2ден кийинки асты сызылбаган сан 3. Ал дагы жөнөкөй сан. Андан кийинки ар бир үчүнчү сан 3кө бөлүнөт, аларды сызып коёлу:

2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26...

Демек, биз 3кө бөлүнгөн сандарды дагы сызып чыктык.

6, 12, 18... сандары 2ге бөлүнгөндүктөн мурда эле асты сызылган эле.

Кийинки кадамды мурдагыдай эле аткарабыз: асты сызылбаган, 3төн чоң, биринчи санды алабыз. Ал 5 саны. Эми 5ке бөлүнгөн ар бир бешинчи сандын астын сызып чыгалы:

2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26...

Булардын көпчүлүгү мурда сызылгандыктан, бул учурда биринчи асты сызылган сан 25 болот.

Мындай процессти уланта берсек, анда кезектеги жөнөкөй сан 7, кийинкиси 11,...

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Натыйжада натуралдык сандарды ушундай «электен» өткөргөндөн кийин, курама сандардын асты сызылып, жөнөкөй сандар калтырылган болот. Бул ыкманы «**Эратосфендин элеги**» деп аташат.

245. «Эратосфендин элегин» пайдаланып, 40тан ашпаган бардык жөнөкөй сандарды жазгыла.

 **246.** «Эратосфендин элегин» пайдаланып, 50дөн ашпаган бардык жөнөкөй сандарды жазгыла.

9.3. Жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыратуу

Маселе

Сандарды жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла:

а) 5; б) 22; с) 258; d) 120; e) 108; f) 9300.

Чыгарылышы

а) 5 саны жөнөкөй сан, андыктан анын башка жөнөкөй көбөйтүүчүлөрү болбойт.

б) 22 саны жуп болгондуктан, аны экиге калдыксыз бөлүүгө болот: $22 : 2 = 11$. Бөлүүнүн натыйжасы болгон 11 саны жөнөкөй болгондуктан, жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыратуу процесси ушуну менен токтойт.

Демек, $22 = 2 \cdot 11$.

с) 258 саны жуп болгондуктан аны экиге калдыксыз бөлүүгө болот: $258 : 2 = 129$.

Мындагы бөлүүнүн натыйжасы 129 санын дагы 3кө бөлүүгө болот, анткени бул сандын цифраларынын суммасы: $1 + 2 + 9 = 12$ саны 3кө бөлүнөт. Аны бөлсөк $129 : 3 = 43$.

Натыйжада 43 саны – жөнөкөй сан, ошондуктан жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыратуу процесси токтойт.

Демек, $258 = 2 \cdot 3 \cdot 43$.

d) 120 саны жуп, $120 : 2 = 60$. Натыйжа – дагы жуп сан. Улантсак: $60 : 2 = 30$. Үчүнчү жолу экиге бөлүп, $30 : 2 = 15$ ти алабыз. Бул сан 5 менен аяктагандыктан, аны 5ке бөлүүгө болот: $15 : 5 = 3$. Ажыратуу процесси аяктады.

Демек, $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3$.

e) 108 санын эки жолу 2ге бөлөлү: $108 : 2 = 54$; $54 : 2 = 27$. 27 санынын цифраларынын суммасы 3кө бөлүнөт, ошондуктан 27ни 3кө бөлүп: $27 : 3 = 9$ алабыз. Үчкө дагы бир жолу бөлүп, толук ажыратууну алабыз: $108 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$.

г) 9300 санынын ажыралышын алуу үчүн аны 100гө бөлөлү:
 $9300 = 100 \cdot 93$. Ал эми 100 санын $100 = 10 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$ түрүнө, 93 санын $93 = 3 \cdot 31$ түрүнө келтиребиз. Демек, 9300 саны жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө төмөндөгүдөй ажырайт:
 $9300 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 31$.

247. Сандарды жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла:

a) 35; b) 14; c) 66; d) 242; e) 36; f) 9000.



248. Сандарды жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла:

a) 17; b) 24; c) 98; d) 250; e) 111; f) 10 000.

9.4. Бир сан башка сандын көбөйтүүчүсү болгон учур



Маселе

Аскар кичине тортту 20 мүнөттө, ал эми Акмарал аны 1 саатта жеп түгөтөт.

Экөө биригип бул тортту канча убакытта жеп түгөтөт?

Чыгарылышы

Экөө биригип тортту жеген учурда деле алар жалгыздан жегендегидей эле шашылбайт деп эсептейли, анткени алар тартиптүү балдар да.

Анда, бир сааттын ичинде, б. а. 60 мүнөттө, Аскар шашылбай 3 тортту жей алат, анда алар биригип 60 мүнөттө 4 тортту жей алат. Демек, 1 тортту алар $60 : 4 = 15$ мүнөттө жей алат.

249. Жибек бир килограмм шоколадды 2 саатта, Роман болсо 30 мүнөттө жей алат. Экөө биригип аны канча убакытта жей алышат?



250. Жамиля өсүмдүк отургузулган сапты 3 саатта, Ася болсо 6 саатта отоп бүтүрөт. Экөө биригип иштегенде бул ишти канча саатта аткарат эле?

9.5. ЭКЖБ

Жогорудагы пункттагы торт жөнүндө маселени 20 саны 60 санынын көбөйтүндүсү болгондуктан оңой эле чыгара алдык. Эгерде 20 санынын ордунда же 40 саны, же 55, ... сандары болсочу?

Бул суроого жооп берүү үчүн «жалпы бөлүнүүчү» деген түшүнүк кирги зебиз.

Бир нече сандардын **жалпы бөлүнүүчүсү** деп ал сандардын ар бирине бөлүнүүчү санды айтабыз. Башкача айтканда ал сан алардын ар бирине бөлүнөт.

Мисалы, 900 саны 15, 6, 10 сандарынын жалпы бөлүнүүчүсү болот. 180 жана 90 сандары дагы 15, 6, 10 сандарынын жалпы бөлүнүүчүсү болот.

Жалпы бөлүнүүчүлөр ичинде алардын эң кичинеси болот. Аны **эң кичине жалпы бөлүнүүчү** деп атап, кыскача **ЭКЖБ** деп белгилешет. $\text{ЭКЖБ}(15; 6; 10) = 30$ жазылышы 15, 6, 10 сандары үчүн ЭКЖБ 30га барабар экенин көрсөтөт.

Маселе

Төмөнкү сандардын ЭКЖБсын тапкыла:

- a) 3 жана 5; c) 45 жана 30; e) 252 жана 441;
b) 7 жана 35; d) 8 жана 20; f) 6; 8 жана 22.

Чыгарылышы

Эки сандын эң кичине жалпы бөлүнүүчүсүн табуунун бир нече жолдору бар. Биз анын бир жолун көрсөтөлү. Бизге A жана B сандары берилсин, A саны B дан кичине болсун. A санын жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыраталы жана алынган көбөйтүүчүлөрдүн ичинен B га көбөйтүүчү болгондоруна B ны удаалаш бөлөлү. Натыйжа менен Анын көбөйтүндүсү A жана B сандары үчүн ЭКЖБ болот.

a) 3 саны жөнөкөй, ошондуктан анын ажыралышы жок.

$3 = 3$. Ал эми 5 саны дагы жөнөкөй, ал 3кө бөлүнбөйт.

Ошондуктан, $\text{ЭКЖБ}(3; 5) = 3 \cdot 5 = 15$.

b) 7 саны жөнөкөй, ошондуктан анын ажыралышы $7 = 7$ болот.

35 саны 7ге бөлүнөт, анда: $35 : 7 = 5$.

Демек, $\text{ЭКЖБ}(7; 35) = 7 \cdot 5 = 35$.

c) 45 жана 30 сандарынын кичинеси болгон 30 санын алып, аны жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыраталы: $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$. 45 саны 3кө, 5ке бөлүнгөндүктөн аны удаалаш бөлөбүз: $45 : 3 = 15$, $15 : 5 = 3$.

Бөлүүнүн натыйжасы 3 санын 30га көбөйтүп: $\text{ЭКЖБ}(30; 45) = 3 \cdot 30 = 90$ деп алабыз.

d) 8 санын жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыраталы: $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$.

20 санын экиге бөлүп: $20 : 2 = 10$, аны экинчи көбөйтүүчүгө дагы бөлүп: $10 : 2 = 5$. Натыйжа – 5 жөнөкөй сан болгондуктан, ал үчүнчү көбөйтүүчү 2ге бөлүнбөйт.

Демек, ажыратуу токтоду.

ЭКЖБ (8; 20) = $8 \cdot 5 = 40$ болот.

е) 252 санын эки жолу экиге бөлсөк: $252 : 2 = 126$; $126 : 2 = 63$ болот.

63 саны 3кө бөлүнөт: $63 : 3 = 21$, 21 саны дагы:

$21 : 3 = 7$.

Ал эми 7 саны жөнөкөй болгондуктан ажыратуу токтотулат:

$252 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$. 441 саны 2ге бөлүнбөйт, бирок 3кө бөлүнөт, анткени цифралардын суммасы 3кө бөлүнөт: $4+4+1=9$.

Бул 147 санын ажыратуунун экинчи турган 3 санына бөлөбүз:

$147 : 3 = 49$.

Бул сан дагы ажыратуунун акыркы 7 санына бөлүнөт жана ал сан:

$49 : 7 = 7$.

Ажыратуу процесси токтотулду.

Демек, ЭКЖБ (252; 441) = $252 \cdot 7 = 1764$

г) Экиден көп сандардын ЭКЖБсы экиден сандардын ЭКЖБсын удаалаш эсептөө аркылуу табылат.

Демек, 6; 8 жана 22 сандарынын ЭКЖБсын табуу үчүн биринчи 6 жана 8 сандарынын ЭКЖБсын табалы: $6 = 2 \cdot 3$; 8 санын 2ге бөлүп:

$8 : 2 = 4$.

Ажыратуу процесси токтотулду, анткени 4 саны 3кө бөлүнбөйт,

демек: ЭКЖБ (6; 8) = $6 \cdot 4 = 24$.

Эми 24 менен 22 сандарынын ЭКЖБсын табабыз. Анда 22ни экиге бөлсөк: $22 = 2 \cdot 11$ жана $24 : 2 = 12$.

Ажыратуу процесси токтотулду.

ЭКЖБ (22; 24) = $22 \cdot 12 = 264$.

Демек, 264 саны 6; 8 жана 22 үч санынын ЭКЖБсы болот.

251. Сандардын ЭКЖБсын тапкыла:

а) 7 жана 11;

с) 42 жана 28;

е) 504 жана 540;

б) 5 жана 35;

д) 75 жана 50;

ф) 66; 78 жана 42.



252. Сандардын ЭКЖБсын тапкыла:

а) 13 жана 5;

с) 35 жана 49;

е) 4200 жана 16 500;

б) 70 жана 35;

д) 24 жана 60;

ф) 126; 182 жана 42.

Маанилүү эскертүү

Сандардын ЭКЖБсын табуу өтө маанилүү, бирок ал зарыл деле эмес. Жалпы бөлүнүүчүсү (ЖБ) катары берилген сандардын көбөйтүндүсүн алууга болот. Бирок бул учурда ЭКЖБны колдонууга караганда татаал

эсептөөлөрдү аткарууга туура келет, ал эми натыйжада алар жоопко таасир этпейт.

9.6. Ишти биригип аткаруу убактысы

Маселе

Торпок бир чөмөлө чөптү 14 күндө жеп бүтүрсө, кой аны 35 күндө жеп бүтүрө алат. Экөө биригип ал тоютту канча күндө жеп бүтүрө алат?



Чыгарылышы

14 жана 35 сандарынын эң кичине жалпы бөлүнүүчүсүн табалы. Ал үчүн алардын кичинеси 14 санын жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыраталы: $14 = 2 \cdot 7$.

Экинчи, 35 саны 7ге бөлүнөт, 2ге бөлүнбөйт, анда: $35 : 7 = 5$. Бул тийиндини 14кө көбөйтүп ЭКЖБ ($14; 35$) = $5 \cdot 14 = 70$ деп алабыз.

Мында, $70 : 14 = 5$; $70 : 35 = 2$ сандары, 70 күндө кой 2 чөмөлө, торпок 5 чөмөлө тоют жеп коёрун билдирет.

Демек, 70 күн ичинде торпок менен кой биригип $5 + 2 = 7$ чөмөлө тоют жешет, б. а. 10 күндө бирден чөмөлө желет, анткени $70 : 7 = 10$.

253. Кристина пловду 21 мүнөттө жеп койсо, Рахат аны 24 мүнөттө бүтүрөт. Алар экөө биригип канча убакытта пловду жеп бүтүрөт?

 **254.** Бактыгүл бир ящик алманы 36 мүнөттө терип койсо, Станислав ал жумушту 24 мүнөттө аткарат. Бул жумушту экөө биригип канча убакытта бүтүрө алат?

9.7. Бирге аткарган иштин убактысы боюнча жеке аткарган иштин убактысын аныктоо

Маселе

Фермага бир тонна жем алып келишти. Ал өрдөк менен каздарга 27 күнгө жетет. Эгерде жемди каздарга эле берсе, анда ал 45 күнгө жетмек. Бир тонна жем өрдөктөргө канча күнгө жетет?

Чыгарылышы

27 жана 45 сандарынын эң кичине жалпы бөлүнүүчүсүн табуу үчүн алардын кичинеси болгон 27 санын жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыраталы: $27 = 3 \cdot 3 \cdot 3$. Экинчи сан 45 9га бөлүнөт (эки жолу 3кө):

$45 : 9 = 5$. Бул тийинди, 5 санын 27ге көбөйтүп, алардын ЭКЖБсын табабыз:
 $ЭКЖБ(27; 35) = 5 \cdot 27 = 135$.

Мындагы $135 : 27 = 5$ саны өрдөк менен каздар биригип 135 күндө 5 тонна жем жегенин, $135 : 45 = 3$ саны 135 күндө каздар 3 тонна жем жешээрин көрсөтөт.

Демек, өрдөктөр 135 күндө: $5 - 3 = 2$ тонна жем жешет, б. а. бир тоннаны алар 67,5 күндө жешет, анткени $135 : 2 = 67,5$.

255. Махабат менен Гулназ экөө биригип салатты 36 мүнөттө даярдап коюшту. Эгерде Махабат салатка 1 саат убакыт сарптаса, анда аны Гулназ канча убакытта жасайт?



256. Ислам менен Мээрим оромону 38 мүнөттө жеп бүтүрүштү. Эгерде Ислам оромону жегенге 1 саат убакыт сарптаса, анда аны Мээрим канча убакытта жеп бүтүрөт?

9.8. Бирге аткарган иштин убактысы боюнча жеке аткарган иштин убактысын аныктоо. Уланды

Маселе



6^А- жана 6^Б-класстын окуучулары бирге иштешип, картошканы 8 саатта отургузуп бүтүштү. Биринчи күнү алар 6 саат иштегенден кийин, калган ишти 6^Б- жалгыз иштеп, аны 3 саатта бүтүрүштү. Эгерде 6^А-класс жалгыз иштесе, алар картошканы канча убакытта отургузат эле?

Чыгарылышы

Эки класс бирге иштеп 6 саатта жалпы иштин $6 : 8 = 0,75$ бөлүгүн бүтүшсө, 6^Б-класс үчүн анын: $1 - 0,75 = 0,25$ бөлүгү калган. Аны алар 3 саатта бүтүштү. Демек, жалпы ишти 6^Б-класс $3 : 0,25 = 12$ саатта бүтмөк эле. Эми биз жалпы иштин жана экөөнүн биринин ишинин убактысын билип, экинчисинин убактысын аныктайбыз. Ал үчүн жогорудагыдай эле 8 менен 12 санынын ЭКЖБсын табалы, ал:

$ЭКЖБ(8; 12) = 8 \cdot 3 = 24$. Мында $24 : 8 = 3$ саны 24 саат ичинде эки класс мындай аянттын үчөөнө картөшкө отургуза алат.

Ал эми $24 : 12 = 2$ болсо 24 саат ичинде 6^Б-класс өзү жалгыз мындай аянттын экөөнө картөшкө отургуза аларын билгизет.

Демек, $3 - 2 = 1$ болгондуктан, 6^А-класс 24 саатта картөшкөнү отургузуп бүтмөк.

257. Мурат менен Диля бирге иштеп, 6 саатта квартираны тазалап бүтүшмөк эле. Алар 90 мүнөт иштегенден кийин, Мурат себеп таап, кетип калды. Калган жумушту Диля дагы 6 сааттан кийин аяктады. Мурат бул жумушту жалгыз канча убакытта толук аткара алат?

 258. 6^а- жана 6^б-класстын окуучулары бирге иштешип картөшкөнү 10 саатта отургузуп бүтмөк эле. Биринчи күнү алар 8 саат иштегенден кийин, эртеси 6^а- жалгыз иштеп жумушту 6 саатта бүттү. Бул жумушту 6^б-класс жалгыз иштеп, канча убакытта бүтүрө алат?

9.9. Үч субъект бирге аткарган иш

Маселе

1) Рая дубалды 7 саатта сырдап бүтүрсө, Роза аны 12 саатта бүтүрмөк, Болот болсо – 14 саатта. Алар үчөө чогуу иштешсе, дубалды канча убакта сырдап коёт эле?

2) 1чи жана 2чи насос бирге иштегенде бассейндеги сууну 1 саат 10 мүнөттө соруп чыгарат. Ушул эле жумушту 1чи жана 3чү насос 1 саат 24 мүнөттө, ал эми 2чи жана 3чү насос 2 саат 20 мүнөттө аткарат. Үч насос бир иштесе, алар канча убакытта бассейндеги сууну соруп бүтүшөт?

Чыгарылышы

1) Биринчи 7 менен 12 сандарынын ЭКЖБсын табалы. Ал 84 болорун табуу кыйын эмес. Эми 84 менен 14 сандарынын ЭКЖБсын табабыз.

Анда $14 = 2 \cdot 7$ болгондуктан жана 84 саны 2ге дагы, 7ге дагы бөлүнгөндүктөн, ЭКЖБ $(84; 14) = 6 \cdot 14 = 84$.

Демек, 7, 12 жана 14 сандарынын ЭКЖБсы 84 болот.

Мында $84 : 7 = 12$ саны, Рая 84 саатта мындай дубалдан 12ни сырдап коймок дегенди билдирет. Ошондой эле $84 : 12 = 7$ саны, Роза 84 саатта мындай 7 дубалды, $84 : 14 = 6$ саны, Болот 84 саат ичинде 6 дубалды сырдай ала турганын билдирет. Демек, Рая, Роза жана Болот үчөө биригип, 84 саатта $12 + 7 + 6 = 25$ дубалды сырдай алмак. Ал эми бир дубалды үчөө $84 : 25 = 3,36$ саатта сырдай алышат.

2) Башында убакытты мүнөттөргө айландыралы:

1 саат 10 мүнөт = 70 мүнөт;

1 саат 24 мүнөт = 84 мүнөт;

2 саат 20 мүнөт = 140 мүнөт.

Эми 70; 84 жана 140 сандарынын ЭКЖБсын табалы. Ал үчүн 70 жана 84 сандарынын ЭКЖБсын таап алабыз, мында 70 санын көбөйтүүчүлөргө ажыратсак: $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ болот.

Демек, ЭКЖБ $(70; 84) = 6 \cdot 70 = 420$. Кийинки кадамда 420 менен 140 сандарынын ЭКЖБсын табабыз, ал берилген үч сандын дагы ЭКЖБсы болот:

ЭКЖБ $(420; 140) = 3 \cdot 140 = 420$.

Бул учурда $420 : 70 = 6$ саны, 1чи жана 2чи насос бирге иштесе, алар 420 үнөттө мындай 6 бассейнден сууну соруп чыгара алат дегенди билдирет.

Ошондой эле $420 : 84 = 5$ саны, 1чи жана 3чү насос бирге иштесе, алар 420 мүнөттө мындай 5 бассейнден сууну соруп чыгара алат дегенди, ал эми $420 : 140 = 3$ үчүнчү жана экинчи насос бирге иштесе, алар 420 мүнөттө мындай 3 бассейнден сууну соруп чыгарат дегенди билдирет.

Демек, биринчи түрдөгү эки насос, экинчи түрдөгү эки насос жана үчүнчү түрдөгү эки насос 420 мүнөттө ичинде $6 + 5 + 3 = 14$ бассейнден сууну соруп чыгара алат экен.

Демек, үч насос иштесе, анда 420 мүнөт ичинде $14 : 2 = 7$ бассейнден, 60 мүнөттө бир бассейнден сууну соруп чыгармак экен, анткени $420 : 7 = 60$.

259. Марат 18 мүнөттө короону шыпырып бүтөт, ал эми Дима аны – 13 мүнөттө, Карина болсо 26 мүнөттө бүтүрө алат. Алар бирге иштешсе, короону канча убакытта шыпырып коюшат эле?



260. Филипп китепти 6 күндө басып бүтүрсө, аны Азим – 7 күндө, ал эми Асел 14 күндө бүтүрөт. Алар үчөө бирге иштешсе, китепти канча күндө басып бүтүрүшмөк?

9.10. Бирге аткарган ишти жуп маалыматтар аркылуу аныктоо

Маселе

Шаршенбек менен Гүлнара бирге иштешип, текстти 7 саатта которсо, Гүлнара жана Батыр аны – 12 саатта, ал эми так жана сапаттуу которо алган Гүлнара жалгыз иштесе, котормону 28 саатта бүткөрөт. Эгерде үчөө бирге иштешсе, котормону канча убакытта бүтмөк?

Чыгарылышы

7; 12 жана 28 сандарынын эң кичине жалпы бөлүнүүчүсүн табалы. Анда биринчи, 7 менен 12 сандарынын ЭКЖБсын табабыз:

ЭКЖБ $(7; 12) = 7 \cdot 12 = 84$. Кийинки кадамда 28 менен 84 сандарынын ЭКЖБсын тапсак: $ЭКЖБ (28; 84) = 3 \cdot 28 = 84$, ал берилген үч сандын дагы ЭКЖБсы болот.

Мындагы $84 : 7 = 12$ жана $84 : 12 = 7$ сандары, Шаршенбек менен Гүлнара, ошондой эле Гүлнара менен Батыр бирге иштешсе, алар 84 саат ичинде мындай тексттен $12 + 7 = 19$ бүткөрмөк дегенди билдирет. Гүлнара бул учурда эки жолу катышты.

Ошондуктан ал 84 саат ичинде $84 : 28 = 3$ текст бүткөрсө, үчөө бирге иштеп 84 саат ичинде мындай тексттен $19 - 3 = 16$ бүткөрө турганын билебиз.

Демек, үчөө бирге иштегенде текстти $84 : 16 = 5,25$ саатта бүткөрөт.

261. Апасы атасы экөө тамакты 24 мүнөттө даярдаса, атасы менен кызы аны 34 мүнөттө даярдашат. Эгерде тамакты атасы жалгыз даярдаса, ага 102 мүнөт убакыт кетет. Тамакты апасы, атасы жана кызы үчөө биригип канча убакытта даярдашат?

 262. Дастан менен Азат бир чака карагатты 22 мүнөттө терип коюшса, Азат менен Мээрим аны 27 мүнөттө теришет. Азат аны жалгыз терсе, ага 66 мүнөт убакыт кетет. Бир чака карагатты үчөө биригип терсе канча убакыт кетет?

9.11. Үч субъект бирге аткарган иш. Уланды

Маселе

Шайлоо, Аида жана Атыр үчөө чогуу иштеп, плов үчүн сабизди 9 мүнөттө туурап коюшат. Бул жумушту бирден аткарганда Аида 22 мүнөт, Атыр 18 мүнөт жумшайт. Аны Шайлоо канча убакытта аткарат эле?



Чыгарылышы

9; 22 жана 18 сандарынын эң кичине жалпы бөлүнүүчүсүн табалы. Алгач 9 менен 22 ЭКЖБ тапсак: $\text{ЭКЖБ}(9; 22) = 9 \cdot 22 = 198$. Ал эми 18 менен 198 ЭКЖБсы берилген үч сандын эң кичине жалпы бөлүнүүчүсү болот. 198 саны 18ге бөлүнгөндүктөн, $\text{ЭКЖБ}(198; 18) = 198$.

Үчөө биригип иштесе, алар бул жумушту $198 : 9 = 22$ жолу бүткөргөн болушат. Анда Аида $198 : 22 = 9$ жолу, Атыр $198 : 18 = 11$ жолу аткарат. Шайлоо болсо 198 мүнөттө сабизди $22 - (9 + 11) = 2$ жолу туурай алат. Ал эми ал сабизди бир жолу $198 : 2 = 99$ мүнөттө туурайт.

263. Атасы, апасы жана Вася кар кишини (снеговикти) 12 мүнөттө жасай алат. Аны атасы жалгыз – 30 мүнөттө, апасы – 33 мүнөттө жасай алат. Ал эми Вася жалгыз кар кишини канча мүнөттө жасайт?

 264. Улар, Тынара жана Сайкал бир коробка абрикосту 18 мүнөттө чогулта алат. Аны Улар жалгыз чогултса, ага 45 мүнөт, Тынарага болсо 60 мүнөт керек. Бир коробка абрикосту Сайкал канча мүнөттө чогултат?

9.12. Алмаштырууну оптималдоо

Маселе



Велосипеддин алдыңкы дөңгөлөгүнүн шинасы 6300 км жүргөндөн кийин жарактан чыгат, ал эми арткысы – 4500 кмден кийин. Айсулууга жаңы велосипед сатып беришти. Велосипеддин эки дөңгөлөгү тең бирдей көп аралыкты басып өтүшү үчүн, канча километр жүргөндөн кийин анын алдыңкы менен арткы дөңгөлөктөрүн алмаштыруу керек?

Чыгарылышы

ЭКЖБ (6300; 4500) = 31500. Анда, $31500 : 6300 = 5$; $31500 : 4500 = 7$ саны алдыңкы дөңгөлөккө 5 шинаны, арткысына 7 шинаны удаалаш пайдалануу менен Айсулуу 31500 км аралыкты басып өтөт дегенди билдирет. $5 + 7 = 12$ болгондуктан, 31500 км аралыкты басып өтүүгө 6 жуп шина керектелет экен. Анда бир жуп шина менен $31500 : 6 = 5250$ км аралыкты басып өтүүгө болот. Ал эми эки шина бирдей аралыкты басып өтүүгө алардын астыңкысы, арткысы бирдей аралыкты, жарымын басуу керек. Демек, шиналарды $5250 : 2 = 2625$ кмден кийин алмаштырууга туура келет.

265. Автоунаанын алдыңкы дөңгөлөгүнүн шинасы 65000 км баскандан кийин жарактан чыгат, ал эми арткысы – 39000 кмден кийин. Анын дөңгөлөктөрү бирдей көп аралыкты басып өтүшү үчүн, канча километр баскандан кийин алдыңкы менен арткы дөңгөлөктөрүнүн шиналарын алмаштыруу керек?



266. Дөңгөлөктүү (ролик) конькинин алдыңкы дөңгөлөгү 300 км, арткысы 500 км баскандан кийин жарактан чыгат. Бегайымга жаңы эки дөңгөлөктүү коньки белек кылышты. Анын эки дөңгөлөгү бирдей көп аралыкты басып өтүшү үчүн, алар канча километр баскандан кийин алдыңкы менен арткы дөңгөлөктөрүн алмаштыруу керек?



267. Бул параграфта карлган маселелерге окшоштуруп, эки маселе түзүлө.



$$t = S : v$$
$$1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$$
$$2x + 3y$$
$$A = Pt$$



1. Сандарды жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла:

- a) 23; c) 88; e) 126;
b) 26; d) 96; f) 2100.

2. Жаннат өсүмдүк отургузган катарды 3 саатта, Зарина 12 саатта чаап-отоп коюшат. Алар бирге иштешсе, бул ишти канча саатта бүткөрмөк?

3. Жаркынай кечки тамакты 40 мүнөттө даярдаса, Алия аны 2 саатта даярдайт. Алар бирге иштешсе, кечки тамакты канча саатта даярдайт эле?

4. Сандардын ЭКЖБсын тапкыла:

- a) 3 жана 17; c) 5 жана 68; e) 2200 жана 16 500;
b) 17 жана 34; d) 28 жана 70; f) 32; 48 жана 44.

5. Индира салатты – 27 мүнөттө, Гүлмира 48 мүнөттө даярдай алат. Алар бирге иштеп, бул салатты канча мүнөттө даярдайт?

6. Таалай пиццаны – 18 мүнөттө, Мария жарым саатта жеп бүткөрөт. Алар экөө биригип пиццаны канча мүнөттө жеп түгөтүшөт эле?

7. Беш жумада пират Ерёма
Бочка ромду ичип түгөтөт.
Ал эми пират Емеля
Аны эки жумада бүтүрөт.
Экөө биригип ичсе ромду,
Канча күн улантат алар тойду?

8. Перизат менен Сабина, чогуу иштеп килемди 36 күндө токуп бүткөрөт. Аны Перизат жалгыз токуса, 60 күндө бүткөрмөк. Ал эми Сабина килемди канча күндө токумак?

9. Бурул менен Сапар бир ящик кулпунайды 35 мүнөттө тере алса, Сапар жалгыз иштеп аны 63 мүнөттө терет. Бир жащик кулпунайды Бурул жалгыз канча мүнөттө терет?

10. Балакай (Малыш) менен Карлсон экөө бир банка кыямды 2 саатта жеп коюшат. Алар банкадагы кыямды $\frac{3}{4}$ жеп бүткөндөн кийин, Малыш сабак окууга отурду. Калган кыямды Карлсон 40 мүнөттө жеп бүтүрдү. Бир банка кыямды Малыш канча саатта жеп бүтүрө алат?

11. 6^A , 6^B жана 6^C үч класс чогуу иштеп мектеп багындагы алманы 14 саатта терип бүтүрө алышат. Эгерде 6^A менен 6^B эки класс иштесе, ага 18 саат убакыт кетет. 6^C -класс жалгыз иштеп, мектеп багындагы алманы канча саатта терип бүткөрө алат?

$VI + IV = X$
 $P = 2(a + b)$
 $14x = -42$

12. Ар бири өз алдынча иштегенде, 1чи насос бассейнге сууну 7 саатта, 2чи насос – 16 саатта, ал эми 3чү насос 56 саатта толтурат. Үч насос бирге иштегенде алар бассейнге сууну канча убакытта толтурушат?

13. Ажыдаардын биринчи башы бир бочка сууну 9 мүнөттө иче алат, экинчи башы – 8 мүнөттө, үчүнчү башы – 24 мүнөттө. Бир бочка сууну ажыдаардын үч башы биригип канча мүнөттө иче алышат?

14. Ира менен Катя үйдү 33 мүнөттө жыйнашат, Маша менен Катя – 44 мүнөттө. Катя жалгыз иштесе, бул жумушту 66 мүнөттө бүткөрөт. Эгерде алар үйдү бирге жыйнаса, ага канча убакыт кетет эле?

15. Үч тойбос жигит бир казан пловду 8 мүнөттө эле жеп салышат. Алардын биринчиси бир казан пловду – 20 мүнөттө, экинчиси 24 мүнөттө жеп коёт экен. Аны үчүнчү тойбос канча мүнөттө жеп түгөтө алат?

16. Мотоциклдин алдыңкы дөңгөлөгүнүн шинасы 9900 км баскандан кийин жарактан чыгат, ал эми арткысы – 7700 кмден кийин. Анын эки дөңгөлөгү тең бирдей көп аралыкты басып өтүшү үчүн, мотоцикл канча километр баскандан кийин, анын алдыңкы менен арткы дөңгөлөгүн орун алмаштыруу керек?

17. 1-насос бассейнди 1 саатта толтурат, 2-насос – 2 саатта. Эки насос бир иштеп бассейнди 35 мүнөттө толтура алабы?

18. Кайсы цифраны $\{1; 2; 3; \dots 9\}$ көптүгүнөн алып салсак, калган цифралардын ЭКЖБсы эң кичине болот?

§ 10. Кадимки бөлчөктөрдүн барабардыгы. ЭЧЖБ.

10.1. Бөлчөктөрдүн тең күчтүүлүгү

Айсулуу, Тинатин жана Настя картөшкө талаасын отоп-чаап чыгышты. Тинатин – 8 катар, Айсулуу менен Настя 4төн катар чаап чыгышты. Үчөөнүн ишине ыраазы болгон Юля аларга торт сатып келип, ал торт ар ким жасаган ишине жараша бөлүнсүн деген талабын койду. Ага жараша Айсулуу: «Бардыгы 16 катар бар эле, демек, тортту тең 16га бөлүү керек. Андан кийин ар бирибиз аткарган ишибизге жараша өзүбүзгө тиешелүү сандагы торттун бөлүгүн ала-лы», – деп айтты. Ага Тинатин: «Тортту 16га тең бөлүүнүн кажети жок. Ага эки кесим жасоо жетиштүү болот», – деп жооп берди. Айсулуунун айтканына силер макулсуңарбы? Тинатиндикинечи?

Айсулуу туура айткан. Анткени 16 катар үчүн торт 16га тең бөлүнүп, кыздардын ар бири өзүнүн ишине ылайык торттун бөлүгүн алганы адилеттүү болот.

Математика тилинде мындай жагдайды кадимки бөлчөктөрдүн жардамы аркылуу аныктоо ыңгайлуу болот. Тинатин торттун $\frac{8}{16}$ (он алтынын сегиз) бөлүгүн, Айсулуу менен Настя ар бири торттун $\frac{4}{16}$ (он алтынын төрт) бөлүгүн алат.

Ошол эле учурда Тинатиндики дагы туура. Ал 16дан 8 катарды отогондон кийин жумуштун жарымын аткарган болот. Ошондуктан тортту экиге бөлүп, анын жарымын Тинатинге берүү керек. Калган бөлүгүн, бирдей жумуш аткаргандыктан, Айсулуу менен Настяга тең экиге бөлүп берүү керек.

Математика тилинде: Тинатинге торттун $\frac{1}{2}$ (экиден бири), Айсулуу менен Настянын ар бири торттун $\frac{1}{4}$ (төрттөн бирин) алуусу керек.

Бул жагдайды баяндаган мындай учурлар $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ жана $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ кадимки бөлчөктүн төмөнкү касиетин аныктайт:

Кадимки бөлчөктүн алымын жана бөлүмүн нөлдөн айырмалуу бир эле санга көбөйтсө же бөлсө, анда бөлчөктүн мааниси өзгөрбөйт.

Маселе

хтин кайсы маанисинде төмөнкү барабардык туура болот:

- а) $\frac{x}{10} = \frac{1}{2}$; в) $-\frac{2}{3} = \frac{8}{x}$; е) $\frac{x}{40} = 0,75$;
б) $\frac{3}{17} = \frac{9}{x}$; г) $\frac{1,1}{0,3} = \frac{x}{3,3}$; ж) $-0,4 = \frac{2}{x}$.

Чыгарылышы

а) $\frac{x}{10} = \frac{1}{2}$. Бөлүмдөрдүн катышы $10 : 2 = 5$ болгондуктан, анын алымдарын катышы дагы $x : 1 = 5$ болууга тийиш. Анда, $x = 5 \cdot 1 = 5$.

б) $\frac{3}{17} = \frac{9}{x}$. Бул учурда алымдардын катышы $9 : 3 = 3$. Ошондуктан анын бөлүмдөрүнүн катышы $x : 17 = 3$ болууга тийиш. Мындан, $x = 3 \cdot 17 = 51$.

с) $-\frac{2}{3} = \frac{8}{x}$. Мында $8 : (-2) = -4$ болгондуктан, $x : 3 = -4$ барабардыгы орун алат. Демек, $x = -4 \cdot 3 = -12$.

д) $\frac{1,1}{0,3} = \frac{x}{3,3}$. Бул учурда $3,3 : 0,3 = 11$ болгондуктан, $x : 1,1 = 11$ барабардыгы орун алат. Анда, $x = 11 \cdot 1,1 = 12,1$.

е) $\frac{x}{40} = 0,75$. Жогоруда белгилегендей, $0,75$ жазуусу $\frac{75}{100}$ кадимки бөлчөктү билдирет. Анда, берилген туюнтма $\frac{x}{40} = \frac{75}{100}$ түрүнө келет.

Мында $40 : 100 = 0,4$, жана $x : 75 = 0,4$. Демек, $x = 0,4 \cdot 75 = 30$.

ф) $-0,4 = \frac{2}{x}$. Мындан жогорудагыдай эле кадимки бөлчөккө өтөбүз.

Анда $-\frac{4}{10} = \frac{2}{x}$ болот. Демек, $2 : (-4) = -0,5$, жана $x : 10 = -0,5$.

Мындан, $x = -0,5 \cdot 10 = -5$.

268. хтин кайсы маанисинде барабардык туура болот:

а) $\frac{x}{21} = \frac{3}{7}$; с) $-\frac{12}{13} = \frac{48}{x}$; е) $\frac{x}{24} = 0,25$;

б) $\frac{31}{72} = \frac{93}{x}$; д) $\frac{0,13}{0,23} = \frac{x}{2,99}$; ф) $-0,8 = \frac{27}{x}$?

 **269.** хтин кайсы маанисинде барабардык туура болот:

а) $\frac{x}{96} = \frac{1}{6}$; с) $-\frac{12}{33} = -\frac{72}{x}$; е) $\frac{x}{34} = 0,55$;

б) $\frac{63}{70} = \frac{9}{x}$; д) $\frac{3,1}{0,3} = \frac{x}{0,003}$; ф) $-0,14 = \frac{42}{x}$?

10.2. Бөлчөктөрдүн барабардыгын текшерүү

Маселе

Бөлчөктөр барабарбы:

а) $\frac{5}{12}$ жана $\frac{25}{60}$; с) $\frac{2}{28}$ жана $\frac{3}{47}$; е) $\frac{129}{250}$ жана $0,516$;

б) $\frac{9}{14}$ жана $\frac{140815}{216342}$; д) $7,14$ жана $\frac{177}{25}$; ф) $-\frac{26}{208}$ жана $-\frac{3}{24}$?

Чыгарылышы

Бул учурда деле жогорку маселени чыгаргандай кылсак болот:

1-бөлчөктүн алымын жана бөлүмүн көбөйткөндө, 2-бөлчөктүн алымына жана бөлүмүнө айлана турган сандын бар экенин аныктайбыз. Бирок кадимки бөлчөктү эки сандын катышы катары кароо ыңгайлуу болот. Мындай учурда, эгерде эки бөлчөк пропорция түзсө, анда алар барабар болушат деген эреже келип чыгат. Андыктан, эгерде $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ болсо, анда $a \cdot d = b \cdot c$ боло турган пропорциянын касиетин текшерүү жетиштүү болот.

а) $\frac{5}{12}$ бөлчөгү $\frac{25}{60}$ бөлчөгүнө барабар, анткени $5 \cdot 60 = 300$; $12 \cdot 25 = 300$.

Бул жерде 2-бөлчөк 1-бөлчөктүн алымын жана бөлүмүн 5ке көбөйтүүдөн алынган.

б) $\frac{9}{14}$ бөлчөгү $\frac{140815}{216342}$ бөлчөгүнө барабар эмес, анткени: $9 \cdot 216342 \neq 14 \cdot 140815$. Аны аныктоо үчүн сандарды көбөйтпөй эле, 1-көбөйтүндү 8 менен ($9 \cdot 2 = 18$), ал эми 2чи көбөйтүндү 0 менен ($4 \cdot 5 = 20$) аяктаганын билүү жетиштүү.

в) Бул бөлчөктөр $\frac{2}{28}$; $\frac{3}{47}$ өз ара барабар эмес. Анткени $2 \cdot 47$ жана $28 \cdot 3$ көбөйтүндүлөрдүн акыркы цифралары дал келсе да, ал жетиштүү эмес. Алардын барабар эместигин эсептөө кыйын деле эмес, $2 \cdot 47 \neq 28 \cdot 3$.

г) 7,14 ондук бөлчөгү $\frac{177}{25}$ бөлчөгүнө барабар эмес. Аны аныкташ үчүн 7,14 ондук бөлчөгүн $\frac{714}{100}$ кадимки бөлчөккө которолу жана пропорциянын негизги касиетин текшерели: $714 \cdot 25 \neq 100 \cdot 177$.

д) $\frac{129}{250}$ бөлчөгү 0,516 ондук бөлчөгүнө барабар. Аны далилдеш үчүн 0,516 ондук бөлчөгүн $\frac{516}{1000}$ кадимки бөлчөккө которуп жана пропорциянын негизги касиетин текшерип койсок: $129 \cdot 1000 = 250 \cdot 516$ жетиштүү болот.

е) $-\frac{26}{208}$ жана $-\frac{3}{24}$ бөлчөктөрү өз ара барабар, анткени: $26 \cdot 24 = 208 \cdot 3$.

Бул учурда биз ар бир бөлчөктүн алдында минус белгиси турганын эске алдык. Минус белгиси же бөлчөктүн алдында же анын алымынын алдында тура берерин белгилеп кетели.

270. Белчөктөр барабарбы?

a) $\frac{75}{182}$ жана $\frac{25}{60}$;

d) 15,157 жана $\frac{773}{51}$;

b) $\frac{19}{44}$ жана $\frac{3840812}{8826343}$;

e) $-\frac{19}{25}$ жана $-0,76$;

c) $\frac{12}{68}$ жана $\frac{3}{17}$;

f) $-\frac{16}{281}$ жана $-\frac{16}{281}$.



271. Белчөктөр барабарбы?

a) $\frac{15}{22}$ жана $\frac{45}{66}$;

d) 0,68 жана $\frac{17}{250}$;

b) $\frac{9}{14}$ жана $\frac{111123}{172858}$;

e) $\frac{29}{50}$ жана $-0,58$;

c) $\frac{2}{28}$ жана $-\frac{3}{42}$;

f) $-\frac{6}{28}$ жана $\frac{30}{140}$.

10.3. ЭКЖБны көбөйтүүчүлөрдүн көптүктөрү аркылуу аныктоо

Жогоруда биз «эң кичине жалпы бөлүнүүчү – ЭКЖБ» түшүнүгүн киргизген элек. Мындан ары биз ага башка көз караш сунуштайбыз.

Маселе

Жөнөкөй көбөйтүүчүлөрдүн көптүгү болгон P көптүгүн тапкыла:

a) 6; b) 11; c) 75; d) 72.

Чыгарылышы

a) $6 = 2 \cdot 3$ болгондуктан, изделген көптүк: $P = \{2; 3\}$;

b) 11 саны жөнөкөй болгондуктан, $P = \{11\}$ болот;

c) $75 = 25 \cdot 3 = 5 \cdot 5 \cdot 3$ ажыратууда 5 саны эки жолу жолугат. Бирок аны эки жолу $P = \{5; 5; 3\}$ түрүндө жаза албайбыз, анткени көптүктө бир элемент бир эле жолу жазылат.

Ошондуктан индекстердин жардамы керек: $P = \{5; 5_1; 3\}$.

Мында 51 «беш–бир» деп окулат жана ал 5тен дагы бирөө бар дегенди билдирет.

d) $72 = 8 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$.

Ошондуктан: $P = \{2; 2_1; 2_2; 3; 3_1\}$.

272. Жөнөкөй көбөйтүүчүлөрдүн көптүгү болгон P көптүгүн тапкыла:

a) 10; b) 18; c) 100; d) 48.



273. Жөнөкөй көбөйтүүчүлөрдүн көптүгү болгон P көптүгүн тапкыла:

a) 35; b) 17; c) 99; d) 500.

10.4. ЭКЖБны көбөйтүүчүлөрдүн көптүктөрү аркылуу аныктоо. Уланды

Бир нече сандардын жөнөкөй көбөйтүүчүлөрүнүн көптүктөрү белгилүү болсо, анда ал сандардын ЭКЖБсын табуу кыйын деле эмес, анткени ал сандардын ЭКЖБсы берилген сандардын жөнөкөй көбөйтүүчүлөрүнүн көптүктөрүнүн биригүүсүнүн элементтеринин көбөйтүндүсү болот.

Маселе

Берилген сандардын жөнөкөй көбөйтүүчүлөрүнүн жазып, алардын ЭКЖБсын тапкыла:

а) 15 жана 21; б) 20 жана 30; в) 105 жана 27; г) 42, 10 жана 28.

Чыгарылышы

а) $15 = 3 \cdot 5$ болгондуктан, анын жөнөкөй көбөйтүүчүлөрүнүн көптүгү $F = \{3; 5\}$. Ал эми 21 саны үчүн ал көптүк $S = \{3; 7\}$.

Алардын биригүүсү $F \cup S = \{3; 5; 7\}$.

Биригүүгө экөөндөгү жалпы элементтер бир эле жолу кирет. Биригүүнүн элементтеринин көбөйтүндүсү берилген сандардын ЭКЖБсы болот, б. а.

$ЭКЖБ(15; 21) = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$.

б) 20 санына $F = \{2; 2; 5\}$ көптүгү, 30 санына $S = \{2; 3; 5\}$ көптүгү туура келет.

Алардын биригүүсү $F \cup S = \{2; 2; 3; 5\}$ көптүгү берилген сандардын ЭКЖБсын аныктайт, демек:

$ЭКЖБ(20; 30) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$;

в) $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$, ал эми $27 = 3 \cdot 3 \cdot 3$ болгондуктан, жөнөкөй көбөйтүүчүлөрүнүн көптүктөрүнүн биригүүсү: $\{3; 5; 7; 3; 3\}$.

Ошондуктан: $ЭКЖБ = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 = 945$;

г) 42 санына $F = \{2; 3; 7\}$ көптүгү, 10 санына $S = \{2; 5\}$ көптүгү, 28 санына $T = \{2; 2; 7\}$ көптүгү келип чыгат. Алардын биригүүсүн алуу үчүн биринчи эки көптүктүн биригүүсүн таап: $F \cup S = \{2; 3; 7; 5\}$, аны менен үчүнчү көптүктү бириктиребиз: $F \cup S \cup T = \{2; 3; 7; 5; 2\}$.

Демек, $ЭКЖБ(42; 10; 28) = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 = 420$.

274. Сандардын жөнөкөй көбөйтүүчүлөрүн таап, анан анын ЭКЖБсын жазгыла:

а) 14 жана 77; б) 12 жана 18; в) 24 жана 28; г) 32, 12 жана 20.



275. Сандардын жөнөкөй көбөйтүүчүлөрүн таап, анан анын ЭКЖБсын жазгыла: а) 39 жана 52; б) 44 жана 34; в) 91 жана 77; г) 35, 100 жана 49.

10.5. ЭЧЖБны көбөйтүүчүлөрдүн көптүктөрү аркылуу аныктоо

Демек, сандардын ЭКЖБсын табуу маселеси берилген сандардын жөнөкөй көбөйтүүчүлөрүнүн көптүктөрүнүн биригүүсүн табуу менен аныкталат экен. Алардын биригүүсүн табуу менен катар, ал көптүктөрдүн кесилишин табуу дагы маанилүү болот. Анткени ал көптүктөрдүн кесилишиндеги элементтердин көбөйтүндүсү ЭЧЖБ – эң чоң жалпы бөлүүчү болот экен.

Эгерде a жана b натуралдык сандары c натуралдык санына калдыксыз бөлүнсө, анда c саны a жана b сандарынын жалпы бөлүүчүсү деп аталат. Алардын эң чоңу ЭЧЖБ – эң чоң жалпы бөлүүчү деп аталат. a жана b натуралдык сандарынын ЭЧЖБ болгон t саны ЭЧЖБ $(a; b) = t$ түрүндө жазылат.

Маселе

Сандардын жөнөкөй көбөйтүүчүлөрүнүн көптүгүн таап, анын ЭЧЖБсын аныктагыла:

a) 51 жана 85; b) 40 жана 24; c) 125 жана 50; d) 42, 70 жана 28; e) 15 жана 28.

Чыгарылышы

a) 51дин цифраларынын суммасы 3кө бөлүнгөндүктөн ал өзү дагы 3кө бөлүнөт. Мындан, $51 = 3 \cdot 17$ жана ага туура келген көптүк:

$F = \{3; 17\}$ болот. 85 саны 5 менен аяктагандыктан, ал 5ке бөлүнөт.

Анда, $85 = 5 \cdot 17$, жана ага туура келген көптүк: $S = \{5; 17\}$. Бул эки көптүктүн жалпы элементтери, алардын кесилишин берет: $F \cap S = \{17\}$. Кесилишиндеги элементтердин көбөйтүндүсү ЭЧЖБ болот. Бирок бул көптүктө бир эле элемент болгондуктан, ал сан ЭЧЖБ $(51; 85) = 17$ болот.

b) 40 санына $F = \{2; 2_1; 2_2; 5\}$ көптүгү, 24 санына $S = \{2; 2_1; 2_2; 3\}$ көптүгү туура келет. Алардын кесилиши $F \cap S = \{2; 2_1; 2_2\}$ берилген сандардын ЭЧЖБсын табууга мүмкүндүк берет, ал:

ЭЧЖБ $(40; 24) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.

c) $125 = 5 \cdot 5 \cdot 5$, ал эми $50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$ болгондуктан, бул жөнөкөй көбөйтүүчүлөрдүн көптүктөрүнүн кесилиши $\{5; 5\}$ болот.

Ошондуктан ЭЧЖБ $(125; 50) = 5 \cdot 5 = 25$ ке барабар;

d) 42 санына $F = \{2; 3; 7\}$ көптүгү, 70 санына $S = \{2; 5; 7\}$ көптүгү, 28 санына $T = \{2; 2_1; 7\}$ көптүгү туура келет. Бул үч көптүктүн кесилүүшүсүн экиден улам табабыз, биринчи: $F \cap S = \{2; 7\}$, анан $F \cap S \cap T = \{2; 7\}$.

Демек, ЭЧЖБ $(42; 70; 28) = 2 \cdot 7 = 14$.

е) 15 санына $F = \{3; 5\}$ көптүгү, 28 санына $S = \{2; 2_1; 7\}$ көптүгү туура келет. Алардын кесилиши кур көптүк болот – анын бир дагы элементи жок.

Аны $F \cap S = \emptyset$ деп жазабыз. Мындай учурда ЭЧЖБ $(15; 28) = 1$ деп кабыл алынат.

Эгерде натуралдык сандардын бирдей жөнөкөй көбөйтүүчүсү жок болсо, анда аларды өз ара жөнөкөй сандар деп аташат. Алардын ЭЧЖБсы бирге барабар деп кабыл алынат.

276. Сандардын жөнөкөй көбөйтүүчүлөрүн таап, ЭЧЖБны эсептегиле:

а) 14 жана 22; б) 27 жана 82; с) 144 жана 80; d) 324 жана 243; е) 39; 117 жана 26.

 **277.** Сандардын жөнөкөй көбөйтүүчүлөрүн таап, ЭЧЖБны эсептегиле:

а) 49 жана 22; б) 27 жана 18; с) 140 жана 28; d) 32 жана 20; е) 66; 114 жана 21.

10.6. Иш акысын бөлүү

Маселе

Канат 833 саат иштесе, Жантемир 595 саат иштеди. Аткарган жумуштарына алар 24 кой алышты. Эгерде алардын ар бир иш сааты бирдей төлөнгөн болсо, алар койлорду кантип бөлүп алышат?



Чыгарылышы

Маселенин шартына жараша, аткарган ишке алган койлор $833 : 595$ катышы менен аныкталышы керек. Бул жагдайды жакшы түшүнүү үчүн катышты өзгөртөлү. Жогоруда белгиленгендей, катыштын алымын, бөлүмүн бирдей санга бөлсөк, ал өзгөрбөйт. Анда, катыштын алымын жана бөлүмүн ЭЧЖБсына кыскартсак, катыш жөнөкөй түргө келет. Ошондуктан 833 жана 595 сандарынын ЭЧЖБсын табабыз. 595 саны 5ке бөлүнөт: $595 = 5 \cdot 119$, ал эми 833 7ке бөлүнбөйт, бирок ал 119га бөлүнөт: $833 = 7 \cdot 119$. Ал эми 5 менен 7 өз ара жөнөкөй сандар болгондуктан башка жалпы көбөйтүүчүлөрү жок, ошондуктан:

ЭЧЖБ $(595; 833) = 119$. Катыштын алымын, бөлүмүн 119га бөлүп: $\frac{833}{595} = \frac{7}{5}$ алабыз. Натыйжада, койлорду $7 + 5 = 12$ барабар бөлүккө бөлүп, анын 7 бөлүгүн

Канатка, ал эми Жантемирге 5 бөлүгүн берүү керек. Ар бир бөлүккө 2ден кой туура келгендиктен: $24 : 12 = 2$, Канатка $7 \cdot 2 = 14$, Жантемирге $5 \cdot 2 = 10$ кой тийген болот.

Маселе

Гүлкыз менен Нурбек x алманы $y : z$ катышында бөлүп алышты. Алардын ар бири канчадан алма алат, эгерде:

- a) $x = 21$; $y = 92$; $z = 69$;
- b) $x = 32$; $y = 154$; $z = 198$?

Чыгарылышы

a) Бизге 92 жана 69 сандарынын ЭЧЖБсын табуу керек. 92 саны 2ге бөлүнгөндүктөн $92 = 2 \cdot 46$. 46 дагы 2ге бөлүнөт. Ошондуктан: $92 = 2 \cdot 2 \cdot 23$. Ал эми 69 саны 2ге бөлүнбөйт, бирок ал 23кө бөлүнөт.

Демек, $69 = 3 \cdot 23$.

Анда: ЭЧЖБ (92; 69) = 23.

Эми 92 менен 69ду 23кө бөлүп: $\frac{92}{69} = \frac{4}{3}$ алабыз.

Анда, $4 + 3 = 7$ болгондуктан, алмалар ар биринде $21 : 7 = 3$ төн алмадан турган 12 бөлүккө бөлүнөт.

Гүлкыз $4 \cdot 3 = 12$ алма, ал эми Нурбек $3 \cdot 3 = 9$ алма алган болот;

b) 154 менен 198 сандарынын ЭЧЖБсын табалы. 154 саны 2ге бөлүнөт, анда $154 = 2 \cdot 77$. Ошол эле учурда $77 = 11 \cdot 7$.

Анда $154 = 2 \cdot 11 \cdot 7$.

198 саны 2ге жана 11ге бөлүнөт. Анда, $198 = 2 \cdot 11 \cdot 9$.

Демек: ЭЧЖБ (154; 198) = $2 \cdot 11 = 22$. Бөлчөктү 22ге кыскартып, $\frac{154}{198} = \frac{7}{9}$

алабыз. Бул учурда алмалар ар бири $32 : 16 = 2$ ден болгон: $7 + 9 = 16$ бөлүккө бөлүнгөн. Демек, Гүлкыз $7 \cdot 2 = 14$ алма, Нурбек $9 \cdot 2 = 18$ алма алган болот.

278. Вера менен Лена x алманы $y : z$ катышында бөлүп алышты.

Алардын ар бири канчадан алма алат, эгерде:

- a) $x = 18$; $y = 126$; $z = 441$; b) $x = 30$; $y = 209$; $z = 76$?



279. Чынара менен Гуля x алманы $y : z$ катышында бөлүп алышты. Алардын ар бири канчадан алма алат, эгерде: a) $x = 56$; $y = 72$; $z = 120$; b) $x = 38$; $y = 168$; $z = 98$?

10.7. Берилген катышта бөлүү

Маселе

Жаныбек, Айбике жана Дания 32 мандаринди $104 : 65 : 39$ катышында бөлүп алышты. Алардын ар бири канчадан мандарин алат?



Чыгарылышы

104 саны удаасы менен үч жолу 2ге бөлүнөт, анда:

$104 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13$. 65 саны 5ке бөлүнөт жана $65 = 5 \cdot 13$ болот.

Демек: ЭЧЖБ ($104; 65$) = 13.

104, 65 жана 39ду 13кө бөлсөк: $104 : 65 : 39 = 8 : 5 : 3$ болот.

Мындан, мандариндин ар бири $32 : 16 = 2$ ден болгон $8 + 5 + 3 = 16$ бөлүккө бөлүнгөнүн аныктайбыз. Жаныбекке $8 \cdot 2 = 16$, Айбикеге $5 \cdot 2 = 10$, ал эми Данияга $3 \cdot 2 = 6$ мандарин тийген болот.

280. Айхан, Айдын жана Сейфуллах 42 анарды $90 : 126 : 162$ катышында бөлүп алышты. Ар бирине канчадан анар тийди?



281. Коля, Оля жана Ира 30 помидорду $152 : 175 : 210$ катышында бөлүп алышты. Ар бирине канчадан помидор тийди?

10.8. Бөлчөктү кыскартуу

Бөлчөктүн алымын жана бөлүмүн, алардын жалпы көбөйтүүчүсүнө бөлүү процесси *бөлчөктү кыскартуу* деп аталат.

Маселе

Бөлчөктү кыскарткыла: а) $\frac{840}{3600}$; б) $\frac{72}{96}$.

Чыгарылышы

а) Бөлчөктү кыскартыш үчүн анын алымын жана бөлүмүн алардын жалпы көбөйтүүчүлөрүнө удаа бөлө берсе болот. Биринчиден, 10го кыскарталы:

Андан кийин эки жолу 2ге: $\frac{840}{3600} = \frac{84}{360}$.

Алым жана бөлүм 3кө бөлүнүшөт. Ошондуктан, $\frac{84}{360} = \frac{42}{180} = \frac{21}{90}$.

$\frac{21}{90} = \frac{7}{30}$ 7 – жөнөкөй сан, ал эми 30ду 7ге бөлсө болбойт. Кыскартууну улантыш мүмкүн эмес: $\frac{7}{30}$ кыскарбас бөлчөк.

б) «Бөлчөктү бир эле жолу кыскартып, кыскарбаска алып келсе болобу?» – деген суроо пайда болушу мүмкүн. «Эгер ЭЧЖБны колдонсок, анда болот», – деп жооп беребиз. ЭЧЖБны (72; 96) табалы. Ал үчүн 72 жана 96ны жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыраталы:

$$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3; \quad 96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3.$$

Кесилиштин элементтеринин көбөйтүндүсү: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$ биз издеген сан. Бөлчөктүн алымын жана бөлүмүн 24кө бөлүп, кыскарбас бөлчөккө келе-

биз: $\frac{72}{96} = \frac{3}{4}$.

Кадимки бөлчөктүн алымынын жана бөлүмүнүн жалпы көбөйткүчү жок, – алар өз ара жөнөкөй сандардан болсо, алардын ЭЧЖБсы 1 болсо – анда ал кыскарбас болот.

282. Бөлчөктү кыскарткыла:

а) $\frac{27}{21}$; б) $\frac{2800}{4200}$; в) $-\frac{102}{324}$; г) $\frac{140}{245}$.



283. Бөлчөктү кыскарткыла:

а) $\frac{12}{15}$; б) $\frac{51}{34}$; в) $-\frac{12}{32}$; г) $\frac{135}{225}$.



284. Бул параграфта каралган маселелерге окшоштуруп, эки маселе түзгүлө.



$$t = S : v$$

$$2x + 3y$$

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

$$A = Pt$$



1. хтин кайсы маанисинде барабардык туура болот? :

a) $\frac{x}{15} = \frac{2}{3}$; b) $\frac{51}{17} = \frac{39}{x}$; c) $-\frac{12}{32} = \frac{18}{x}$; d) $16 = \frac{x}{25}$?

2. Бөлчөктөр барабарбы?

a) $\frac{57}{822}$ жана $\frac{19}{274}$; c) $\frac{23}{84}$ жана $\frac{32}{106}$;
b) $\frac{93}{47}$ жана $\frac{2426602}{1226347}$; d) 0,9957 жана $\frac{773}{751}$?

3. Сандын жөнөкөй көбөйтүүчүлөрүнүн көптүгү болгон P көптүгүн тапкыла:
a) 21; b) 45; c) 80; d) 117.

4. Сандардын ЭКЖБсын жана ЭЧЖБсын тапкыла:

a) 26 жана 44; b) 50 жана 75; c) 16 жана 25; d) 36; 16 жана 54.

5. Барабардык туурабы?

a) ЭКЖБ (14; 49) = ЭЧЖБ (98; 147);
b) ЭКЖБ (4; 16) = ЭЧЖБ (48; 32).

6. Лариса менен Диля x бананды $y : z$ катышында бөлүп алышты. Алардын ар бири канчадан банан алышкан, эгерде

a) $x = 28$; $y = 45$; $z = 81$; b) $x = 24$; $y = 105$; $z = 75$?

7. Сейил, Алла жана Тамара 40 жаңгакты $112 : 196 : 252$ катышында бөлүп алышты. Алардын ар бири канчадан жаңгак алышкан?

8. Эгерде эки натуралдык сандын эч бири экинчисине бөлүнбөсө, анда алардын ЭЧЖБ сөзсүз 1 болот деп негиздейт Эрмек. Аныкы туурабы?

9. Эсептеп чыккыла:

a) ЭЧЖБ (16; 17); b) ЭЧЖБ (14; 15; 16; 17; 18)

10. Төмөнкү айтылгандар туурабы?

А. Эгерде эки натуралдык сандын бири жөнөкөй болсо, анда алардын ЭЧЖБсы 1ге барабар болот.

В. Эгерде эки удаалаш натуралдык сандын бири жөнөкөй болсо, анда алардын ЭЧЖБсы 1ге барабар болот.

Туура жоопту тапкыла:

a) А туура. c) Экөө тең туура.
b) В туура. d) Экөө тең туура эмес.

11. Бөлчөктү кыскарткыла:

a) $\frac{22}{165}$; b) $\frac{52}{84}$; c) $-\frac{27}{369}$; d) $\frac{56000}{105000}$.

§ 11. Кадимки бөлчөктөрдүн үстүнөн амалдар

Мурдагы параграфтарда биз эң кичине жалпы көбөйтүүчү – ЭКЖК жана эң чоң жалпы бөлүнүүчүнү – ЭЧЖБ колдонууну үйрөндүк. Алар көпчүлүк учурда кадимки бөлчөктөр менен амалдарды аткарууда дагы колдонула тургандыгын белгилеп кетебиз. Бул параграфта кадимки бөлчөктөр менен арифметикалык амалдарды аткаруудагы эрежелер жөнүндө сөз кылабыз.

11.1. Дурус жана буруш бөлчөктөр

Күнүмдүк турмушта бөлчөктөр менен ар дайым кездешип турабыз. Торттун жарымы, сааттын үчтөн экиси, норманын жетиден алтысы ж. б. у. с. сөздөрдү ар дайым эле айтып жүрөбүз.

Кадимки бөлчөктү бүтүн сандын жардамы менен, бөлчөк сызыгынын үстүнө – алымына, жана натуралдык сандын жардамы менен, бөлчөк сызыгынын астына – бөлүмүнө, жазуу менен туюнтушат.

Алымынын модулу бөлүмүнүн модулуна кичине болгон бөлчөктөр **дурус**, калгандары **буруш** бөлчөктөр деп аталат.

Маселе

Бөлчөктөрдүн кайсынысы дурус, кайсынысы буруш?

- a) $\frac{7}{8}$; b) $\frac{29}{18}$; c) $-\frac{17}{18}$; d) $-\frac{77}{16}$; e) $\frac{72}{72}$.

Чыгарылышы

a) $\frac{7}{8}$ – кадимки бөлчөгү дурус, анткени анын алымы болгон 7 саны бөлүмү болгон 8 санынан кичине.

b) $\frac{29}{18}$ – бөлчөгү буруш, анткени $29 > 18$;

c) Биз кадимки бөлчөктү дурус же буруш деп ажыратканда анын белгисине көңүл бурбайбыз. Ошондуктан $-\frac{17}{18}$ бөлчөгү дурус, анткени $17 < 18$;

d) $-\frac{77}{16}$ бөлчөгү буруш, анткени $77 > 16$;

e) $\frac{72}{72}$ бөлчөгү буруш, анткени $72 = 72$.

285. Бөлчөктөрдүн кайсынысы дурус, кайсынысы буруш?

- a) $\frac{3}{7}$; b) $-\frac{31}{72}$; c) $-\frac{112}{13}$; d) $-\frac{13}{23}$; e) $\frac{72}{24}$; f) $\frac{27}{27}$.



286. Бөлчөктөрдүн кайсынысы дурус, кайсынысы буруш?

- a) $\frac{11}{6}$; b) $-\frac{63}{70}$; c) $-\frac{1002}{933}$; d) $-\frac{31}{103}$; e) $\frac{34}{34}$; f) $-\frac{42}{42}$.

11.2. Кадимки бөлчөктөрдүн көбөйтүндүсү

Бүтүн сандарды көбөйтүүнү аткарууну билген ар адам кадимки бөлчөктөрдү көбөйтүүнү аткара алат. Төмөнкү эрежени колдонуу жетиштүү:

Кадимки бөлчөктөрдүн көбөйтүндүсү, алардын алымы менен алымынын, бөлүмү менен бөлүмүнүн көбөйтүндүлөрүнүн катышы болот.

Маселе

Көбөйтүүнү аткаргыла:

- a) $\frac{7}{8} \cdot \frac{3}{5}$; c) $-\frac{17}{18} \cdot \frac{9}{68}$; e) $\frac{11}{27} \cdot \frac{15}{88}$;
b) $\frac{5}{18} \cdot \frac{-7}{12}$; d) $\frac{77}{16} \cdot \frac{8}{25}$; f) $\frac{11}{25} \cdot 5$.

Чыгарылышы

$$a) \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{5} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 5} = \frac{21}{40};$$

$$b) \frac{5}{18} \cdot \frac{-7}{12} = \frac{5 \cdot (-7)}{18 \cdot 12} = \frac{-35}{216};$$

$$c) -\frac{17}{18} \cdot \frac{9}{68} = -\frac{17 \cdot 9}{18 \cdot 68} = (\text{Көбөйтүүгө шашпагыла, анткени бөлчөктүн алымы жана бөлүмү 9 жана 17ге бөлүнөрүн эске алуу керек}) = -\frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} = -\frac{1}{8};$$

$$d) \frac{77}{16} \cdot \frac{8}{25} = \frac{77 \cdot 8}{16 \cdot 25} = \frac{77 \cdot 1}{2 \cdot 25} = \frac{77}{50}.$$

Бөлчөктөрдү көбөйтүүдөн кыскартылбаган бөлчөк келип чыкты. Бул бөлчөктү бөлүмү 100 болгон бөлчөк түрүндө туюнтуп, ондук бөлчөктү алабыз. Ал эми кадимки бөлчөктөр менен аткарылуучу амалдарга караганда ондук бөлчөктөр менен амалдарды иштөө жеңил болот. Ошондуктан жоопту төмөндөгүдөй жазуу ылайык болот:

$$\frac{77}{16} \cdot \frac{8}{25} = \frac{77}{50} = \frac{77 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{154}{100} = 1,54.$$

$$e) \frac{11}{27} \cdot \frac{15}{88} = \frac{11 \cdot 15}{27 \cdot 88} = \frac{1 \cdot 15}{27 \cdot 8} = \frac{1 \cdot 5}{9 \cdot 8} = \frac{5}{72}.$$

г) $\frac{11}{25} \cdot 5$, көбөйтүндүсүн алуу үчүн бүтүн санды бөлүмү 1 болгон бөлчөк түрүндө туюнтууга боло турганын эске алуубуз керек.

$$\text{Анда: } \frac{11}{25} \cdot 5 = \frac{11}{25} \cdot \frac{5}{1} = \frac{11 \cdot 5}{25 \cdot 1} = \frac{11 \cdot 1}{5 \cdot 1} = \frac{11}{5}.$$

287. Көбөйтүүнү аткаргыла

$$a) \frac{17}{28} \cdot \frac{3}{5}; \quad c) -\frac{7}{38} \cdot \frac{19}{28}; \quad e) \frac{16}{25} \cdot \frac{15}{8};$$

$$b) -\frac{3}{8} \cdot \frac{11}{12}; \quad d) \frac{27}{36} \cdot \frac{18}{21}; \quad f) 7 \cdot \frac{17}{21}.$$



288. Көбөйтүүнү аткаргыла:

$$a) \frac{2}{13} \cdot \frac{9}{14}; \quad c) -\frac{19}{18} \cdot \frac{6}{57}; \quad e) \frac{16}{35} \cdot \frac{15}{88};$$

$$b) \frac{5}{8} \cdot \frac{-2}{25}; \quad d) \frac{72}{80} \cdot \frac{7}{54}; \quad f) \frac{4}{27} \cdot 54.$$

11.3. Кадимки бөлчөктөрдү бөлүү

Кадимки бөлчөктөрдү көбөйтүүнү үйрөнгөндөн кийин аларды бөлүүнү аткаруу кыйын деле болбойт.

Кадимки бөлчөктөрдү бөлүү үчүн, бөлүүчүнүн алымы менен бөлүмүн орун алмаштырып, анан бөлүнүүчүнү пайда болгон бөлчөккө көбөйтүп коюу керек.

Маселе

Бөлүүнү аткаргыла:

$$a) \frac{7}{8} : \frac{3}{5}; \quad b) \frac{5}{18} : \frac{-7}{12}; \quad c) -\frac{17}{28} : \frac{9}{56}; \quad d) \frac{15}{22} : 5.$$

Чыгарылышы

$$a) \frac{7}{8} : \frac{3}{5} = \frac{7 \cdot 5}{8 \cdot 3} = \frac{35}{24};$$

$$b) \frac{5}{18} : \frac{-7}{12} = \frac{5 \cdot 12}{18 \cdot (-7)} = -\frac{5 \cdot 2}{3 \cdot 7} = -\frac{10}{21}.$$

Мында, оң санды терс санга бөлүүдө терс сан чыгары жана 12 менен 18 алтыга бөлүнөрү эске алынды.

$$c) -\frac{17}{28} : \frac{9}{56} = -\frac{17 \cdot 56}{28 \cdot 9} = -\frac{17 \cdot 2}{1 \cdot 9} = -\frac{34}{9}.$$

$$d) \frac{15}{22} \text{ ти } 5 \text{ ке бөлүү үчүн } 5 \text{ ти } \frac{5}{1} \text{ түрүндө туюнтабыз.}$$

$$\text{Анда } \frac{15}{22} : 5 = \frac{15}{22} : \frac{5}{1} = \frac{15 \cdot 1}{22 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 1}{22 \cdot 1} = \frac{3}{22}.$$

289. Бөлүүнү аткаргыла:

$$a) \frac{7}{13} : \frac{3}{5}; b) \frac{-3}{8} : \frac{11}{12}; c) -\frac{7}{38} : \frac{3}{28}; d) 7 : \frac{15}{22}.$$

 **290.** Бөлүүнү аткаргыла:

$$a) \frac{2}{3} : \frac{9}{14}; b) \frac{5}{8} : \frac{-20}{21}; c) -\frac{19}{18} : \frac{76}{72}; d) \frac{4}{9} : 14.$$

11.4. Бөлүмдөрү бирдей бөлчөктөрдү салыштыруу

Маселе

Эгерде силерге торттун $\frac{3}{8}$ же $\frac{17}{44}$ бөлүгүн алгыла деген сунуш болсо, кайсынысын алар элеңер?

Чыгарылышы

Торттун чоң бөлүгүн алуу үчүн кайсы бөлчөк чоң экенин билүү керек. Мындай учурда бөлчөктөрдүн төмөнкү касиеттерин билүү керек болот.

|| Эгерде бөлчөктөр бирдей оң бөлүмдөргө ээ болсо, анда алардын кимисинин алымы чоң болсо, ошол бөлчөк чоң болот.

Демек, бизге бөлүмдөрдү теңдөө керек. Ал үчүн бөлчөктүн алымын, бөлүмүн бир санга көбөйтүүдөн ал өзгөрбөй турган эрежени пайдалануу керек. Мындай сан катары, биринчи бөлчөк үчүн экинчи бөлчөктүн, экинчи бөлчөк үчүн биринчи бөлчөктүн бөлүмүн алсак, биз туура жоопту алабыз:

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 44}{8 \cdot 44} = \frac{132}{352}, \quad \frac{17}{44} = \frac{17 \cdot 8}{44 \cdot 8} = \frac{136}{352}.$$

Мындан торттун $\frac{17}{44}$ бөлүгү чоң экендиги көрүнөт.

Бул учурда бирдей бөлүмдөрдү алуу үчүн бөлчөктөрдү чоң сандарга көбөйтүү татаал болушу мүмкүн. Бирок аны жеңилдетүү үчүн бөлүмдөрдүн эң кичине жалпы көбөйтүүчүсүн алуу ыңгайлуу болот. Анда бирдей бөлүмдөрдү ЭКЖК(8; 44) = 11 · 8 = 88, жана $88 : 8 = 11$; $88 : 44 = 2$ болгондуктан, биринчи бөлчөктүн алымын жана бөлүмүн 11ге, экинчини 2ге көбөйтүп

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 11}{8 \cdot 11} = \frac{33}{88} \cdot \frac{17}{44} = \frac{17 \cdot 2}{44 \cdot 2} = \frac{34}{88} \text{ алабыз.}$$

291. Бөлчөктүн кайсынысы чоң?

а) $\frac{17}{82}$ же $\frac{8}{41}$; б) $\frac{13}{84}$ же $\frac{10}{63}$.



292. Бөлчөктүн кайсынысы чоң?

а) $\frac{21}{32}$ же $\frac{27}{40}$; б) $\frac{35}{48}$ же $\frac{23}{30}$.

11.5. Алымдары бирдей бөлчөктөрдү салыштыруу

Маселе

Бөлчөктөрдүн кайсынысы чоң?

а) $\frac{17}{82}$ же $\frac{17}{81}$; б) $\frac{13}{87}$ же $\frac{39}{263}$;

с) $\frac{13}{84}$ же $-\frac{10}{63}$; д) $-\frac{7}{36}$ же $-\frac{5}{28}$.

Чыгарылышы

а) Торттун жарымы анын үчтөн бир бөлүгүнөн чоң экени баарына белгилүү. Бул фактыны төмөнкү жалпы эреже менен негиздей кетели.

Эгерде оң бөлчөктөрдүн алымдары барабар болушса, анда алардын кимисинин бөлүмү кичине болсо, ошол бөлчөк чоң болот.

Демек, $\frac{17}{82}$ бөлчөгү $\frac{17}{81}$ бөлчөгүнөн кичине.

б) $\frac{13}{87}$ менен $\frac{39}{263}$ бөлчөгүн салыштыруу үчүн аларды өзгөртүп, бирдей бөлүмгө келтирсе болот. Бирок бул учурда бөлчөктөрдүн алымдарын бирдей кылуу бир топ жеңил болот:

$$\frac{13}{87} = \frac{13 \cdot 3}{87 \cdot 3} = \frac{39}{261} \text{ жана } \frac{39}{263}.$$

Демек, $\frac{13}{87} > \frac{39}{263}$.

с) Каалагандай оң сан терс сандан чоң болот. Ошондуктан $\frac{13}{84}$ бөлчөгү $-\frac{10}{63}$ бөлчөгүнөн чоң.

д) Терс сандар үчүн аларга туура келген оң сандарга карата тескери барабарсыздык орун алат. Ошондуктан $\frac{7}{36}$ жана $\frac{5}{28}$ бөлчөктөрүн салыштыруу жетиштүү болот. Ал үчүн ЭЖК $(36; 28) = 28 \cdot 9 = 252$ экендигин колдонуп, бөлчөктөрдү жалпы бөлүмгө келтирели: $\frac{7 \cdot 7}{36 \cdot 9} = \frac{49}{252}$ жана $\frac{5 \cdot 9}{28 \cdot 9} = \frac{45}{252}$.

Мындан, $\frac{7}{36} > \frac{5}{28}$ болору келип чыгат. Анда тескерисинче, $-\frac{7}{36} < -\frac{5}{28}$.

293. Бөлчөктөрдүн кайсынысы кичине?

а) $\frac{7}{82}$ же $\frac{14}{163}$; б) $-\frac{10}{84}$ же $-\frac{10}{63}$; в) $-\frac{17}{30}$ же $-\frac{37}{65}$.

 **294.** Бөлчөктөрдүн кайсынысы чоң?

а) $\frac{17}{82}$ же $\frac{51}{241}$; б) $\frac{1}{84}$ же $-\frac{10}{16}$; в) $-\frac{27}{62}$ же $-\frac{41}{93}$.

11.6. Бөлүмдөрү бирдей бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү

Эми кадимки бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү жөнүндө сөз кылууга кезек келди.

Бирдей бөлүмдөрү бар кадимки бөлчөктөрдүн суммасы (айырмасы) болуп, алымында алымдардын суммасы (айырмасы) турган, ошол эле бөлүмдүү бөлчөк болот.

Маселе

Эсептегиле:

а) $\frac{7}{18} + \frac{3}{18}$; в) $-\frac{17}{28} - \frac{9}{28}$; е) $\frac{3}{34} - \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{17}$;
б) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$; д) $\frac{15}{22} - \frac{5}{22} + \frac{17}{22}$; ж) $\frac{7}{9} : 5 - \frac{4}{45}$.

Чыгарылышы

а) $\frac{7}{18} + \frac{3}{18} = \frac{7+3}{18} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$;
б) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5-3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$;
в) $-\frac{17}{28} - \frac{9}{28} = \frac{-17-9}{28} = \frac{-(17+9)}{28} = -\frac{26}{28} = -\frac{13}{14}$;

$$d) \frac{15}{22} - \frac{5}{22} + \frac{17}{22} = \frac{15-5+17}{22} = \frac{27}{22};$$

$$e) \frac{3}{34} - \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{17} \text{ туюнтманы эсептөө үчүн, биринчиден, көбөйтүүнү эсептей-}$$

$$\text{ли: } \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{17} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 17} = \frac{5}{34};$$

$$\text{Эми айырманы табалы: } \frac{3}{34} - \frac{5}{34} = \frac{3-5}{34} = -\frac{2}{34} = -\frac{1}{17}.$$

$$f) \frac{7}{9} : 5 - \frac{4}{45} = \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{5} - \frac{4}{45} = \frac{7}{45} - \frac{4}{45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15}.$$

295. Эсептегиле:

$$a) \frac{7}{8} + \frac{1}{8}; \quad c) \frac{17}{23} - \frac{19}{23}; \quad e) \frac{13}{24} \cdot \frac{-2}{13} + \frac{5}{12};$$

$$b) \frac{15}{28} - \frac{3}{28}; \quad d) \frac{5}{21} - \frac{8}{21} - \frac{17}{21}; \quad f) \frac{7}{9} : \frac{2}{3} - \frac{5}{6}.$$



296. Эсептегиле:

$$a) \frac{7}{15} - \frac{13}{15}; \quad c) -\frac{1}{38} - \frac{29}{38}; \quad e) \frac{3}{13} + \frac{57}{26} \cdot \frac{4}{19};$$

$$b) \frac{5}{7} + \frac{9}{7}; \quad d) \frac{13}{27} + \frac{15}{27} - \frac{7}{27} - \frac{17}{27}; \quad f) \frac{7}{19} \cdot 5 - \frac{4}{5} : \frac{76}{85}.$$

11.7. Кадимки бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү

Биз бөлчөктү бирдей бөлүмгө келтирүүнү жана бирдей бөлүмдөгү кадимки бөлчөктөрдү кошууну, кемитүүнү үйрөндүк. Андыктан каалагандай кадимки бөлчөктөрдү кошуу, кемитүү амалдарын аткарууга жол ачылды десек болот.

Кадимки бөлчөктөрдү кошуу (кемитүү) үчүн:

I. аларды жалпы бөлүмгө келтирүү керек;

II. бирдей бөлүмдөгү кадимки бөлчөктөрдү кошуу (кемитүү) амалын аткаруу керек.

Маселе

Эсептегиле:

$$a) \frac{7}{18} + \frac{5}{6}; \quad c) -\frac{7}{8} - \frac{9}{28}; \quad e) \frac{7}{33} - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{18};$$

$$b) \frac{5}{8} - \frac{1}{6}; \quad d) \frac{15}{21} - \frac{5}{14} + \frac{17}{35}; \quad f) \frac{7}{9} : \frac{2}{3} - \frac{4}{15} \cdot 5.$$

Чыгарылышы

$$a) \frac{7}{18} + \frac{5}{6} = \frac{7}{18} + \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{7+15}{18} = \frac{22}{18} = \frac{11}{9};$$

$$b) \frac{5}{8} - \frac{1}{6} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{15-4}{24} = \frac{11}{24};$$

$$c) -\frac{7}{8} - \frac{9}{28} = -\frac{7 \cdot 7}{8 \cdot 7} - \frac{9 \cdot 2}{28 \cdot 2} = -\frac{49 + 18}{56} = -\frac{67}{56};$$

$$d) \frac{15}{21} - \frac{5}{14} + \frac{17}{35} = \frac{15 \cdot 10}{21 \cdot 10} - \frac{5 \cdot 15}{14 \cdot 15} + \frac{17 \cdot 6}{35 \cdot 6} = \frac{150 - 75 + 102}{210} = \frac{177}{210} = \frac{59}{70};$$

$$e) \frac{7}{33} - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{18} = \frac{7}{33} - \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 18} = \frac{7}{33} - \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 6} = \frac{7}{33} - \frac{5}{24} =$$

$$= \frac{7 \cdot 8}{33 \cdot 8} - \frac{5 \cdot 11}{24 \cdot 11} = \frac{56 - 55}{264} = \frac{1}{264};$$

$$f) \frac{7}{9} : \frac{2}{3} - \frac{4}{15} \cdot 5 = \frac{7 \cdot 3}{9 \cdot 2} - \frac{4 \cdot 5}{15 \cdot 1} = \frac{7 \cdot 1}{3 \cdot 2} - \frac{4 \cdot 1}{3 \cdot 1} = \frac{7}{6} - \frac{4}{3} = \frac{7 - 2 \cdot 4}{6} = -\frac{1}{6};$$

297. Эсептегиле:

$$a) \frac{7}{18} + \frac{1}{9};$$

$$c) \frac{1}{21} - \frac{9}{14};$$

$$e) \frac{13}{24} : \frac{26}{33} + \frac{5}{12};$$

$$b) \frac{1}{2} - \frac{3}{8};$$

$$d) \frac{5}{42} - \frac{8}{21} + \frac{1}{14};$$

$$f) \frac{7}{15} - \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6};$$



298. Эсептегиле:

$$a) \frac{7}{15} - \frac{3}{5};$$

$$c) -\frac{1}{32} - \frac{29}{40};$$

$$e) \frac{9}{13} - \frac{5}{26} \cdot \frac{4}{9};$$

$$b) \frac{5}{7} + \frac{9}{77};$$

$$d) \frac{5}{42} - \frac{8}{24} + \frac{1}{8};$$

$$f) \frac{7}{9} : 5 + \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{8};$$

11.8. Аралаш бөлчөктөр

Биз 20 сомго таттуу нан сатып алалы дедик. Эгерде бир таттуу нан 4 сом турса, анда биз $\frac{20}{4} = 5$ нанды, эгерде ал 5 сом болсо $\frac{20}{5} = 4$ тү сатып алабыз. Эгерде ал 6 сом турса, биз 3 нан сатып алып, 2 сом кайрып алабыз. Бул жагдайды: $\frac{20}{6} = 3 + \frac{2}{6}$ түрүндө жазууга болот.

Бирок $3 + \frac{2}{6}$ ордуна $3\frac{2}{6}$ деп жазышат жана аны **аралаш сан** (аралаш бөлчөк) деп аташат. Бул учурда 3 саны аралаш сандын бүтүн бөлүгү, $\frac{2}{6}$ анын бөлчөк бөлүгү болот. Аралаш сандын бөлчөк бөлүгү дурус бөлчөк болууга тийиш.

Мисалы, таттуу нандын баасы 7 сом болсо, андан 2 нан алып, дагы 6 сом кайрып алабыз: $\frac{20}{7} = 2\frac{6}{7}$.

Аралаш сандар менен амалдарды аткарууда аны бир туюнтма катары кабылдайбыз. Мисалы, $5 - 2\frac{3}{17}$ туюнтмасы $5 - (2 + \frac{3}{17})$; туюнтмасы $15 \cdot (1\frac{3}{11})$; $15 \cdot (1 + \frac{3}{11})$ болот.

Модулу боюнча алымы бөлүмүнөн чоң каалагандай бөлчөктү аралаш бөлчөк түрүндө, ошондой эле тескерисинче, каалагандай аралаш бөлчөктү буруш бөлчөк түрүндө өзгөртүп жазууга болот.

Маселе

1) Аралаш бөлчөк түрүндө жазгыла:

a) $\frac{25}{18}$; b) $-\frac{2100}{600}$;

2) Буруш бөлчөк түрүндө жазгыла:

c) $2\frac{7}{8}$; d) $-5\frac{5}{14}$.

Чыгарылышы

a) 25ти 18ге бөлүп, 1 бүтүнүн жана 7 калдыгын алабыз, анда $\frac{25}{18} = 1\frac{7}{18}$.

b) Бул учурда терс белгиге көңүл бөлбөсөк деле болот, аны натыйжанын алдына калтырып коёбуз.

Туюнтманы кыскарта кетели: $-\frac{2100}{600} = -\frac{21}{6} = -\frac{7}{2}$.

Анда, $-\frac{2100}{600} = -3\frac{1}{2}$.

c) Жогоруда белгиленгендей, аралаш бөлчөк бүтүн менен бөлчөк бөлүгүнүн суммасынан турат.

Ошондуктан: $2\frac{7}{8} = 2 + \frac{7}{8} = \frac{2}{1} + \frac{7}{8} = \frac{2 \cdot 8}{1 \cdot 8} + \frac{7}{8} = \frac{16+7}{8} = \frac{23}{8}$.

d) $-5\frac{5}{14}$ аралаш бөлчөгү $-(5 + \frac{5}{14})$ болот.

Анда $5 + \frac{5}{14} = \frac{5}{1} + \frac{5}{14} = \frac{5 \cdot 14}{1 \cdot 14} + \frac{5}{14} = \frac{70+5}{14} = \frac{75}{14}$, болгондуктан,
 $-5\frac{5}{14} = -\frac{75}{14}$ болот.

299. Аралаш бөлчөк түрүндө жазгыла:

a) $\frac{25}{8}$; b) $-\frac{6200}{800}$.

300. Буруш бөлчөк түрүндө жазгыла:

a) $4\frac{3}{7}$; b) $-11\frac{2}{11}$.



301. Аралаш бөлчөк түрүндө жазгыла:

a) $\frac{35}{17}$; b) $-\frac{42100}{700}$.



302. Буруш бөлчөк түрүндө жазгыла:

a) $10\frac{7}{81}$; b) $-2\frac{15}{42}$.

11.9. Аралаш бөлчөктөрдүн үстүнөн арифметикалык амалдар

Биз кадимки бөлчөктөрдүн үстүнөн бардык арифметикалык амалдарды – кошуу, кемитүү, көбөйтүү жана бөлүү амалдарын аткарууну, ошондой эле аралаш бөлчөктү кадимки бөлчөккө айлантууну жана тескери айлантууну үйрөндүк. Демек, биз аралаш бөлчөктүн үстүнөн бардык арифметикалык амалдарды аткара алабыз. Бирок көп учурларда аралаш бөлчөктөр менен иш алып барууда, аны буруш бөлчөккө которбостон, анын өзү менен эле амалдарды аткаруу ыңгайлуу болот.

Маселе

Эсептегиле:

- а) $3\frac{7}{18} + 2\frac{1}{6}$; в) $544\frac{7}{12} - 542\frac{9}{28}$; е) $6 \cdot 7\frac{7}{33}$;
б) $187\frac{5}{8} + 3\frac{5}{6}$; д) $5 - 3\frac{5}{14}$; ж) $15\frac{7}{9} : 3$.

Чыгарылышы

а) Аралаш бөлчөк менен иш алып барууда $3\frac{7}{18}$ туюнтмасы $3 + \frac{7}{18}$ болорун эске алабыз. Анда $3\frac{7}{18} + 2\frac{1}{6} = 3 + \frac{7}{18} + (2 + \frac{1}{6})$.

Ал эми кадимки бөлчөктөр менен амалдар аткарууда бүтүн жана натуралдык сандар үчүн орун алган касиеттердин баары аткарыларын белгилейбиз, алар: кошулуучулардын ордун алмашуусунан сумма өзгөрбөйт; амалдардын ичинен кашаадагылар биринчи аткарылат ж. б. у. с.

Ошондуктан,

$$3\frac{7}{18} + 2\frac{1}{6} = 3 + \frac{7}{18} + (2 + \frac{1}{6}) = 3 + 2 + \frac{7}{18} + \frac{1}{6} = 5 + \frac{7+3}{18} = 5 + \frac{10}{18} = 5 + \frac{5}{9} = 5\frac{5}{9}.$$

$$б) 187\frac{5}{8} + 3\frac{5}{6} = 187 + \frac{5}{8} + 3 + \frac{5}{6} = 190 + \frac{5}{8} + \frac{5}{6}$$

Мында ЭКЖК (8; 6) = 24,

$$190 + \frac{5}{8} + \frac{5}{6} = 190 + \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} + \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = 190 + \frac{15+20}{24} = 190 + \frac{35}{24} = 190 + 1\frac{11}{24} = 191\frac{11}{24};$$

$$в) 544\frac{7}{12} - 542\frac{9}{28} = 544 + \frac{7}{12} - (542 + \frac{9}{28}) = 2 + \frac{7}{12} - \frac{9}{28}$$

ЭКЖК (12; 28) = 12 · 7 = 84, ошондуктан

$$2 + \frac{7}{12} - \frac{9}{28} = 2 + \frac{7 \cdot 7}{12 \cdot 7} - \frac{9 \cdot 3}{28 \cdot 3} = 2 + \frac{49-27}{84} = 2 + \frac{22}{84} = 2 + \frac{11}{42};$$

$$д) 5 - 3\frac{5}{14} = 2 - \frac{5}{14} = 1 + 1 - \frac{5}{14} = 1 + \frac{14-5}{14} = 1\frac{9}{14};$$

$$е) 6 \cdot 7\frac{7}{33} = 6(7 + \frac{7}{33}) = 42 + 6 \cdot \frac{7}{33} = 42 + \frac{6 \cdot 7}{33} = 42 + \frac{2 \cdot 7}{11} = 42 + \frac{14}{11} = 42 + 1\frac{3}{11} = 43\frac{3}{11};$$

$$\text{г) } 15\frac{7}{9} : 3 = \left(15 + \frac{7}{9}\right) : 3 = 15 : 3 + \frac{7}{9} : 3 = 5 + \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{3} = 5 + \frac{7}{27} = 5\frac{7}{27}.$$



303. Буруш бөлчөккө өтүү менен төмөнкү берилген туюнтмалардын маанисин эсептегиле. Мисалы,

$$5\frac{7}{28} + 21\frac{1}{7} = \frac{147}{28} + \frac{148}{7} = \frac{147 + 4 \cdot 148}{28} = \frac{739}{28} = 26\frac{11}{28}.$$

Эсептөөнүн татаалдыгын салыштыргыла.

304. Эсептегиле:

а) $3\frac{7}{8} + 27\frac{1}{64}$;

с) $43\frac{5}{12} - 21\frac{3}{20}$;

е) $6 \cdot 15\frac{17}{32}$;

б) $17\frac{3}{10} + 33\frac{5}{6}$;

д) $51 - 38\frac{15}{17}$;

г) $54\frac{6}{19} : 18$.



305. Эсептегиле:

а) $13\frac{7}{12} + 42\frac{1}{6}$;

с) $473\frac{5}{12} - 362\frac{4}{21}$;

е) $11 \cdot 4\frac{17}{31}$;

б) $872\frac{5}{8} + 15\frac{25}{36}$;

д) $55 - 23\frac{51}{64}$;

г) $52\frac{2}{3} : 13$.

11.10. Бөлчөктөр менен болгон эсептөөлөрдү бышыктоо

Маселе

Эсептегиле:

$$\frac{5}{8} + \frac{3}{2} \left(4\frac{1}{4} : 17\right) + 3,75 : \frac{5}{6}.$$

Чыгарылышы

Мындай туюнтманы эсептөө учурунда амалдарды аткаруу тартибин так билүү керек, алар: биринчи кашаанын ичиндеги амалдар аткарылат; көбөйтүү–бөлүү кошуу–кемитүүдөн мурун аткарылат.

1) $4\frac{1}{4} : 17 = \frac{17}{4} \cdot \frac{1}{17} = \frac{1}{4}$;

2) $\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$;

3) $3,75 : \frac{5}{6} = \frac{375}{100} \cdot \frac{6}{5} = \frac{15}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{1} = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{1} = \frac{9}{2}$;

4) $\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = \frac{8}{8} = 1$;

5) $1 + \frac{9}{2} = \frac{2+9}{2} = \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2} = 5,5$.

306. Эсептегиле:

$$a) \left(\frac{14}{15} + 2\frac{1}{2} + 0,3 \right) \frac{8}{7} \cdot \frac{3}{4} + 0,5; \quad b) \left(0,5 + \frac{1}{8} - \frac{1}{6} \right) \left(6,4 : 26\frac{2}{3} \right) + 0,125.$$



307. Эсептегиле:

$$a) 4 \left(3\frac{2}{5} - 1\frac{7}{10} \right) + 12,5 : ;$$

$$b) \left(2\frac{3}{4} - 1,5 \right) + \left(2,5 - 1\frac{7}{8} \right) : \frac{1}{8} - 0,25.$$

11.11. Топтоп чыгаруу

Маселе

Эсептегиле:

$$\frac{\left(\frac{29}{35} - \frac{3}{7} \right) \cdot 7}{\left(5\frac{5}{8} - 2\frac{11}{18} \right) \cdot 1\frac{5}{31}}.$$



Чыгарылышы

Бул туюнтманы биз $\frac{A}{B}$ түрүндө карайбыз, мында $A: \left(\frac{29}{35} - \frac{3}{7} \right) \cdot 7$ болот, ал эми B болсо: $\left(5\frac{5}{8} - 2\frac{11}{18} \right) \cdot 1\frac{5}{31}$.

Анын маанисин табалы:

$$1) \frac{29}{35} - \frac{3}{7} = \frac{29}{35} - \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{29 - 15}{35} = \frac{14}{35};$$

$$2) \frac{14}{35} \cdot 7 = \frac{14}{35} \cdot \frac{7}{1} = \frac{14}{5} \cdot \frac{1}{1} = \frac{14}{5}.$$

Эми B ны табалы:

$$3) 5\frac{5}{8} - 2\frac{11}{18} = 3 + \frac{5}{8} - \frac{11}{18} = 3 + \frac{5 \cdot 9}{8 \cdot 9} - \frac{11 \cdot 4}{18 \cdot 4} = 3 + \frac{45 - 44}{72} = 3\frac{1}{72}.$$

$$4) 3\frac{1}{72} \cdot 1\frac{5}{31} = \frac{217}{72} \cdot \frac{36}{31} = \frac{7}{2} \cdot \frac{36}{1} = \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{7}{2}.$$

Аны B га бөлүп:

$$5) \frac{14}{5} : \frac{7}{2} = \frac{14}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{5} = 0,8.$$

308. Эсептегиле:

$$a) \frac{\left(4,3 - \frac{16}{25} : 1\frac{3}{5} \right) \cdot 0,25}{\frac{25}{16} : 2,5 + 0,375 \cdot \frac{1}{3}};$$

$$b) \frac{\left(1\frac{2}{27} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} \right) \cdot 0,6}{\left(2\frac{5}{18} - \frac{17}{36} \right) \cdot \frac{1}{65} + 0,25}.$$



309. Эсептегиле:

$$a) \frac{(10 - 1,1 : 0,23) \cdot 0,46 + 1\frac{4}{5}}{(2,75 - 1\frac{10}{17} : \frac{54}{51}) \cdot 0,8};$$

$$b) \frac{(\frac{6}{5} : 36 + 1,2 \cdot \frac{1}{4}) \cdot 9}{(2\frac{38}{45} - \frac{1}{15}) : 13\frac{8}{9}}.$$

11.12. Топтоп чыгарууну колдонуу

Маселе

Эгерде

$$\frac{2\frac{1}{6} - \frac{53}{6} \cdot 0,2}{14x} = \frac{(7\frac{1}{2} - 6\frac{3}{4}) \cdot \frac{2}{3}}{(\frac{15}{2} + 4\frac{3}{4}) : 0,5}$$
 берилсе, мында x эмнеге барабар?

Чыгарылышы

Бул туюнтманы $\frac{A}{14x} = \frac{B}{C}$ пропорция түрүндө жазуу ылайык. Мында A : $2\frac{1}{6} - \frac{53}{6} \cdot 0,2$, B болсо $(7\frac{1}{2} - 6\frac{3}{4}) \cdot \frac{2}{3}$, ал эми C $(\frac{15}{2} + 4\frac{3}{4}) : 0,5$ барабар.

Анын маанисин табалы:

$$1) \frac{53}{6} \cdot 0,2 = \frac{53}{6} \cdot \frac{2}{10} = \frac{53}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{53}{30};$$

$$2) 2\frac{1}{6} - \frac{53}{30} = \frac{13}{6} - \frac{53}{30} = \frac{13 \cdot 5}{6 \cdot 5} - \frac{53}{30} = \frac{65 - 53}{30} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5};$$

Эми B нын маанисин табалы:

$$3) 7\frac{1}{2} - 6\frac{3}{4} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} - \frac{3}{4} = \frac{4 + 2 - 3}{4} = \frac{3}{4};$$

$$4) \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{2}.$$

Үчүнчү C нын маанисин табалы:

$$5) \frac{15}{2} + 4\frac{3}{4} = \frac{15}{2} \cdot \frac{2}{2} + \frac{19}{4} = \frac{30 + 19}{4} = \frac{49}{4};$$

$$6) \frac{49}{4} : 0,5 = \frac{49}{4} : \frac{5}{10} = \frac{49 \cdot 2}{4 \cdot 1} = \frac{49}{2}.$$

Демек, $\frac{\frac{2}{5}}{14x} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{49}{2}}$ пропорциясына келебиз.

Пропорциянын негизги касиетинин негизинде $\frac{2}{5} \cdot \frac{49}{2} = \frac{1}{2} \cdot 14x$ болот.

Мындан, $\frac{49}{5} = 7x$.

Демек, $x = \frac{49}{5} : 7 = \frac{49}{5} \cdot \frac{1}{7} = \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{1} = 1,4$.

310. хтин маанисин тапкыла:

$$\frac{7\frac{2}{3} + \frac{39}{2} \cdot 0,2}{\frac{3}{5} : 0,1 + 4,2} = \frac{2x}{\frac{7}{2} + 30,5}$$



311. хтин маанисин тапкыла:

$$\frac{17,7 - 2,6 : 1\frac{1}{3}}{4x} = \frac{5 - \frac{1}{5} \cdot 2,5}{\left(\frac{23}{5} + \frac{7}{3}\right) : 1\frac{11}{15}}$$



312. Бул параграфта көрсөтүлгөн маселелерге окшоштуруп, эки маселе түзгүлө.



1. Бөлчөктөрдүн кайсынысы дурус, кайсынысы буруш, кайсынысы аралаш?

a) $-2\frac{3}{17}$; b) $\frac{131}{-72}$; c) $\frac{12}{13}$; d) $-\frac{13}{13}$; e) $5\frac{21}{24}$; f) $-\frac{2}{27}$.

2. Бөлчөктөрдүн кайсынысы чоңураак?

a) $2\frac{17}{82}$ же $\frac{177}{82}$; b) $-\frac{13}{17}$ же $-\frac{13}{16}$;

c) $\frac{13}{48}$ же $\frac{17}{64}$; d) $-\frac{7}{36}$ же $-\frac{5}{27}$?

e) $-\frac{17}{482}$ же $-\frac{17}{481}$; f) $\frac{17}{87}$ же $\frac{34}{173}$;

g) $3\frac{13}{14}$ же $\frac{83}{21}$; h) $-5,2$ же $-\frac{37}{7}$.

3. Аралаш бөлчөк түрүндө жазгыла:

a) $-\frac{35}{11}$; b) $\frac{427000}{6000}$.

4. Буруш бөлчөк түрүндө жазгыла:

a) $2000\frac{7}{18}$ b) $-112\frac{5}{7}$

5. Эсептегиле:

a) $3 : \frac{17}{82}$; c) $2\frac{3}{8} \cdot 4$; e) $-\frac{7}{8} + 5$; g) $3\frac{13}{14} - 2\frac{5}{6}$;

b) $\frac{68}{91} \cdot \frac{13}{17}$; d) $-\frac{7}{36} : 3\frac{1}{9}$; f) $\frac{17}{87} + 2\frac{3}{29}$; h) $-\frac{3}{9} - 1\frac{3}{14}$.

6. Эсептегиле:

a) $\frac{2\frac{3}{4} : 1,1 + 3\frac{1}{3}}{2,5 - 0,4 \cdot 3\frac{1}{3}}$ b) $\frac{(2\frac{1}{6} + 4,5) \cdot 0,375}{1\frac{3}{4} - 1,5}$

c) $\frac{\frac{1}{6} + 0,1 + \frac{1}{15}}{\frac{1}{6} + 0,1 - \frac{1}{15}} : \frac{25}{63}$; d) $\frac{0,5 - \frac{1}{3} - 0,2 + \frac{1}{4}}{0,25 - \frac{1}{6}} : 1\frac{6}{7}$

7. x эмнеге барабар, эгерде:

a) $\frac{(0,6 + 0,425 - 0,005) : \frac{1}{10}}{30,5 + \frac{1}{6} + 3\frac{1}{3}} = \frac{x}{26 : 3\frac{5}{7}}$;

b) $\frac{(1,88 + 2\frac{3}{25}) \cdot \frac{3}{16}}{0,625 - \frac{13}{18} : 2\frac{8}{9}} = \frac{(0,56 + \frac{216}{15}) : \frac{1}{2}}{2x}$?

§ 12. Даража. Абсолюттук жана салыштырма каталык

12.1. Сандын даражасы

Берилген 512 санды, жөнөкөй көбөйткүчтөргө ажыратсак:

$$512 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \text{ болот.}$$

Бул туура барабардык, бирок бул сыктуу жазылмалар математика тексттеринде дээрлик кездешпейт. Себеби, минтип жазуу туура эмес: бул жерде тогуз «экинин» көбөйтүндүсү турганына ынаныш үчүн аракет кылыш керек болот. Ошондуктан математиктер даража түшүнүгүн колдонолу деп сүйлөшүп алышкан.

Бул келишимге жараша: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^9$. Мындай жазуунун тууралыгына эч нерсенин кереги жок болсо керек.

Бирдей n сандын көбөйтүндүсү ал сандын n чи даражасы деп аталат: $a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^n$.

Бул жерде a – негиз, n – даражанын көрсөткүчү.

Даража түшүнүгү айлана-чөйрөдөн түздөн-түз келип чыгуучу нерсе.

Даражаны колдонуп төмөнкүлөрдү жазууга болот:

жагы a болгон квадраттын аянты: $S = a \cdot a = a^2$;

жагы b болгон кубдун көлөмү: $V = b \cdot b \cdot b = b^3$.

Биологиядан кызыктуу факт: өтө жөнөкөй жаныбар инфузория парамеция (туфелька) болжолдогондо, ар бир 27 саатта экиге бөлүнөт. Инфузориялардын баары тирүү калганда, анда ар биринин ордунда 540 сааттан кийин 2^{20} «туфелька» болмок.

Маселе

1) Даражаны колдонуп жазгыла:

a) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$;

b) $0,23 \cdot 0,23 \cdot 0,23 \cdot 0,23 \cdot 0,23$;

c) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$;

d) $\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7}$.

2) Эсептегиле:

a) 14^2 ;

b) $(0,5)^3$;

c) $(7,3)^4$;

d) $\left(\frac{10}{17}\right)^2$;

e) $\left(5\frac{5}{9}\right)^3$.

Чыгарылышы

- 1) а) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^4$;
б) $0,23 \cdot 0,23 \cdot 0,23 \cdot 0,23 \cdot 0,23 = 0,23^5$;
в) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 7^4 \cdot 3^5$;
г) $\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} = \left(\frac{3}{7}\right)^6$.

- 2) а) $14^2 = 14 \cdot 14 = 196$;
б) $(0,5)^3 = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125$;
в) $(7,3)^4 = 7,3 \cdot 7,3 \cdot 7,3 \cdot 7,3 = 53,29 \cdot 53,29 = 2839,8241$;
г) $\left(\frac{10}{17}\right)^2 = \frac{10}{17} \cdot \frac{10}{17} = \frac{10 \cdot 10}{17 \cdot 17} = \frac{100}{289}$;
е) $\left(5\frac{5}{9}\right)^3 = \left(\frac{50}{9}\right)^3 = \frac{50 \cdot 50 \cdot 50}{9 \cdot 9 \cdot 9} = \frac{125000}{729} = 171\frac{341}{729}$.

313. 1) Даражаны колдонуп жазгыла:

- а) $41 \cdot 41 \cdot 41 \cdot 41 \cdot 41$;
б) $3,21 \cdot 3,21 \cdot 3,21 \cdot 3,21 \cdot 3,21 \cdot 3,21 \cdot 3,21$;
в) $9 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 3$;
г) $\frac{5}{11} \cdot \frac{5}{11} \cdot \frac{5}{11} \cdot \frac{5}{11} \cdot \frac{5}{11}$.

2) Эсептегиле:

- а) 11^3 ; б) $(2,1)^2$; в) $(0,3)^4$; г) $\left(\frac{3}{13}\right)^3$; е) $\left(6\frac{2}{3}\right)^4$.



314. 1) Даражаны колдонуп жазгыла:

- а) $114 \cdot 114 \cdot 114 \cdot 114 \cdot 114 \cdot 114$;
б) $0,003 \cdot 0,003 \cdot 0,003 \cdot 0,003$;
в) $7 \cdot 77 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 77 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 3$;
г) $1\frac{9}{71} \cdot 1\frac{9}{71} \cdot 1\frac{9}{71} \cdot 1\frac{9}{71}$.

2) Эсептегиле:

- а) 2^7 ; б) $(20,2)^3$; в) $(0,12)^2$; г) $\left(\frac{1}{3}\right)^5$; е) $\left(14\frac{2}{7}\right)^2$.

12.2. Даражалуу туюнтмаларды көбөйтүү

Даражанын аныктамасынын негизинде:

$$\begin{aligned}2^3 \cdot 2^4 &= (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^7; \\3^6 \cdot 3^2 &= (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3) = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^8; \\0,33^5 \cdot 0,33^3 &= (0,33 \cdot 0,33 \cdot 0,33 \cdot 0,33 \cdot 0,33) \cdot (0,33 \cdot 0,33 \cdot 0,33) = (0,33)^8.\end{aligned}$$

Бул барабардыктар даражанын касиетин билдирет:

Негиздери бирдей даражалуу туюнтмаларды көбөйтсөк, алардын көрсөткүчтөрү кошулат:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$



315. Барабардыктар дурус экендигине ынангыла. Даража көрсөткүчтөр жөнүндө эмне айта аласыңар?

- а) $2^3 \cdot 2^5 = 2^4 \cdot 2^4$; с) $7^3 \cdot 7^4 \cdot 7^4 = 7^2 \cdot 7^8 \cdot 7$;
 б) $6^7 \cdot 6^6 = 6^5 \cdot 6^8$; д) $3^7 \cdot 3^3 \cdot 3 = 3^{11} \cdot 3^6$.

Маселе

Теңдемелерди чыгаргыла:

1) $5^2 \cdot 5^x = 5^9$; 2) $2^{3x} \cdot 8 = 2^{2x} \cdot 32$.

Чыгарылышы

1) Айтылган касиетке жараша, $5^2 \cdot 5^x = 5^9$ ден, $5^{2+x} = 5^9$ чыгат. Демек, $2 + x = 9$, андан, $x = 7$.

Ошол эле мезгилде, теңдемени $5^2 \cdot 5^x = 5^9$ на 5^2 ка бөлүп: $5^x = \frac{5^9}{5^2}$ экендигин билебиз.

Жогорудан $x = 7$ экендигин билгенден кийин, $\frac{5^9}{5^2} = 5^7$. Ошентип, дагы бир даража касиетин алабыз:

Негиздери бирдей даражалуу туюнтмаларды бири-бирине бөлсөк, алардын көрсөткүчтөрү бири-биринен кемийт: $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$.

2) Касиетти текшериш үчүн $2^{3x} \cdot 8 = 2^{2x} \cdot 32$ теңдемени чыгаралы.

$8 = 2^3$; $32 = 2^5$ болгондуктан, $2^{3x} \cdot 2^3 = 2^{2x} \cdot 2^5$. Демек, $2^{3x+3} = 2^{2x+5}$ андан $3x + 3 = 2x + 5$. Мындан, $x = 2$.

Ошол эле мезгилде, $2^{3x} = 2^{2x} \cdot 4$, андан $2^{2x} \cdot \frac{2^{3x}}{2^{2x}} = 4$. Анда бөлүүнүн касиети, $\frac{2^{3x}}{2^{2x}} = 2^{3x-2x} = 2^x$. Ошондой эле ал $4 = 2^2$, андан $2^x = 2^2$ алабыз.

Ошентип, негиздери бирдей туюнтмаларды көбөйткөндө, алардын көрсөткүчтөрү кошуларына, бөлгөндө кемий турганына ынандык.

316. Теңдемелерди чыгаргыла:

- а) $3^3 \cdot 3^x = 3^5 \cdot 3^4$; б) $5^{5x} \cdot 5 = 5^{3x} \cdot 125$.



317. Теңдемелерди чыгаргыла:

- а) $4^x \cdot 4^5 = 4^{11} \cdot 4^4$; б) $6^{2x} \cdot 36 = 6^{4x}$.

12.3. Нөлдүк даража. Даражанын даражасы

Маселе

Барабардыктарга ынангыла:

- а) $42^0 = 1$; б) $(9^2)^3 = 9^6$; с) $2^3 \cdot 7^3 = 14^3$.

Чыгарылышы

а) Баарыбыз $\frac{42^{44}}{42^{44}} = 1$ болооруна макул болсок керек. Ошол эле мезгилде, жогоруда айтылгандан, $\frac{42^{44}}{42^{44}} = (42)^{44-44} = (42)^0$. Демек, $42^0 = 1$.

Ой жүгүртүү, 42 жана 44 сандарынын ордунда башка сандар турса, эч өзгөрбөсүнө ынаныш оңой.

Ошентип, дагы бир касиет орун алат:

|| Нөлдөн башка ар бир сандын нөл даражасы бирге барабар: $a^0 = 1$.

б) Даражанын аныктамасына жараша: $(9^2)^3 = 9^2 \cdot 9^2 \cdot 9^2$.

Андан: $9^2 \cdot 9^2 \cdot 9^2 = (9 \cdot 9) \cdot (9 \cdot 9) \cdot (9 \cdot 9)$.

Бул болсо өз кезегинде, $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^6$;

Кайра эле, 9, 2 жана 3 сандарынын ордунда башка сандар турса да ой жүгүртүүнүн өзгөрбөсүнө ынанып, төмөнкү касиетке келебиз:

|| Даражаны даражага көтөрүш үчүн даража көрсөткүчтөрүн көбөйтүү керек: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$.

Андан ары, $a^{n \cdot m} = a^{m \cdot n} = (a^m)^n$.

Ошондуктан, $(a^n)^m = (a^m)^n$.

с) $2^3 \cdot 7^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ көбөйтүндүсүн өзгөртүп жазсак:

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = (2 \cdot 7) \cdot (2 \cdot 7) \cdot (2 \cdot 7) = 14 \cdot 14 \cdot 14$.

Демек, $2^3 \cdot 7^3 = 14^3$.

Дагы бир жолу сандардын маанилеринен жыйынтык көз каранды эмес деп, дагы бир касиетти алабыз:

|| Даражасы бирдей даражалуу туюнтмалардын көбөйтүндүсү негиздердин көбөйтүндүсүнүн ошол даражасына барабар:

$(a^n) \cdot (b^n) = (a \cdot b)^n$.

318. Эсептегиле:

$$\frac{17^{15}}{51^{14}} \cdot 9^7 - 5^0.$$



319. Эсептегиле:

$$\frac{72^{11}}{9^{10} \cdot 2^{34}} + 53^0.$$

Жыйынтыкта даражалардын касиеттерин бир жерге топтойлу.

Даражанын касиеттери

Негиздери бирдей даражалуу туюнтмаларды көбөйтсөк, алардын көрсөткүчтөрү кошулат: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$.

Негиздери бирдей даражалуу туюнтмаларды бири-бирине бөлсөк алардын көрсөткүчтөрү бири-биринен кемийт: $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$.

Нөлдөн башка ар бир сандын нөл даражасы бирге барабар: $a^0 = 1$.

Даражаны даражага көтөрүш үчүн даража көрсөткүчтөрүн көбөйтүү керек: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$.

Даражасы бирдей даражалуу туюнтмалардын көбөйтүндүсү негиздердин көбөйтүндүсүнүн ошол даражасына барабар: $(a^n) \cdot (b^n) = (a \cdot b)^n$.

12.4. Абсолюттук жана салыштырма каталык

Алишердин 1000 сому, Тилектин 25 сому бар болчу. Кокустук болуп, экөө тең 5 сомдон жоготушуптур. Силердин оюңар боюнча алардын кимиси көбүрөөк зыян тартты?

Алар бирдей эле зыян тартты деп жооп берсе болот. Анткени экөө тең бирдей сан акча, 5 сомдон жоготушкан. Мындай жооп абсолюттук каталыкка негизделген деп айтылат.

Башка жыйынтык чыгышы да мүмкүн. Алишер акчасынын $\frac{5}{1000} = 0,005$ бөлүгүн жоготкон. Ал эми Тилек болсо акчасынын $\frac{5}{25} = 0,2$ бөлүгүн жоготуптур. Демек, Тилектин зыяны бир топ чоңураак. Эгер биз мындай жыйынтыкка келсек, салыштырма каталыкты эске алган болобуз. Көп учурда салыштырма каталык процент менен берилет. Математикалык тил менен айтканда, Алишер акчасынын 0,5%тин, Тилек акчасынын 20%тин жоготкон деп айтабыз.

Маселе

Бүтүн маанилерге чейин 123,4 жана 512,6 сандары тегеректелген. Тегеректөөнүн абсолюттук жана салыштырма каталыктарын тапкыла.

Тегеректөөнүн абсолюттук каталыгы – бул сандын так жана жакындатылган маанилеринин айырмасынын модулу.

Чыгарылышы

Бул учурда, $123,4 \approx 123$; $512,6 \approx 513$, болгондуктан, сандардын абсолюттук каталыктары бирдей: $|123,4 - 123| = 0,4$; $|512,6 - 513| = 0,4$.

Тегеректөөнүн салыштырма каталыгы – бул анын абсолюттук каталыгынын модулуна болгон катышы.

Бул учурда, салыштырма каталыктар:

$$\frac{0,4}{123,4} \approx 0,00324 = 0,324\% \text{ жана } \frac{0,4}{512,6} \approx 0,00078 = 0,078\%.$$

320. Ондуктарга чейин 5127,495 саны тегеректелген. Тегеректөөнүн абсолюттук жана салыштырма каталыктарын тапкыла.



321. Бүтүн мааниге чейин 143,578 саны тегеректелген. Тегеректөөнүн абсолюттук жана салыштырма каталыктарын тапкыла.



$$t = s : v$$
$$1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$$
$$2x + 3y$$
$$A = Pt$$
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

1. Даражаны колдонуп жазгыла:

- a) $17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17$;
b) $3,1 \cdot 3,1 \cdot 3,1 \cdot 3,1 \cdot 3,1$;
c) $9 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13 \cdot 9 \cdot 13$;
d) $5 \frac{5}{17} \cdot 5 \frac{5}{17} \cdot 5 \frac{5}{17}$.



2. Эсептегиле:

- a) 21^3 ; b) $(0,1)^4$; c) $(5,211)^2$; d) $\left(\frac{13}{23}\right)^2$; e) $\left(5\frac{5}{7}\right)^3$.

3. Эсептегиле:

$$\frac{80^7}{5^8 \cdot 2^{29}} + \frac{5^6 \cdot 3^6}{15^6}$$

4. Бүтүн мааниге чейин 84,507 саны тегеректелген. Тегеректөөнүн абсолюттук жана салыштырма каталыктарын тапкыла.

5. Эсептегиле:

$$\frac{27^3 \cdot 4^5}{6^8} - \frac{5^5 \cdot 2^4}{10^4} + \frac{2^6 \cdot 3^4}{6^4}$$

§13. Теңдеме түзүүгө карата маселелер

13.1. Теңдеменин тамырына ынануу



Бизди курчап турган чөйрөдөгү көптөгөн ар түрдүү жагдайда турмушка тиешелүү маселелерди, алгебралык теңдемелерди колдонуп чыгаруу мүмкүн боло турганы мурдагы материалдарда белгиленген. Бул параграфта кадимки бөлчөктөрдү камтыган теңдемелерди карайбыз.

Айрым түшүнүктөрдү эске сала кетели.

Тамгалар менен белгиленип, белгисизди камтыган барабардыкты **теңдеме** деп атайбыз.

Мисалы, $5,2x = 8,65 + \frac{7}{8}x$; $5x - \frac{3}{7}y + 5 = 3,5y - 4z$.

Теңдемени сандык барабардыкка айландыра турган белгисиздердин маанилери **теңдеменин тамырлары** деп аталат.

Мисалы, 2 саны $5,2x = 8,65 + \frac{7}{8}x$, теңдемесинин тамыры болот, анткени: $5,2 \cdot 2 = 8,65 + \frac{7}{8} \cdot 2$.

Теңдеменин тамырын табуу процесси **теңдемени чыгаруу** деп аталат. Теңдемени чыгаруу менен анын тамыры табылат же тамырынын жок экендиги аныкталат.

Маселе

$\frac{3}{7}$ саны берилген теңдеменин тамырыбы?

a) $28x = 12$;

b) $3x - 1 = \frac{1}{7}$;

c) $5x - 2 = \frac{2}{11} - \frac{1}{11}x$;

d) $15(y - 6) + 99 = 3(5 + 2y) - 4y$;

Чыгарылышы

a) Теңдемедеги x тин ордуна $\frac{3}{7}$ санын койсок, туура барабардыкты алабыз $28 \cdot \frac{3}{7} = 12$. Демек, $\frac{3}{7}$ саны $28x = 12$ теңдемесинин тамыры болот.

b) x ти $\frac{3}{7}$ саны менен алмаштырып, сол жагында:

$3 \cdot \frac{3}{7} - 1 = \frac{3}{1} \cdot \frac{3}{7} - \frac{7}{7} = \frac{9-7}{7} = \frac{2}{7}$ санын алабыз. Бирок бул сан теңдеменин оң жагындагы санга барабар эмес. Демек, $\frac{3}{7}$ саны $3x - 1 = \frac{1}{7}$ теңдемесинин тамыры эмес.

с) Теңдемеге x тин маанисин койсок, $5 \cdot \frac{3}{7} - 2 = \frac{2}{11} - \frac{1}{11} \cdot \frac{3}{7}$ болот.

Бул туура барабардык, анткени $5 \cdot \frac{3}{7} - 2 = \frac{5 \cdot 3 - 2 \cdot 7}{7} = \frac{1}{7}$ жана

$$\frac{2}{11} - \frac{1}{11} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 7 - 3}{11 \cdot 7} = \frac{11}{11 \cdot 7} = \frac{1}{7}.$$

Демек, $\frac{3}{7}$ саны $5x - 2 = \frac{2}{11} - \frac{1}{11}x$ теңдемесинин тамыры.

д) $\frac{3}{7}$ саны теңдеменин тамыры болбой тургандыгын текшерүү үчүн утин

маанисин теңдемеге коюп, анын оң жана сол жагын эсептеп чыгалы. Ал үчүн кашааларды ачып алсак, эсептөөгө ыңгайлуу болот:

$$15y - 90 + 99 = 15 + 6y - 4y.$$

$$\text{Эми окшошторун топтойбуз: } 15y + 9 = 15 + 2y, 13y = 6.$$

Бул жердеги уке анын маанисин койсок: $13 \cdot \frac{3}{7} = \frac{39}{7} = 5 \frac{4}{7}$ болот. Мындан, сол жагы оң жагынан кичине экени көрүнүп турат.

322. $\frac{11}{6}$ саны теңдеменин тамырыбы?

a) $18x = 33$;

c) $15x - 18 = 9,5$;

b) $\frac{12}{17}x + \frac{12}{17} = 3$;

d) $5(z + 6) + 3z = 2(5 - 2z) - 2$.

 **323.** $-\frac{2}{3}$ саны теңдеменин тамырыбы?

a) $27x = 18$;

c) $3x + 21 = 19$;

b) $\frac{9}{14}x - \frac{4}{7} = -1$;

d) $29 - 3(y + 6) = 3(5 - y) + 6y$.

13.2. Коэффициенттери бөлчөк теңдемелер

Маселе

Теңдемени чыгаргыла:

a) $\frac{5}{14}x = -20$;

b) $9x - \frac{4}{7} = 2$;

c) $\frac{3}{13}x + \frac{4}{17} = \frac{9}{26}x + 1\frac{4}{17}$;

d) $2 - 5(x + 17) = 20 - 8x$;

e) $\frac{1}{3} + \left(x + \frac{4}{7}\right) = 1\frac{5}{6} - \left(x + \frac{5}{14}\right)$;

f) $9x = 279\frac{4}{7}$.



Чыгарылышы

Бул теңдемелерди чыгаруу үчүн, белгисиздерди барабар белгисинин бир тарабына, сандарын экинчи тарабына которуу менен, аларды топтоштуруу керек. Аны аткарганда теңдеме стандарттуу түргө келет. Мындай теңдемени чыгаруу үчүн бош мүчөнү белгисиздин коэффициентине бөлүп коюу керек.

а) $\frac{5}{14}x = -20$ теңдемесинин эки жагын тең $\frac{5}{14}$ санына бөлөбүз:

$$x = -20 : \frac{5}{14} = -\frac{20 \cdot 14}{1 \cdot 5} = -\frac{4 \cdot 14}{1 \cdot 1} = -56$$

б) $-\frac{4}{7}$ санын $9x - \frac{4}{7} = 2$ теңдемесинин оң жагына көчүрөлү. Мында, $9x = 2 + \frac{4}{7}$ саны терс сан болгондуктан, ал барабардыктын оң жагына оң белги (плюс) менен өтөт.

Натыйжада $x = 2 + \frac{4}{7} : 9 = \left(2 + \frac{4}{7}\right) : 9 = \frac{18}{7} : \frac{9}{1} = \frac{18 \cdot 1}{7 \cdot 9} = \frac{2 \cdot 1}{7 \cdot 1} = \frac{2}{7}$ стандарттуу теңдемесине келебиз. Эки жагын тең 9га бөлүп теңдеменин тамырын табабыз;

с) Бул учурда деле $\frac{3}{13}x + \frac{4}{17} = \frac{9}{26}x + 1 + \frac{4}{17}$ теңдемесинин белгисиздерин барабардыктын сол жагына, сандарын оң жагына топтойлу:

$$\frac{3}{13}x - \frac{9}{26}x = 1 + \frac{4}{17} - \frac{4}{17}.$$

Сол жагын чыгарсак: $\frac{3}{13}x - \frac{9}{26}x = \frac{3 \cdot 2}{13 \cdot 2}x - \frac{9}{26}x = \frac{6-9}{26}x = -\frac{3}{26}x$ болот, ал эми оң жагы.

$$1 + \frac{4}{17} - \frac{4}{17} = \left(1 + \frac{4}{17}\right) - \frac{4}{17} = 1 \quad \text{Анда, } -\frac{3}{26}x = 1.$$

$$\text{Демек, } x = 1 : \left(-\frac{3}{26}\right) = -\frac{1}{1} \cdot \frac{26}{3} = -\frac{26}{3} = -8\frac{2}{3}$$

д) $2 - 5(x + 17) = 20 - 8x$ теңдемесин стандарт түрүнө келтирели: $2 - 5x - 85 = 20 - 8x$; $-5x - 83 = 20 - 8x$; $-5x + 8x = 20 + 83$; $3x = 103$. Бул теңдеменин эки жагын 3кө бөлүп: $x = \frac{103}{3} = 34\frac{1}{3}$ чыгарылышын алабыз.

е) $\frac{1}{3}\left(x + \frac{4}{7}\right) = 1 + \frac{5}{6} - \left(x + \frac{5}{14}\right)$ теңдемесиндеги кашааларды ачкандан кийин анын сол жагына белгисиздерди, оң жагына сандарды топтойлу:

$$\frac{1}{3}\left(x + \frac{4}{7}\right) = 1 + \frac{5}{6} - \left(x + \frac{5}{14}\right); \quad \frac{1}{3}x + \frac{4}{21} = \frac{11}{6} - x - \frac{5}{14};$$

$$\frac{1}{3}x + x = -\frac{4}{21} + \frac{11}{6} - \frac{5}{14}.$$

Сол жагын эсептесек: $\frac{1}{3}x + x = \left(\frac{1}{3} + 1\right)x = \frac{1+3}{3}x = \frac{4}{3}x$ болот.

Ал эми оң жагын эсептөөдө ЭКЖК(21; 6; 14) = 42 пайдаланабыз. Анда:

$$-\frac{4}{21} + \frac{11}{6} - \frac{5}{14} = -\frac{4 \cdot 2}{21 \cdot 2} + \frac{11 \cdot 7}{6 \cdot 7} - \frac{5 \cdot 3}{14 \cdot 3} = \frac{-8 + 77 - 15}{42} = \frac{54}{42} = \frac{9}{7}$$

Натыйжада $\frac{4}{3}x = \frac{9}{7}$ теңдемесине келдик, аны $\frac{4}{3}$ санына бөлүп, чыгарылышты табабыз: $x = \frac{9}{7} : \frac{4}{3} = \frac{9 \cdot 3}{7 \cdot 4} = \frac{27}{28}$.

г) Бул учурда аралаш бөлчөктү буруш бөлчөккө которуп алып чыгарсак болот: $9x = 279 \frac{4}{7}$; $9x = \frac{1957}{7}$.

$$\text{Анда } x = \frac{1957}{7} : \frac{9}{1} = \frac{1957 \cdot 1}{7 \cdot 9} = \frac{1957}{63}.$$

Эми бул буруш бөлчөктү кайра аралаш бөлчөккө которуп, теңдеменин тамырын $x = 31 \frac{4}{63}$ түрүндө жазалы.

Ошол эле учурда аралаш бөлчөктүн маанисин эске алуу менен бул тамырды жөнөкөй жол менен дагы табууга болот, ал:

$$9x = 279 \frac{4}{7}; x = \left(279 + \frac{4}{7}\right) : 9 = 279 : 9 + \frac{4}{7} : 9 = 31 + \frac{4}{7 \cdot 9} = 31 \frac{4}{63}.$$

324. Теңдемени чыгаргыла:

a) $\frac{51}{14}x = 102$;

b) $11x + 3\frac{4}{7} = 2$;

c) $\frac{3}{8}x + \frac{6}{7} = 5 - \frac{5}{6}x$;

d) $21(x - 5) = 2(10 - 7x)$;

e) $\frac{2}{1}\left(2x + \frac{1}{3}\right) = 2\frac{1}{6} - \left(\frac{x}{2} - \frac{5}{33}\right)$.

 **325.** Теңдемени чыгаргыла:

a) $\frac{15}{34}x = 210$;

b) $\frac{7}{9}x - \frac{4}{27} = \frac{1}{18}$;

c) $\frac{3}{4}x + \frac{4}{7} = x - 1\frac{3}{14}$;

d) $12 - 3(2x + 7) = 2 - 9x$;

e) $\frac{1}{3}x - \frac{13}{15} = 1\frac{1}{2}\left(x + \frac{2}{3}\right)$.

13.3. Коэффициенттери бөлчөк теңдемелерди түзүү

Теңдеме жөнүндө биз 5-класста сөз кылганбыз. Анын маанилүү экенин эске алып, андагы айтылгандарды кайталоо туура болот.

14.2 жана 337, 338-маселелердеги теңдемелерге окшош теңдемелерди чыгарганды билүү өтө маанилүү болуп эсептелет, анткени мындай теңдемелердин жардамы менен биздин турмуштагы кездешкен, көптөгөн маселелерди туюнтуп алууга болот. Ошого байланыштуу дагы бир маанилүү маселе келип чыгат: биздин турмушта кездешкен мындай маселелерди теңдеме (математика) тилине келтирип жазуу маселеси. Бул маселени чечүү үчүн жакшылап машыгуу зарыл. Биринчиден, аны окуп көрүп жана кантип аткарууну түшүнүү керек. Экинчиден, ал көнүгүүлөрдү өзүң чыгарышың керек. Үчүнчүдөн, андай маселелерди өзүң ойлоп табууга аракет кыл.

Маселе чыгаруу аны көңүл коюп окуудан башталат. Эмнелер берилгенин жана эмнени табуу керек экенин так аныктоо зарыл. Андан кийин белгисиз чоңдукту тамга менен белгилеп, теңдеме түзүп алуу керек. Алынган теңдемени чыгарган соң, табылган тамыр эмнени билдирерин даана баамдоо керек жана тамырдын туура табылганын, маселенин берилиш шартына ылайык сөзсүз текшерип алуу зарыл.

Маселе



Базарбай менен Рысбайдын 1532 кою бар. Эгерде Рысбайдын короосундагы койлор Базарбайдын койлорунан $\frac{2}{3}$ кем болсо, анда анын канча кою бар?

Чыгарылышы

Эгерде x менен Базарбайдын койлорунун санын белгилесек, анда $x - \frac{2x}{3}$ Рысбайдын койлорунун санын билдирет жана бул чоңдуктар $x + \left(x - \frac{2x}{3}\right) = 1532$ теңдемесине алып келет. Сол жактагы туюнтмаларды кошуп $\frac{4}{3}x = 1532$ жана анын эки жагын тең $\frac{4}{3}$ санына бөлүп, Базарбайдын койлорунун санын табабыз: $x = 1532 : \frac{4}{3} = \frac{1532}{1} \cdot \frac{3}{4} = \frac{383 \cdot 3}{1 \cdot 1} = 1149$.

326. Айна менен Сыртбай биригип 22 тонна картөшкө өстүрүшкөн, мында Сыртбайдын үлүшү Айнаныкынан $\frac{1}{6}$ аз болгон. Анда Айна канча картөшкө өстүргөн?



327. Александра менен Павел биригип биринчи чейректе 55 «беш» деген баа алышты. Эгерде Павелдин бештери Александраныкына караганда жетиден үчкө аз болсо, Александранын бештери канчоо болгон?

13.4. Корогон акчаны аныктоо

Маселе

Айнура 70 сомго картөшкө жана сабиз сатып келди. Эгерде сабиз үчүн картөшкөгө кеткен акчанын $\frac{4}{3}$ сарпталган болсо, ага канча акча корогон?

Чыгарылышы

x менен картөшкөгө кеткен акчанын санын белгилейли. Анда сабизге төлөнгөн акчанын саны $\frac{4}{3}x$ барабар болот. Натыйжада $x + \frac{4}{3}x = 70$ теңдемесин алабыз. Окшошторун топтоп $\frac{7}{3}x = 70$ жана картөшкөгө төлөнгөн акчанын санын табалы: $x = 70 : \frac{7}{3} = \frac{70 \cdot 3}{1 \cdot 7} = 30$. Анда сабизге төлөнгөн акча $\frac{4}{3}x = \frac{4}{3} \cdot 30 = \frac{4 \cdot 10}{1 \cdot 1} = 40$ сом болот.

328. Нарынбек 1520 сомго финансы калькуляторун жана калем сап сатып алды. Эгерде калькулятордун баасы калем саптын баасынын $\frac{31}{7}$ түзсө, анда калем саптын баасы канча?

 **329.** Мария аспирин менен анальгинди 2800 сомго сатты. Эгерде анальгин үчүн он бирден тогуз эсе көп сом алынган болсо, аспириинди канча сомго саткан?

13.5. Бааны аныктоо

Маселе

Элмира 3 кг капуста жана 2 кг сабиз сатып алды. Эгерде сабиздин баасы капустаныкына карата $\frac{6}{7}$ түзсө, ал эми андагы болгон 200 сомдон соода кылгандан кийин 101 сом калган болсо, анда ал сабизди канча сомго сатып алган?

Чыгарылышы

Капустанын баасын p тамгасы менен белгилейли. Анда сабиздин баасы $\frac{6p}{7}$ -ге барабар болот. Ал эми маселенин шартына ылайык $200 - \left(3p + \frac{12p}{7}\right) = 101$ теңдемесин алабыз. Теңдеменин белгисиздерин – барабардыктын сол жагына, сандарын оң жагына топтосок: $-\left(3p + \frac{12p}{7}\right) = 101 - 200$. Мындан $\frac{33p}{7} = 99$ болот. Эки жагын тең $\frac{3}{7}$ бөлүп, $p = 21$ капустанын баасын алабыз, анда сабиздин баасы $\frac{6p}{7} = \frac{6 \cdot 21}{7} = 18$ сом/кг болот.

Алынган жоопту текшерели: капуста үчүн $21 \cdot 3 = 63$ сом; сабиз үчүн: $18 \cdot 2 = 36$ сом төлөнгөн. Демек, бардыгы болуп $63 + 36 = 99$ сом төлөнүп, ал эми Элмирада $200 - 99 = 101$ сом калган болот.

330. Чынара 5 кг ун жана 2 литр өсүмдүк майын сатып алган. Эгерде ундун баасы өсүмдүк майыныкына карата $\frac{3}{11}$, ал эми андагы 500 сомдон соода кылгандан кийин 93 сом калган болсо, анда ал унду канча сомго сатып алган болот?



331. Автандил 25 кг малина жана 34 литр сүт сатты. Эгерде бир литр сүтүн баасы малинага карата $\frac{2}{17}$, ал эми андагы 7 000 сомдон, соодадан кийин 10 451 сом болсо, анда ал сүттү канча сомдон саткан болот?



332. Сен жана сенин үй-бүлөң жасаган соодаларды пайдаланып, жогорудагыдай маселелерди түзгүлө жана аны чыгаргыла.

13.6. Китептердин санын аныктоо

Маселе



Үстүнкү текчедеги китептердин саны астынкы текчедеги китептердин санынын $\frac{7}{9}$ түзөт. Эгерде астынкы текчеден 4 китепти үстүнкү текчеге которуп койсок, анда алардагы китептердин саны бирдей болуп калат. Ар бир текчеде канчадан китеп болгон?

Чыгарылышы

x менен астынкы текчедеги китептердин санын белгилейли, анда үстүнкү текчеде $\frac{7}{9}x$ китеп болгон болот. Үстүнкү текчеде 4 китеп которгондон кийин үстүнкүдө $\frac{7}{9}x + 4$, астынкыда $x - 4$ китеп калат.

Текчелердеги китептер бирдей болуп калгандыктан $\frac{7}{9}x + 4 = x - 4$ теңдемесине келебиз. Белгисиздерди – солго, сандарды оңго топтосок: $\frac{7}{9}x - x = -4 - 4$.

Анда: $-\frac{2}{9}x = -8$, эки жагын $-\frac{2}{9}$ бөлүп: $x = (-8) : \left(-\frac{2}{9}\right) = \frac{8}{1} : \frac{2}{9} = \frac{8 \cdot 9}{1 \cdot 2} = \frac{4 \cdot 9}{1 \cdot 1} = 36$ китеп астынкы текчеде экен. Анда үстүнкү текчеде: $\frac{7}{9}x = \frac{7}{9} \cdot 36 = \frac{7 \cdot 36}{9} = \frac{7 \cdot 4}{1} = 28$ китеп болгон.

Жоопту текшерели: Эгерде 4 китепти астынан үстүнө которсок, анда астында $36 - 4 = 32$ китеп калат, ал эми үстүнкү текчеде $28 + 4 = 32$ китеп болуп калат.

333. Тор чакадагы алмуруттардын саны ящиктеги алмуруттардын санынын $\frac{5}{7}$ түзөт. Эгерде ящиктен 3 алмурутту тор чакага салганда, экөөндө тең алмуруттардын саны бирдей болуп калат. Тор чакадагы алмуруттардын саны канча болгон?

 334. Биринчи нан заводуна алынып келинген ундун тоннасынын саны экинчи нан заводуна келген ундун тоннасынын санынын $\frac{11}{15}$ түзгөн. Эгерде 6 тонна ун экинчи нан заводуна эмес, биринчи нан заводуна алынып келгенде, эки заводго бирдей ун келмек эле. Биринчи нан заводуна канча тонна ун келген?

13.7. Жүзүмдүн салмагын аныктоо

Маселе

Тор чакадагы жүзүмдүн салмагынын саны ящиктеги жүзүмдүн салмагынын санынын $\frac{12}{17}$ түзөт. Эгерде тор чакадан 7 кг жүзүмдү ящикке сала турган болсок, ящиктеги жүзүмдүн салмагы тор чакадагыдан эки эсе көп болуп калат. Ящикте канча килограмм жүзүм болгон?



Чыгарылышы

x менен ящиктеги жүзүмдүн салмагын белгилесек, анда тор чакадагы жүзүмдүн салмагы $\frac{12}{17}x$ болот. 7 кг жүзүмдү ящикке салгандан кийин тор чакада $\frac{12}{17}x - 7$, ящикте $x + 7$ кг жүзүм болуп калат. Анда, шартка ылайык ящиктеги жүзүм тор чакадагыдан эки эсе көп болгондуктан $2\left(\frac{12}{17}x - 7\right)$ теңдемесин алабыз. Кашааны ачып, белгисиздерди жана сандарды солго, оңго топтоштургандан кийин: $x + 7 = \frac{24}{17}x - 14$ жана $x - \frac{24}{17}x = -14 - 7$ болот. Мындан $-\frac{24}{17}x = -21$ жана $x = (-21) : \left(-\frac{24}{17}\right) = \frac{21}{1} : \frac{24}{17} = \frac{21 \cdot 17}{1 \cdot 24} = \frac{3 \cdot 17}{1 \cdot 1} = 51$. Демек, ящикте – 51 кг, тор чакада: $\frac{12}{17}x = 1 \cdot 51 = \frac{12 \cdot 51}{17} = \frac{12 \cdot 3}{1} = 36$ кг.

Жоопту текшерели: эгерде тор чакадан 7 кг жүзүмдү ящикке салсак, тор чакада: $36 - 7 = 29$ кг, ал эми ящикте: $51 + 7 = 58$ кг жүзүм болот – андан 2 эсе көп. Демек, жооп туура.

335. Кичине челекке чоң челекке караганда 5 эсе аз бензин куюлган. Чоң челектен кичине челекке 10 литр бензинди куюп алгандан кийин, чоң челекте кичине челектегинин $\frac{25}{11}$ бензини калды. Башында чоң челекте канча бензин болгон?



336. Тор чакадагы алмалардын саны ящиктеги алмалардын санынын $\frac{2}{7}$ түзөт. Эгерде ящиктен 5 алманы алып тор чакага салганда, тор чакадагы алмалардын саны ящиктегиден 2 эсе аз болуп калат. Ящикте канча алма болгон?



337. 6- жана 7-пункттагы маселелерге окшош маселелерди түзүп, анан аларды чыгаргыла.

13.8. Көптүктүн элементтеринин санын аныктоо

Маселе

Класстагы 33 окуучунун 20сы – кыздар, 18 окуучу көз айнек тагынышат. Ал эми көз айнекчен балдардын саны көз айнек тагынбаган кыздардын санынын бештен төртүн түзөт. Канча бала көз айнек тагынбайт?

Чыгарылышы

x менен көз айнек тагынбаган кыздардын санын белгилесек, анда $\frac{4}{5}x$ – көз айнек тагынган балдардын санын билдирет. Таблица түзөлү: D – кыздардын көптүгү, G – көз айнек тагынгандардын көптүгү. Анда $\bar{D}$ – балдардын көптүгү, $\bar{G}$ – көз айнек тагынбагандардын көптүгү.

	G	$\bar{G}$	
D		x	20
$\bar{D}$	$\frac{4}{5}x$		
	18		33

Биринчи кадамда 4-жолчону жана 4-мамычаны толтуралы:

	G	$\bar{G}$	
D		x	20
$\bar{D}$	$\frac{4}{5}x$		13
	18	15	33

Андан кийин 2-жолчо менен 2-мамычанын кесилишиндеги ячейканы толтуралы, аны эки жол менен: жолчо жана мамыча боюнча толтурууга болот. Жолчо боюнча $20 - 2x$; мамыча боюнча $13 - x$. $18 - \frac{4}{5}x$.

	G	$\overline{G}$	
D	$20 - x$ жана $18 - \frac{4}{5}x$	x	20
$\overline{D}$	$\frac{4}{5}x$		13
	18	15	33

Демек, $20 - x = 18 - \frac{4}{5}x$. теңдемесин алабыз. Анын чыгарылышы $x = 10$.
Ошондуктан:

	G	$\overline{G}$	
D	$20 - 10 = 10$	$x = 10$	20
$\overline{D}$	$\frac{4}{5}x = 8$		13
	18	15	33

Таблицаны толтурууну аяктап, берилген суроонун жообун алабыз:

	G	$\overline{G}$	
D	$20 - 10 = 10$	$x = 10$	20
$\overline{D}$	$\frac{4}{5}x = 8$	5	13
	18	15	33

Демек, бул класста беш бала көз айнек тагынбайт экен.

338. 52 балага суроо жүргүзгөндө алардын 35и юбкачан кыздар жагат десе, 24ү жалаң бешке окуган кыздар жагат деп айтышкан. Канча балага бул эки учур тең жаккан эмес, эгерде алардын саны жалаң бешке окуган кыздар жагат дегендердин санынын он бирден төртүн түзгөн болсо?



339. Чоң атанын короосунда,
Он сегиз каз бар эле.
Ону аппак,
Беши шайыр,
Чоң атада бар эле.

Эгерде аппак каздардын саны бул эки белгиси тең болбогон каздардын санынын $\frac{2}{5}$ түзсө, чоң атанын короосунда канча шайыр аппак каз болгон?

13.9. Бир жылда алган бештердин санын аныктоо

Маселе

Акылайдын үч жылда алган «бештеринин» саны 642 болгон. Анын ичинде биринчи жылы алган «бештеринин» саны экинчи жылы алгандарынын $\frac{6}{7}$ түзгөн эле. Ошол эле учурда, үчүнчү жылы алган «бештеринин» саны экинчи жылы алгандарынан 20%ке көп болду. Акылай биринчи жылы канча «беш» алган?

Чыгарылышы

x менен экинчи жылдагы алынган «бештеринин» санын белгилесек, анда биринчи жылындагы бештери $\frac{6}{7}x$, ал эми үчүнчү жылында $x + 0,2x = 1,2x$ болот. (Мында, $0,2 = 20\%$ ды түшүндүрөт, анткени бир % – жүздүн бир бөлүгү.) Анда $\frac{6}{7}x + x + 1,2x = 642$ теңдемесине келебиз. 1,2 санын кадимки бөлчөккө которолу: $1,2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$ жана ЭКЖК $(7; 1; 5) = 35$, болгондуктан: $\frac{6 \cdot 5}{7 \cdot 5}x + \frac{35}{35}x + \frac{6 \cdot 5}{5 \cdot 7}x = \frac{30 + 35 + 42}{35}x = \frac{107}{35}x$.

Демек, $\frac{107}{35}x = 642$, мындан:

$$x = 642 : \frac{107}{35} = \frac{642 \cdot 35}{1 \cdot 107} = \frac{6 \cdot 35}{1 \cdot 1} = 210.$$

Ошентип, экинчи жылы 210 «беш» болсо, биринчи жылы:

$$\frac{6}{7}x = \frac{6}{7} \cdot 210 = \frac{6 \cdot 210}{7 \cdot 1} = \frac{6 \cdot 30}{1 \cdot 1} = 180.$$

340. Сурия, Зарина жана Элмира 542 жазуу иштерин текшерип чыгышты. Суриянын текшерген иштери Заринаныкынын $1\frac{1}{9}$ түзгөн болсо, ал эми Элмира Заринадан 10% аз иш текшерген эле. Ар бири канчадан иш текшерген?

 **341.** Кичине челекке орточого караганда $\frac{8}{15}$ эсе аз суу куюлган болсо, ал эми чоң челекте орточого караганда 15% суу көп болгон. Үч челекте бардыгы болуп 80,5 литр суу толтурулган. Чоң челекте канча суу болгон?

13.10. Шкафтагы китептердин саны

Маселе

Наташа үч шкафта 159 китеп жыйналган деп айтты. Анын айтуусу боюнча биринчи шкафтагы китептердин саны экинчидеги китептердин санынын $\frac{123}{200}$

түзөт, үчүнчү шкафтагы китептер экинчи шкафтагыдан 3,5% көп. Экинчи шкафта канча китеп бар деп айтылган?

Чыгарылышы

x менен экинчи шкафтагы китептердин санын белгилейли.

Анда $\frac{123}{200}x$ – биринчи шкафтагы, ал эми $1,035x$ – үчүнчү шкафтагы китептердин саны болот.

Натыйжада, $\frac{123}{200}x + x + 1,035x = 159$ теңдемесин алабыз.

Теңдеменин сол жагынан.

$$\frac{123}{200}x + x + \frac{1035}{1000}x = \frac{123}{200}x + \frac{200}{200}x + \frac{207}{200}x = \frac{123 + 200 + 207}{200}x = \frac{53}{20}x$$

чыгат. Демек, $\frac{53}{20}x = 159$:

$$x = 159 : \frac{53}{20} = \frac{159 \cdot 20}{1 \cdot 53} = \frac{3 \cdot 20}{1 \cdot 1} = 60.$$

Экинчи шкафта 60 китеп болгонун таптык.

Демек, маселени чыгарууну аяктасак болот. Бирок андай эмес. Маселенин шартында байкалбаган ката кетип калган. Эсептөөнү так жүргүзгөндө, биринчи шкафтагы китептердин саны:

$$\frac{123}{200}x = \frac{123}{200} \cdot 60 = \frac{123 \cdot 3}{10} = 36,9,$$

ал эми үчүнчү шкафтагы китептердин саны $1,035x = 62,1$ болуп чыгат. Бирок мындай болушу мүмкүн эмес, себеби китептердин саны бүтүн сандар болуш керек эле. Демек маселенин чыгарылышы жок, Наташа бир жерден жаңылса керек.

342. Эсен үч ящикте 42 банка бар экенин айтты. Ошол эле учурда биринчи ящикте экинчидегинин $\frac{2}{3}$ банкасы, ал эми экинчи ящикте үчүнчүгө караганда 5 банка көп болгон. Үчүнчү ящикте канча банка болгон?

 **343.** Элиза эки букетте 24 гүл бар экенин билдирди. Ошол эле учурда биринчи букеттеги гүлдөрдүн саны экинчинин $\frac{4}{7}$ түзөт. Ар бир букетте канчадан гүл болгон?

13.11. Бөлчөктү бөлүмү жана алымы аркылуу аныктоо

Маселе

Бөлчөктүн бөлүмү алымынан эки эсе чоң. Эгерде алымына дагы, бөлүмүнө дагы 5 санын кошсок, анда алымы бөлүмүнөн үч эсе чоң болуп калат. Бул бөлчөктү тапкыла.

Чыгарылышы

Эгерде алымын x менен белгилесек, анда анын бөлүмү $2x$ болот. Алымы бөлүмүнөн үч эсе чоң болгон бөлчөк 3 кө барабар, б. а. $\frac{x+5}{2x+5} = \frac{3}{1}$. Аны $\frac{x+5}{2x+5} = \frac{3}{1}$ түрүндө жазып алып, катыштын негизги касиетин колдонуп: $(x+5) \cdot 1 = (2x+5) \cdot 3$ теңдемесине келебиз. Теңдемедеги кашааларды ачсак жана окшошторун топтосок: $x+5 = 6x+15$, жана $-5x = 10$ болот, мындан $x = -2$.

Демек, izdelүүчү бөлчөк $\frac{(-2)}{(-4)}$ болот.

Маселенин шартына ылайык алынган жоопту текшерели: ал үчүн алымына дагы, бөлүмүнө дагы 5 санын кошуп: $\frac{(-2)+5}{(-4)+5} = \frac{3}{1}$ изделген бөлчөктү алабыз.

344. Бөлчөктүн бөлүмү алымынан үч эсе чоң. Эгерде алымынан дагы, бөлүмүнөн дагы 6 санын кемитсек, анда алымы бөлүмүнөн беш эсе кичине болуп калат. Бул бөлчөктү тапкыла.

 **345.** Бөлчөктүн бөлүмү алымынан беш эсе чоң. Эгерде алымына дагы, бөлүмүнө дагы 4 санын кошсок, анда алымы бөлүмүнөн үч эсе кичине болуп калат. Бул бөлчөктү тапкыла.

13.12. Берилген катышта бөлүү

Маселе

Эльнуранын эки баштыгында 1146 жаңгак бар. Эгерде бул эки баштыктагы жаңгактардын саны өз ара $7,8:8\frac{4}{7}$ катышын түзсө, анда алардын ар биринде канчадан жаңгак болгон?

Чыгарылышы

Маселенин шартына жараша, эгерде баштыктардагы жаңгактардын бирдигин x менен белгилесек, анда биринчи баштыкта $7,8x$ жаңгак, ал эми экинчи баштыкта $8\frac{4}{7}x$ жаңгак болот. Демек, $7,8x + 8\frac{4}{7}x$ теңдемесине ээ болобуз. Бул теңдеменин сол жагын кошулу: $7,8x + 8\frac{4}{7}x = 1146$.

Теңдеменин сол жагын чыгарсак:

$$\frac{78}{10} + 8\frac{4}{7} = \frac{39}{5} + \frac{60}{7} = \frac{39 \cdot 7}{5 \cdot 7} + \frac{60 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{273 + 300}{35} = \frac{573}{35}, \text{ анда } \frac{573}{35}x = 1146 \text{ болот.}$$

$$\text{Мындан } x = 1146 : \frac{573}{35} = \frac{1146 \cdot 35}{1 \cdot 573} = \frac{2 \cdot 35}{1 \cdot 1} = 70.$$

Ошентип, биринчи баштыкта $7,8x = 7,8 \cdot 70 = 546$ жаңгак, ал эми экинчи баштыкта $8\frac{4}{7}x = \frac{60}{7} \cdot 70 = 600$ жаңгак болгон экен.

346. Эрмек эки коробкада 488 банан бар жана коробкадагы банандардын саны $9,1:7\frac{1}{6}$ катышта экенин билди. Ар бир коробкада канчадан банан болгон?

 **347.** Эркиндин эки баштыгында 147 чүкөсү бар. Эки баштыктагы чүкөлөрдүн саны $7:9\frac{1}{3}$ катышта болсо, алардын ар биринде канчадан чүкө бар?

13.13. Берилген катышта үчкө бөлүү

Маселе

Сайкал, Бурул жана Надира 4092 монетасы бар байлык таап алып, аны $8:7,2:4\frac{2}{7}$ катышында бөлүп алышты. Бурулга канча монета тийген?



Чыгарылышы

Мурдагы маселени чыгарууну эске алуу менен, $8x + 7,2x + 4\frac{2}{7}x = 4092$ теңдемесине келебиз. Анын сол жагын чыгарсак:

$$\begin{aligned} \frac{8}{1} + \frac{72}{10} + 4\frac{2}{7} &= \frac{8}{1} + \frac{36}{5} + 4\frac{30}{7} = \frac{8 \cdot 35}{1 \cdot 35} + \frac{36 \cdot 7}{5 \cdot 7} + \frac{30 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \\ &= \frac{280 + 252 + 150}{35} = \frac{682}{35} \text{ болот жана андан } \frac{682}{35}x = 4092 \text{ болот.} \end{aligned}$$

$$\text{Демек, } x = 4092 : \frac{682}{35} = \frac{4092 \cdot 35}{1 \cdot 682} = \frac{6 \cdot 35}{1 \cdot 1} = 210.$$

Ошентип, Бурулга $7,2x = 7,2 \cdot 210 = 1512$ монета тийген.

348. Бакайдын үч короосунда 1846 баш кою бар. Эгерде короодогу койлордун саны $11:6,8:8\frac{4}{7}$ катышын түзгөн болсо, анда үчүнчү короодо канча баш кой болгон?

 **349.** Темирлан, Айдана жана Гүлзина 2902 юанды $7:8,3:5\frac{3}{7}$ катышында бөлүп алышкан. Айданага канча юань тийген? (Юань – кытай акчасы.)

13.14. Үч бурчтуктун жактарын анын периметри аркылуу аныктоо

Маселе



Үч бурчтуктун биринчи жагы экинчисинен $\frac{2}{3}$ дециметрге кичине, экинчи жагы үчүнчүсүнөн 6 см кичине, ал эми үч бурчтуктун периметри 1,2 метр. Үч бурчтуктун үчүнчү жагы канчага барабар (сантиметр менен)?

Чыгарылышы

x менен үч бурчтуктун экинчи жагынын узундугун белгилеп жана бир дециметрде 10 см, ал эми бир метрде 100 см боло турганын эске алсак, анда анын биринчи жагынын узундугу $\left(x - \frac{20}{3}\right)$ см, үчүнчү жагыныкы $-(x + 6)$ см, периметри 120 см болот. Көп бурчтуктун периметри анын жактарынын суммасы болгондуктан, $\left(x - \frac{20}{3}\right) + x + (x + 6) = 120$ теңдемесине келебиз.

Кашааларды ачып, белгисиздерди барабардыктын сол жагына, сандарды анын оң жагына топтосок: $3x = 120 + \frac{20}{3} - 6$ болот.

Оң жагында болсо:

$$120 - 6 + \frac{20}{3} = \frac{114}{1} + \frac{20}{3} = \frac{114 \cdot 3 + 20}{3} = \frac{362}{3}.$$

Демек, теңдеме $3x = \frac{362}{3}$ болот.

$$\text{Мындан } x = \frac{362}{3} : 3 = \frac{362 \cdot 1}{3 \cdot 3} = \frac{362}{9} = 40 \frac{2}{9}.$$

Ошентип, үч бурчтуктун үчүнчү жагы $46 \frac{2}{9}$ см болот экен.

350. Тик бурчтуктун бир жагы экинчисинен $4 \frac{7}{9}$ дециметрге кичине, периметри 2 метр. Тик бурчтуктун жактары канчага барабар (дециметр менен)?



351. Үч бурчтуктун биринчи жагы экинчисинен $5 \frac{5}{7}$ метрге чоң, экинчиси үчүнчүсүнөн 360 сантиметрге кичине, үч бурчтуктун периметри 22 метр. Үч бурчтуктун жактары канчага барабар (метр менен)?

13.15. Тик бурчтуктун аянты жана периметри

Маселе

Тик бурчтуктун узундугу туурасынан $4\frac{4}{9}$ метрге чоң, ал эми беш эселенген туурасы анын периметринен 3 метрге кичине. Тик бурчтуктун аянты канчага барабар?

Чыгарылышы

Тик бурчтуктун аянтын x менен белгилеп, $4\frac{4}{9}$ бөлчөгүн кадимки бөлчөккө которсок, тик бурчтуктун узундугу $x + \frac{40}{9}$ болот.

Анда анын периметри $2\left(x + x + \frac{40}{9}\right) = 4x + \frac{80}{9}$.

Демек, $4x + \frac{80}{9} - 3 = 5x$ теңдемесине келебиз.

Ал эми $\frac{80}{9} - 3 = \frac{80 - 3 \cdot 9}{9} = \frac{53}{9}$ болгондуктан, $x = \frac{53}{9}$ болот.

Ошентип, тик бурчтуктун туурасы $\frac{53}{9}$,

ал эми узундугу $x + \frac{40}{9} = \frac{53}{9} + \frac{40}{9} = \frac{93}{9} = \frac{31}{3}$.

Аянты болсо $\frac{53}{9} \cdot \frac{31}{3} = \frac{1643}{27} = 60\frac{23}{27} \text{ м}^2$ болот экен.

352. Тик бурчтуктун узундугу туурасынан $\frac{3}{7}$ см чоң, ал эми үч эселенген узундугу анын периметринен 0,4 сантиметрге чоң болсо, тик бурчтуктун аянты канчага барабар?



353. Тик бурчтуктун узундугу туурасынан $\frac{2}{9}$ см чоң, ал эми эки эселенген туурасы анын периметринен 3 сантиметрге кичине болсо, тик бурчтуктун аянты канчага барабар?



354. Бул параграфта каралган маселелерге окшоштуруп, эки маселе түзгүлө.



1. Теңдемени чыгаргыла:

a) $2x = \frac{2}{3}$;

b) $3x - 9 = 4$;

c) $3x + 8 = 6x$;

d) $5x = 18 - 2x$;

e) $4\frac{2}{9}x = 3x + 2$;

f) $5 - 7x + 4x = 4\frac{4}{7}$;

g) $3\left(x - \frac{4}{19}\right) = 2$;

h) $2\frac{1}{6}(x - 8) = x - 4,5$;

i) $4x - \frac{4}{9} = \frac{5}{6} + 2x$;

j) $3\frac{3}{7}\left(\frac{4}{9}x - \frac{7}{12}\right) = \frac{5}{42}$;

k) $15(x - 2) = 45\frac{60}{91}$.

2. Стадиондун эки кассасынан 5920 билет сатылган. Эгерде биринчи кассада экинчиге караганда $\frac{6}{17}$ көп билет сатылса, анда ар биринде канчадан билет сатылган?

3. Бекназар уй жана кой сатып алды. Эгерде койдун баасы уйдун баасынын $\frac{2}{13}$ түзгөн болсо, ал койду канчага сатып алган? Андагы 75 000 сомдон, соода кылгандан кийин 15 000 сом калган эле.

4. Марина жана Стёпа бир жумада компьютерде 45 саат отурушкан. Эгерде Стёпа $3\frac{2}{3}$ саат көп отурган болсо, ал компьютерде канча саат отурган?

5. Өрдөктөрдүн бир тобу учуп келе жаткан эле, алардын алдынан боз каз чыгып калды. «Саламатсыздарбы, жүз өрдөк», – деди каз. Анда: «Сага тамашасы жок жооп берсек, эгерде биздин топко дагы бир ушундай топ, анан дагы анын $\frac{1}{6}$ бөлүгү кошулгандан кийин дагы жүзгө тогуз өрдөк жетпей калат», – деп жооп беришти өрдөктөр. Топто канча өрдөк болгон?

6. Азимдеги чүкөлөрдүн саны Филипптин чүкөлөрүнүн санынын $\frac{7}{15}$ түзөт эле. Филипп Азимге бир чүкөсүн уттуруп ийгенден кийин дагы анда Азимдикине караганда 2 эсе көп чүкө калды. Ар биринде канчадан чүкө болгон?

7. Катя, Тоня жана Аселдин 1272 сомун бар. Анын ичинде Тонянын акчасы Катяныкынын $\frac{10}{7}$ түзсө, ал эми Аселдики Тоняныкынан 84 сомго көп. Аселдин канча сомун бар?

8. Свитерге, топуга жана моюн орогучка 544 г жүн корогон. Бул учурда топуга, свитерге кеткен жүндүн $\frac{3}{17}$ жана моюн орогучка караганда 8 г ашык жүн сарпталса, анда свитерге канча жүн сарпталган?

9. Бир арабдан: «Сенин канча акчаң бар?» – деп сурашкан экен. Анда ал: «Баарыбызда бир миллион жана дагы жыйырма беш дирхем бар. Меники агамдын акчасынын $\frac{2}{3}$, агамдыкы атамдыкынын $\frac{2}{3}$, атамдыкы чоң атамдыкынын $\frac{2}{3}$ түзөт. Эми менин акчам канча экенин таап алгыла», – деп жооп бериптир. (Дирхем – араб монетасы.)

10. Доскага кандайдыр бир сан жазылган. Асыл аны 7ге чоңойтуп койду, ал эми Чоро 3кө азайтты. Анда Чоронун саны Асылдыкынын $\frac{13}{23}$ түзүп калды. Доскада кайсы сан жазылган?

11. Доскага кандайдыр бир сан жазылган. Айдай аны 8 эсе чоңойтсо, ал эми Нарынбек 3кө чоңойтту. Натыйжада Айдайдын саны $\frac{1}{12}$ аз болуп калды. Доскада кайсы сан жазылган?

12. Үч баатыр 1608 алтын монеталуу байлык таап алып, аны $6 : 7,2 : 4\frac{2}{3}$ катышында бөлүп алышты. 2-баатырга канча алтын монета тийген?

13. Максаттын үч короосунда бардыгы болуп 510 кою бар. Эгерде короолордогу койлордун саны $9,1 : 6,9 : 8\frac{2}{7}$ катышын түзсө, үчүнчү короодо канча кой болгон?

14. Тик бурчтуктун бир жагы экинчисинен $1\frac{7}{8}$ сантиметрге кичине, ал эми анын периметри 25 сантиметр. Тик бурчтуктун жактары канчага барабар?

15. Үч бурчтуктун бир жагы экинчисинен $\frac{9}{7}$ эсеге чоң, экинчиси үчүнчүсүнөн 31 миллиметрге кичине, ал эми анын периметри 33 сантиметр. Үч бурчтуктун аянты эмнеге барабар (сантиметр менен)?

16. Тик бурчтуктун узундугу туурасынан $1\frac{7}{18}$ метрге чоң, ал эми үч эселенген узундугу анын периметринен 23 дециметрге чоң. Тик бурчтуктун аянты эмнеге барабар?

§ 14. Орточо маанилер: Ортоломо. Мода. Медиана.

14.1. Киришүү



Маселе

Арстан, Кубат жана Тураш чүкө ойноп жатышкан. Оюндун аягында аларда бирдей сандагы чүкөлөр калганы белгилүү болду. Оюндун башында Арстанда – 20, Кубатта – 12, Турашта 19 чүкө болсо, анда оюндун жыйынтыгы кандай (ким утуп, ким уттурган)?

Чыгарылышы

Оюндун башында Арстан, Кубат, Турашта бардыгы $20 + 12 + 19 = 51$ чүкө болгон. Оюндун аягында аларда бирдей сандагы чүкөлөр калган, ар биринде:

$51 : 3 = 17$. Демек, Арстан ($17 - 20 = -3$) үч чүкө уттурган,

Кубат ($17 - 12 = 5$) беш чүкө уткан, Тураш болсо ($17 - 19 = -2$) эки чүкө уттурган.

Маселени чыгарууда табылган 17 саны (20; 12; 19) сандарынын ортоломосу деп аталат.

355. Арген 5,2 кг, Сабира 7,4 кг жана Эркингүл 2,1 кг карагат теришти. Бул сандардын ортоломосун тапкыла.

356. Кийинки күнү бул үчөөнө Жумагүл келип кошулду. Алардын ар бири: 2,3 кг, 4,2 кг, 3,3 кг жана 5,5 кг малина теришти. Бул сандардын ортоломосу канчага барабар?



357. Айнура 238 сомго, Бексултан – 724 сомго, Виталий – 397 сомго соода кылышты. Бул сандардын ортоломосун тапкыла.



358. Габиттин салмагы 72,4 кг, Сауленики – 51 кг 30 г, Ленаныкы – 55 кг, Жээнбектики – 68 кг 58 г. Бул сандардын ортоломосу канчага барабар?

14.2. Ортоломонун аныктамасы

Силер көнүгүүлөрдү ийгиликтүү аткардыңар деп ишенебиз. Эми ортоломо деген эмне экенин жана аны кантип эсептөөнүн эрежесин аныктайлы:

Эгер $a_1, a_2, \dots, a_N$ бир нече сандар берилсе, ал сандардын суммасын алардын жалпы саны N ге бөлгөндө келип чыккан сан ал сандардын **ортоломосу** (орточо арифметикалык мааниси) деп аталат. Ортоломо μ — «мю» грек тамгасы менен белгиленет.

$$\text{Ортоломону: } \mu = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_N}{N}.$$

Маселе

Төмөнкү сандардын ортоломосун эсептегиле:

- a) 17; 21; 12; 15; 12;
- b) 12917; 12921; 12912; 12915; 12912;
- c) 7; 11; -12; 0; 7; -5;
- d) 917523; -873511; 324902; 14; -324902; -917523; 873511;
- e) 11; 14; 17; 20; 23; 26; 29;
- ф) $23\frac{1}{3}$; $-14\frac{2}{7}$; $\frac{5}{11}$.



Чыгарылышы

a) $\mu = \frac{17 + 21 + 12 + 15 + 12}{5} = \frac{77}{5} = 15,4$. 12 саны берилиште эки жолу кезиккендиктен, алар суммага эки жолу киргизилген.

b) Берилген сандарды катары менен кошуп чыгып:

$12917 + 12921 + 12912 + 12915 + 12912 = 64577$, анан аларды 5ке бөлсөк $\mu = 12915,4$ болот. Бирок бул сандардын биринчисин $12900 + 17$ деп; экинчисин $12900 + 21$ ж. б. у. с. жазып алсак, маселе бир топ жөнөкөйлөйт. Анда ортоломо 12900 саны менен 17; 21; 12; 15; 12 сандарынын орточо арифметикалык маанисинин суммасы болуп калат. Ал эми жогорку пунктта 17; 21; 12; 15; 12 сандарынын орточо арифметикалык мааниси $15,4$ болгонун эске алсак, анда биз издеген сан: $\mu = 12900 + 15,4 = 12915,4$ болот.

c) Ортоломону эсептеген учурда ар бир сандын белгисин эске алуу зарыл. Ошондуктан бул учурда

$$\mu = \frac{7 + 11 + (-12) + 0 + 7 + (-5)}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}.$$

d) Ар дайым, берилген маселени чыгаруудан мурда анын шарты менен толук таанышуу керек. Бул учурда деле амалдарды катары менен аткарып, берилген жети сандын суммасын таап, алардын ортоломосу 2 боло турганын эсептөөгө болот. Бирок бул жоопту, берилген жети сандын 14 санынан башкаларынын белгилери карама-каршы, биринде «плюс», биринде «минус» болуп, экиден кездешкенин байкайбыз. Демек, бул сандардын суммасы 14кө

барабар (өз ара жоюшуп кетүү менен). Ошондуктан ортоломо 2ге барабар болот.

е) Берилген сандарды катары менен кошуп олтуруп, анын суммасын табабыз:

$$11 + 14 = 25;$$

$$25 + 17 = 42;$$

$$42 + 20 = 62;$$

$$62 + 23 = 85;$$

$$85 + 26 = 111;$$

$$111 + 29 = 140.$$

Бул сумманы алардын жалпы санына бөлсөк, ортоломо келип чыгат, ал:
 $\mu = 140 : 7 = 20.$

Бул маселени дагы башкача жол менен чыгарса болот, анда: сандардын биринчиси менен акыркысын, экинчиси менен акыркынын алдынкысын ж. у. с. кошуп чыксак ($11 + 29 = 40$; $14 + 26 = 40$; $17 + 23 = 40$) ар бири 40 болот. Алардын ортоломосу 20. Ортодо жалгыз 20 саны калды.

Демек, берилген сандардын ортоломосу 20.

г) $23\frac{1}{3} + (-14\frac{2}{7}) + \frac{5}{11}$ суммасын табууну жеңилдетиш үчүн $23\frac{1}{3}$ санын $23 + \frac{1}{3}$, а $14\frac{2}{7} = 14 + \frac{2}{7}$ түрүндө жазууга боло турганын эске алалы.

Демек,

$$\begin{aligned} 23\frac{1}{3} + (-14\frac{2}{7}) + \frac{5}{11} &= 23 + \frac{1}{3} - (14 + \frac{2}{7}) + \frac{5}{11} = \\ &= 23 - 14 + \frac{1}{3} - \frac{2}{7} + \frac{5}{11} = 9 + \frac{77 - 66 + 105}{3 \cdot 7 \cdot 11} = 9 + \frac{116}{231} = 9\frac{116}{231}. \end{aligned}$$

$9\frac{116}{231}$ санын 3кө болуп, туура жоопту алабыз:

$$9\frac{116}{231} : 3 = (9 + \frac{116}{231}) : 3 = 9 : 3 + \frac{116}{231} : 3 = 3 + \frac{116}{231 \cdot 3} = 3\frac{116}{693}.$$

359. Төмөнкү сандардын ортоломосун эсептегиле:

а) 73; 91; 66; 230;

б) 813094; 813061; 813100; -813055;

в) $7\frac{1}{2}$; $-6\frac{5}{7}$;

г) 283217; 754721; -283215; -911; 900; -754700;

д) 4; 8; 12; 16; 20; 24;

е) $11\frac{1}{7}$; $12\frac{3}{5}$; $-5\frac{2}{3}$.



360. Төмөнкү сандардын ортоломосун эсептегиле:

- a) 5; 11; 32; 5; 24; 7;
- b) 79807; 79821; 79812; 79815; 79802;
- c) -7; 12; -16; 20; 17; -5;
- d) 729 123; 658 735; -729 123; 543 924; 672 492; -658 743; -543 924; -672 492;
- e) -21,1; 19,42; -105,2; 82,32;
- f) $7\frac{1}{4}$; 5; $-2\frac{1}{3}$; $6\frac{1}{6}$.

Эскертүү

Айрым адабияттарда орто маани деп аталган сан ортоломо (орточо арифметикалык маани) дегенди түшүндүрөт.

14.3. Эки сандын ортоломосу

Маселе

6^а- жана 6^б-класстардагы кыздардын санынын орто мааниси 12,5. Бул эки класстагы кыздардын жалпы саны канча?

Чыгарылышы

Маселенин шартында ката бардай сезилет.

Чындыгында эле, жарым кыздын болушу мүмкүн эмес. Бирок баары өз ордунда, мында сөз ортоломо жөнүндө болуп жатат.

Андыктан 12,5 болушу мүмкүн, мисалы 6^а-классында он, ал эми 6^б-классында он беш кыз болсо, же 6^а-да – он жети, ал эми 6^б-да сегиз болсо ж. б. у. с. Маселенин жообун оңой эле табууга болот:

6^а- жана 6^б-класстарда: $12,5 \cdot 2 = 25$ кыз окуйт.

Эгерде берилген N санынын ортоломосу μ белгилүү болсо, анда алардын суммасы μN формуласы менен табылат.

361. Берилген N сандардын ортоломосу μ га барабар болсо, анда бул сандардын суммасы канчага барабар?

- a) $N = 12$; $\mu = 16$;
- b) $N = 11$; $\mu = -22,22$;
- c) $N = 15$; $\mu = 8\frac{1}{3}$;
- d) $N = 17$; $\mu = 2\frac{1}{7}$.



362. Берилген N сандардын ортоломосу μ га барабар болсо, анда бул сандардын суммасы канчага барабар?

- a) $N = 11$; $\mu = 17$;
- b) $N = 9$; $\mu = -7,89$;
- c) $N = 8$; $\mu = 3\frac{3}{4}$;
- d) $N = 7$; $\mu = 11\frac{1}{9}$.

14.4. Үч сандын ортоломосу

Маселе

6^в-, 6^г- жана 6^д-класстарындагы балдардын санынын ортоломосу 13,3 болсо, бул үч класстын балдарынын жалпы саны канча?

Чыгарылышы

Бул маселенин жообун жогоруда берилген формула боюнча табуу кыйын эмес: $13,3 \cdot 3 = 33,9$. Бирок мындай болушу мүмкүн эмес, анткени балдардын жалпы саны бөлчөк сан менен туюнтулбайт. Демек, маселенин шартында ката кетирилген.

363. Күлала 4 ашкабак өстүргөн, алардын орточо салмагы 3,4 кг. Ашкабактардын жалпы салмагы канча?

364. Кымбат бир айда анын тооктору орточо 18,75 жумуртка бергенин эсептеп чыккан. Эгерде анын тоокторунун саны 14 болсо, анда алар бир айда биригип канча жумуртка беришкен. Эмне үчүн бул маселенин шарты туура эмес? Ушундай пикирди 363-маселе жөнүндө айтуу туурабы?



365. Ксения үйүнө үч пакет макарон алып келди. Эгерде ар бир пакеттин орточо салмагы 1,25 кг болсо, ал канча килограмм макарон алып келген?



366. Нюра базарга төрт корзинка жумуртка алып келди. Корзинкалардагы жумурткалардын ортоломосу 33,4 болсо, Нюра базарга канча жумуртка алып келген? Эмне үчүн бул маселенин шарты туура эмес? Ушундай пикирди 365-маселе жөнүндө айтуу туурабы?



367. 377- жана 379-маселелердин шартын өзгөртүп, андан шарты туура маселе түзгүлө.

Мисалы, Нюра базарга төрт эмес, беш корзинка жумуртка алып келген деген шартта.

14.5. Ортоломону колдонуп санды аныктоо

Маселе

«Омега» командасынын 11 футболчусунун орто жашы 26га барабар. Оюндун калысы бир оюнчуну оюндан чыгарып жибергенден кийин «Омега» командасынын оюнчуларынын орто жашы 25 болуп калды. Оюндан чыгарылган футболчу канча жашта?

Чыгарылышы

«Омега» командасынын 11 футболчусунун жалпы жашы $26 \cdot 11 = 286$ га барабар эле. Алардын бирөө оюндан чыгып калгандан кийин, калгандарынын жалпы жашы $25 \cdot 10 = 250$ болуп калды. Демек, оюндан чыгарылган оюнчунун жашы: $286 - 250 = 36$.

368. Бий ийриминин 9 мүчөсүнүн орто жаш курагы 12,4 жыл болчу. Аларга Айбике келип кошулганда ал 12,26 болуп калды. Айбике канча жашта?

 369. Алты кыз куурчак ойноп жаткан. Айжаркынды үйгө чакырганда, ал өзүнүн 7 куурчагын ала кетти. Калган кыздардын куурчактарынын орто саны 5,8 болуп калды. Айжаркын кеткенге чейин бардык кыздардын куурчактарынын орточо саны канча болгон?

14.6. Ортоломону колдонуп санды аныктоо. Уланды

Маселе

Чейректин жыйынтыгы боюнча Света 53 «беш», Асел 40 «беш» деген баа алышкан. Чолпондукун кошкондон кийин үч кыздын «бештеринин» ортоломосу 48 болсо, анда Чолпондун канча «беши» болгон?

5

Чыгарылышы

Чолпондун «бештеринин» санын x менен белгилеп,

$$\frac{53 + 40 + x}{3} = 48 \text{ теңдемесин алабыз. Демек, Чолпондун:}$$

$$93 + x = 3 \cdot 48; x = 144 - 93 = 51 \text{ «беши» болгон.}$$

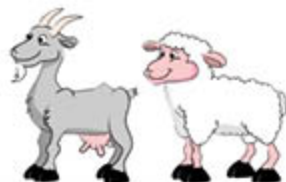
370. Айпери, Жибек жана Фариза экзаменге даярданып жатып, чыгарышкан маселелердин ортоломосу 12. Айпери – 7 маселе, Жибек 9 маселе чыгарса, анда Фариза канча маселе чыгарган?

 371. Динура, Галя, Тома жана Чынаранын бир чейректеги сабакка кечигүүлөрүнүн ортоломосу 7ге барабар. Динура – 8, Тома – 9, Чынара 10 жолу кечиккен болсо, анда Галя канча жолу кечиккен?

14.7. Ортоломону колдонуп салмакты аныктоо

Маселе

Абдулланын 5 кою жана 2 эчкиси бар. Анын коюнун салмагы эчкиникинен 7 килограммга чоң. Эгерде анын жалпы жандыгынын орточо салмагы 43 кг болсо, койлордун жана эчкилердин орточо салмактары канча экенин тапкыла.



Чыгарылышы

Койлордун орто салмагын x менен белгилеп, $\frac{5x + 2(x - 7)}{7} = 43$ теңдеме-син алабыз. Анда койлордун орточо салмагы: $7x = 43 \cdot 7 + 14$; $x = \frac{315}{7} = 45$ кг.

Мындан, эчкилердин орточо салмагы: $45 - 7 = 38$ кг.

372. Бурул базарга орточо салмагы 3,1 кг болгон 4 индюк жана 6 тоок алып келди. Эгерде индюктун салмагы тооктон 1 кг 50 граммга чоң экендиги белгилүү болсо, анда индюктун салмагы канча?



373. Халиданын 15 тоогу жана 7 өрдөгү бар, өрдөгүнүн салмагы тоок-тукунан 440 граммга чоң. Халиданын канаттууларынын орточо салма-гы 4,2 кг экени белгилүү болсо, өрдөгүнүн жана тоогунун орточо салмагы канча?

14.8. Ортоломонун өзгөрүүсү

Маселе

Дүкөндүн тактасында 21 бир килограммдык жана 11 эки килограммдык ун салынган баштыктар жыйылган. Бул ун салынган баштыктардын орто салмагы канча? Ал эми 7 бир килограммдык ун салынган баштыктар сатылып кетсе, маселенин жообу кандай өзгөрөт?

Чыгарылышы

Ун салынган баштыктар бир килограммдык жана эки килограммдык болуп, алардын орточо арифметикалык салмагы $\frac{1+2}{2} = 1,5$ кг болгондуктан, масе-ленин эки шартында тең жооп бирдей болот деген ой жаралышы мүмкүн. Бирок мындай жооп туура эмес. Ун баштыктарынын санын эске ала турган бол-сок, биринчи учур үчүн ортоломо:

$$\frac{21 \cdot 1 + 11 \cdot 2}{21 + 11} = \frac{43}{32} = 1 \frac{11}{32} = 1,34375 \text{ кг, ал эми экинчи учур үчүн:}$$

$$\frac{14 \cdot 1 + 11 \cdot 2}{14 + 11} = \frac{36}{25} = 1 \frac{11}{25} = 1,44 \text{ кг.}$$

Эскертүү

Бул учурда баштыктардын санын эске алуу өтө маанилүү. Мындай жана башка дагы учурлар үчүн *салмакталган ортоломо* деген түшүнүк киргизилет. Бул түшүнүктөр статистикада синонимдер болот, алардын мааниси бирдей.

374. Кампада 45 кг салмактагы 12 кап кумшекер жана 50 кг салмактагы 8 кап кумшекер болгон. Каптардын орточо салмагын тапкыла. Кампага 45 кг салмактагы дагы 5 кап кумшекер алынып келинсе, маселенин жообу кандай өзгөрөт?

 375. Үчүнчү чейректе Даша 52 «беш», 19 «төрт» жана 9 «үч» бааларын алган. «Эки» болгон эмес. Дашанын бааларынын ортолomosу канча?

14.9. Салмакталган ортоломо

Маселе

Эндрю Талантка төрт бөлүмдөгү студенттердин орточо салмагын аныктоону тапшырды. Кыска убакыт аралыгында эле Талант тапшырманы аткарып койду. Эндрю болсо таң калды. «Кантип мындай кыска убакытта тапшырманы аткардың?» – деп ал сурады. «Мен ар бир бөлүмгө тиешелүү маалыматтарды билгем», – деп жооп берди ага Талант. Биз дагы бул тапшырманы аткарып көрөлү.



Анда, «Альфа» бөлүмүндө 82 студент, алардын орто салмагы 57,5 кг; «Бета» бөлүмүндө 63 студент, алардын орто салмагы 59 кг; «Гамма» бөлүмүндө 38 студент, алардын орточо салмагы 61,25 кг; «Тэта» бөлүмүндө 47 студент, алардын орточо салмагы 64 кг болсун дейли.

Чыгарылышы

Ар бир бөлүмдөгү студенттердин жалпы салмагын табуу кыйын деле эмес:

Альфаныкы: $82 \cdot 57,5 = 4715$ кг;

Бетаныкы: $63 \cdot 59 = 3717$ кг;

Гамманыкы: $38 \cdot 61,25 = 2327,5$ кг;

Тэтаныкы: $47 \cdot 64 = 3008$ кг.

Анда, төрт бөлүмдөгү студенттердин жалпы салмагы:

$4715 + 3717 + 2327,5 + 3008 = 13767,5$ кг.

Бул жалпы салмакты студенттердин жалпы санына:

$82 + 63 + 38 + 47 = 230$ бөлүп, маселенин жообун алабыз: 59,86 кг. (Жооп тегеректелип алынды.) Демек, Талант Эндрюга төрт бөлүмдөгү студенттердин орточо салмагы 59,86 кг деп айтканын билдик.

376. 6^Б-класста 13 кыз жана 14 бала бар. Үчүнчү чейректин жыйынтыгы боюнча кыздардын орточо баасы 4,2, балдардыкы 3,9 болду. 6^Б-класстагы окуучулардын орточо баасы канча?

 377. 24 окуучусу бар 6^А-класстын экинчи чейректеги орто баасы 4,25. 6^Б-класста 27 окуучу, алардын орточо баасы 4, 6^В-класста 22 окуучу, алардын орточо баасы $3\frac{7}{11}$. Бул класстардын окуучуларынын орточо баасы канча?

14.10. Ортоломолорду салыштыруу

Эки айылдын тургундары жолугушуп кеңеш курушту. «Биздин айылда 21 түтүн жашайт, ар бир түтүндө орто эсеп менен 33төн кой жана 12ден жылкы бар», – деп Тегизчил айылынын тургуну айтты. Ал эми Жапкап айылынын тургуну аларда, 26 түтүн үй-бүлө жашай тургандыгын, ар бир түтүндө орто эсеп менен 40тан кой жана 15тен жылкы бар экенин билдирди.

Маселе

Анда төмөнкү маалыматтарды колдонуп, айтылгандардын туура экендигин текшергиле: Тегизчил айылындагы биринчи түтүндө 3 кой жана 22 жылкы, экинчи түтүндө 6 кой жана 21 жылкы, үчүнчү түтүндө 9 кой 20 жылкы бар. Ал эми Жапкап айылында 25 түтүндө экиден кой жана бирден жылкы, акыркы 26чы түтүндө 990 кой жана 380 жылкы болгон.

Чыгарылышы

Маселенин шартынан, Тегизчил айылынын тургундарында койлордун жана жылкылардын саны айырмасы 3 жана -1 болгон арифметикалык прогрессияны түзөрүн байкоого болот. Андыктан андагы ортоломо он биринчи түтүндөгү кой, жылкылардын саны менен дал келет. Демек, Тегизчил айылынын тургундарында болгон койлордун ортоломосу: $3 + 3(11 - 1) = 33$; жылкылардыкы $22 + (-1) \cdot (11 - 1) = 12$.

Силер арифметикалык прогрессия түшүнүгү менен тааныш болбосоңор, аны тез эле үйрөнүүгө болот. Аны удаалаш эсептөөлөр менен көрсөтөлү: маселе шартына ылайык: экинчи түтүндө: $3 + 3(2 - 1) = 6$, үчүнчүдө: $3 + 3(3 - 1) = 9$; төртүнчүдө $3 + 3(4 - 1) = 12$; ... 20чы түтүндө $3 + 3(20 - 1) = 60$;

21-түтүндө $3 + 3(21 - 1) = 63$. Ошондой эле 1чи менен 21-түтүндөгү койлордун ортоломосу $\frac{3 + 63}{2} = 33$, 2чи менен 20-түтүндөгү койлорду дагы $\frac{6 + 60}{2} = 33$, ж. б. у. с. Түгөйү жок, 11-түтүндүкү дагы $3 + 3(11 - 1) = 33$.

Мындан, Тегизчил айылынын тургундарынын койлорунун ортоломосу 33 экен. Ушундай эле эсептөөлөрдү жүргүзүп, андагы жылкылардын орточо саны 12 болорун табууга болот.

Эми Жапкаптагыны эсептейли, анда: $25 \cdot 2 + 990 = 1040$ кой жана

$25 \cdot 1 + 380 = 405$ жылкы болгон. Демек, койлордун арифметикалык орточо

саны $\frac{1040}{26} = 40$; жылкылардыкы $\frac{405}{26} = 15\frac{15}{26} \approx 15,577$ болот.

Мындай эсептөөдөн Тегизчил айылынын тургуну так, ал эми Жапкап айылынын тургуну бир аз так эмес маалымат бергенин байкадык. Бул маалыматтарга таянып, Жапкап айылынын тургундарынын жашоосу жакшыраак экендигине макул болосуңарбы?

378. Сиз өзүңүздүн эки дүкөнүңүздүн бирин бирдей баага сатууну пландап жатасыз. Бул дүкөндөрдүн ишин талдоо төмөндөгү сан көрсөткүчтөрдү берди: «Альфа»

дүкөнүнүн акыркы жумалардагы кирешеси (миң сом менен): 55; 54; 51; 55; 53; 53; 54; 52, ал эми «Бетаныкы»: 54; 53; 70; 54; 53; 50; 50; 52; 50. Ар бир дүкөндүн кирешесинин ортолomosун аныктап, кайсынысын сатуу керек экенин чечкиле.

379. Эмки жылда айдап-себүүгө карата фермердик чарба эки сорттогу буудайдын үрөнүнүн бирин тандап алууну чечти. Мурда буудайдын А сорту 10 эгин талаасына айдалып, ар бир гектардан төмөнкүдөй түшүм берген (центнер менен): 31; 29; 30; 33; 29; 30; 29; 31; 29; 33. Ал эми буудайдын В сорту 12 эгин талаасына айдалып, ар бир гектардан төмөнкүдөй түшүм берген (центнер менен): 33; 32; 31; 31; 32; 31; 29; 32; 32; 32; 13; 32. Ар бир сорт үчүн түшүмдүн ортолomosун аныктап, сорттун бирөөсүн тандап алгыла.

14.11. Орто маанилердин түрлөрү

Фирманын президентинен, анын кызматкерлеринин айлыктарынын ортолomosу \$600 экендигин билгенден кийин, Исабек ал фирмада \$200 айлык менен иштеп баштоого макулдугун берди.

Бир нече убакыт өткөндөн кийин айлыктар боюнча маалымат алып, ал президентке келип: «Сиз мага жалган айтыптырсыз, фирмада мени менен иштегендер \$600 эмес \$200 айлык алышат экен», – деди. «Жок, андай эмес, мен сизге чындыкты айткам. Сиз, мүмкүн, кызматкерлердин көпчүлүгү менен баарлашпасаңыз керек. Мен сизге кошумча маалымат айтайын, кызматкерлердин жарымынан кем эмес бөлүгү \$400дан кем эмес айлык алышат», – деп жооп берди ага президент. Дагы бир нече убакыт өткөндөн кийин Исабек кайрадан президентке келди дагы: «Сиздин жообуңузга мен дагы эле ынанбай турам. Анткени мен фирмада көп жылдан бери иштешкен кызматкерлер менен сүйлөшсөм, алар айлык \$400дан ашпаганын айтып жатышат», – деди. Мындай талаптан кийин президент Исабекке фирманын кызматкерлеринин айлык акы өлчөмдөрү көрсөтүлгөн ведомостту көрсөттү.

Фирманын президентинин чындыкты айтып жатканын ал көрсөткөн ведомостко карата текшерип көрөлү, анда:

Президент – \$4800, анын иниси – \$2000, 6 тууганы – \$500дан, 5 бригадир – ар бири \$400, 10 кызматкер – ар бири \$200 алышат экен.

Мындан фирманын президенти бир жактан туура айтканын көрүүгө болот, анткени жалпы кызматкерлердин айлыктарынын ортолomosу:

$$\frac{1 \cdot 4800 + 1 \cdot 2000 + 6 \cdot 500 + 5 \cdot 400 + 10 \cdot 200}{23} = \frac{13800}{23} = 600 \text{ доллар.}$$

Фирманын 23 кызматкеринин ичинен 13 кызматкер \$400дан же андан ашык алышкан.

Ал эми орточо айлыктын \$600 болгону, негизинен, президенттин жана анын туугандарынын чоң айлык алгандыгынан келип чыккан. Исабектин айлыгы болсо андагы 10 кызматкердин айлыгы менен тең болгон.

Бул мисалдан, ортолomonу билүү айрым учурларда гана жалган же туура эмес жыйынтыкка алып келерин көрүүгө болот. Ошондуктан статистикада

ортоломо менен катар медиан (Me) жана мод (Mo) деген түшүнүктөрдү билүү дагы зарыл. Каралган мисалда айлыктардын медианы: \$400, моду: \$200.

Берилген n сандарынын суммасын n ге бөлсөк, пайда болгон сан ортоломо деп аталат жана $\mu = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ формуласы менен табылат.

Сандардын тобун алардын өсүү же кемүү тартиби боюнча иреттесек, анда алардын так ортосунда турган сан анын медианы болот.

Иреттелген топто сандардын саны жуп сан болсо, анда анын **медианы** ортодогу эки сандын ортоломосуна барабар.

Сандардын тобунун ичинде эң көп жолу жолуккан санды топтун **моду** деп атайбыз. Сандардын тобу бир нече модго ээ болушу мүмкүн.

Бул жаңы түшүнүктөрдүн аныктамасын эске алып, 9чу маселени карасак, анда Тегизчил айылы үчүн койлордун жана жылкылардын медиандары алардын ортоломолоруна барабар болот, б. а. койлордуку – 33, жылкылардыкы – 12. Тегизчил айылындагы койлордун жана жылкылардын саны ар башка болгондуктан, алардын ар бири мод болот.

Жапкап айылындагы түтүндөрдө койлордун жана жылкылардын саны, 26чы түтүндү карабаганда, барабар. Демек, анда койлордун медианы да моду да 2, жылкылардыкы 1.

380. Эки дүкөндүн ар биринин кирешесинин модун жана медианын эсептеп, алардын көрсөткүчтөрүн салыштыргыла: «Альфа» дүкөнүнүн акыркы жумалардагы кирешеси (миң сом менен): 55; 54; 51; 55; 53; 53; 54; 52. Ал эми «Бетаныкы»: 54; 53; 70; 54; 53; 50; 50; 52; 50.



381. Буудайдын эки сортунун түшүмүнүн ар биринин модун жана медианасын эсептеп, алардын көрсөткүчтөрүн салыштыргыла: Мурдагы сорттогу 10 буудай талаасынын бир гектарынын түшүмү (центнер менен): 31; 29; 30; 33; 29; 30; 29; 31; 29; 33. Ал эми буудайдын жаңы сорту 12 талаага айдалып, ар бир гектарынын түшүмү (центнер менен): 33; 32; 31; 31; 32; 31; 29; 32; 32; 32; 13; 32.

14.12. Так сан элементтердин медианы

Медиан жөнүндө кененирээк сөз кыلالы.

Так сандагы сандардын тобунун элементтерин алардын өсүү же кемүү тартибинде иреттейли. Бул иреттелген сандар тобунун так ортосунда турган элемент анын медианы болот. N элементтен турган сандар тобунун медианынын номери $\frac{N+1}{2}$ формуласы менен табылат.

Эскертүү

Медиана деген термин геометрияда үч бурчтуктарды окутууда жолугат. Бул учурда болсо биз медиананы статистиканын түшүнүгү катары аныктап жатабыз.

Маселе

Берилген сандардын медианын тапкыла:

- a) {5; 7; 3; 4; -1};
- b) {4; 1; -2; -5; 9; 0; 5};
- c) {1,7; 2,6; -3,3; 3,3; -4,5};
- d) {-2,3; -2,8; -3,3; -3,8; -2,8}.

Чыгарылышы

a) Берилген {5; 7; 3; 4; -1} сандардын тобун иретке келтирсек: -1; 3; 4; 5; 7 болот. Анда медиандын мааниси үчүнчү орунда: $\frac{5+1}{2} = 3$ турган 4 санына барабар.

b) {4; 1; -2; -5; 9; 0; 5} сандардын тобу 7 элементтен турат. Анда анын медианы: -5; -2; 0; 1; 4; 5; 9 иреттелген топтун төртүнчү орунда турган 1 санына барабар.

c) {1,7; 2,6; -3,3; 3,3; -4,5} сандардын тобун иретке келтирип: -4,5; -3,3; 1,7; 2,6; 3,3 тобун алабыз. Анын медианы 1,7ге барабар.

d) Берилген {-2,3; -2,8; -3,3; -3,8; -2,8} сандардын тобун, анын кемүү тартибинде дагы иретке келтирсек болот, анда ал:

-2,3; -2,8; -2,8; -3,3; -3,8. Мында медиан -2,8ге барабар

382. Берилген сандардын медианын тапкыла:

- a) {23; 72; -33; 44; -31};
- b) {-24; 32; 1/2; 6,5; -121; 17; -26};
- c) {2,7; -2,36; -5,43; -13,13; -64,5}.



383. Берилген сандардын медианын тапкыла:

- a) {51; 17; 33; -14; -1};
- b) {14; 21; -12; -65; 21; 40; 56};
- c) {-1,7; 2,16; -3,13; -3,13; -14,5}.

14.13. Жуп сан элементтердин медианы

Жогорку учурларда топтун элементтеринин саны так болгонун байкадык. Ал эми топтун элементтеринин саны жуп болгондо эмне болот?

Элементтердин саны жуп болгондо, медиан иреттелген сандар тобунун номерлери $\frac{N}{2}$ менен $\frac{N}{2} + 1$ болгон, элементтеринин орточо-мосуна барабар.

Маселе

Сан тобунун медианын тапкыла:

- a) {15; 7; 1; 4; -1; -6};
- b) {2; 11; -2; -15; 19; 0; 5; -4};
- c) {7,7; 2,6; -3,3; 3,3; -4,5; 3,6}.

Чыгарылышы

a) {15; 7; 1; 4; -1; -6} сандардын тобун иретке келтирсек: -6; -1; 1; 4; 7; 15 болот, бул учурда (элементтердин саны жуп) $N/2$ менен $N/2 + 1$,

б.а. 3чү менен 4чү номерде, 1 менен 4 саны турат. Анда медиандын мааниси:

$$\frac{1+4}{2} = 2,5 \text{ ке барабар.}$$

b) Сандардын тобу {2; 11; -2; -15; 19; 0; 5; -4} 8 элементтен турат. Андыктан медиан иреттелген сандар тобунун: -15; -4; -2; 0; 2; 5; 11; 19; 4чү жана 5чи орунда турган элементтердин ортолосуна, б. а. $\frac{0+2}{2} = 1$ ге барабар.

c) {7,7; -2,6; -3,3; 1,3; -4,5; 3,6} сандардын тобун иретке келтирсек: 7,7; 3,6; 1,3; -2,6; -3,3; -4,5.

Демек, медиан: $\frac{1,3 + (-2,6)}{2} = -0,65$.

384. Сан тобунун медианын тапкыла:

- a) {0; 4/11; 7; -23; 4; -31};
- b) {-4; -0,2; 1/21; 6; -1,21; -17; 11/2; 6};
- c) {-2,17; -2,6; 0,43; -1,1; -1/4; -6,5}.



385. Сан тобунун медианын тапкыла:

- a) {5,1; 22; 17; 3,3; -14; -1};
- b) {1,4; 21; -1,2; -6,5; 21; 1,40; 5,6; 7};
- c) {11,7; 12,6; 6,5; -3,4; -3,13; 6,5}.

14.14. Мод

Маселе

Сан тобунун модун тапкыла:

- a) {1; 7; 1; 4; 1; -6};
- b) {2; 1; 2; 1; 1; 2; 5; 2};
- c) {7; 7; 6; 3; 3; -4; 5; 6};
- d) {-2; 8; -3; -8; 2}.

Чыгарылышы

a) Мында мод 1ге барабар – бул сан башкалардан көп, үч жолу кездешет.

б) Бул учурда дагы 1 саны үч жолу кездешет. Бирок ал мода эмес, анткени 2 саны төрт жолу кездешет, демек, мод 2.

с) Сандар тобунун үч моду бар, алар: 7; 6; 3 сандары, ар бири экиден кездешет.

д) Бул учурда берилген сандар тобунун ар бир элементи мод болот, анткени алар бирден гана жолу кездешет. Демек, моддордун саны 5.

Эскертүү

Сандар тобунун элементтеринин ар бири бирден жолу кездешсе, анда анын моду жок деп дагы айтышат.

386. Сан тобунун модун тапкыла:

- а) {0; 4; 7; 3; 4; -3};
- б) {-4; 2; 2; 6; 1; 1; 1};
- в) {-2; -6; 4; 1,1; 4; -6};
- г) {-12; 8; 0; -8; 2}.

 **387.** Сан тобунун модун тапкыла:

- а) {5; -2; 17; 3; 17; -1};
- б) {1; 9; -1; -6; 1; 9; -1; 7};
- в) {7; 5; 5; -3; 7; 5};
- г) {-3; 4; -6; 0; -8; 9}.

14.15. Мода жана медиан

Маселе

Суруолордун жоопторун таап, аларды мисалдар менен негиздегиле.

а) Беш сандан турган сандар тобу: бир, эки, үч, төрт, беш модко ээ боло алабы?

б) Беш сандан турган сандар тобу: бир, эки, үч, төрт, беш медианга ээ боло алабы?

с) Медиан моддон ар дайым чоң болот деген түшүнүк туурабы?

Чыгарылышы

а) Бир, эки жана беш модго ээ болушу мүмкүн.

Анын мисалдары: {1; 1; 4; 1; -6}, {1; 1; 4; 1; 4}; {1; 11; 4; -1; -6}. Үч жана беш мод болушу мүмкүн эмес. Үч мод болуш үчүн үч элемент топто жок дегенде экиден болушу керек, анда ал 6 элементтен кем болбош керек.

б) Ар бир сандык топтун бир гана медианы болот.

с) Медиан моддон чоң, андан кичине же ага барабар болушу мүмкүн. Ага мисалдар: {1; 4; 4}, {1; 1; 4}; {1; 1; 4; 1; -6}.

388. Суроолордун жоопторун таап, аларды мисалдар менен негиздегиле.

- а) Алты сандан турган сандар тобу: бир, эки, үч, төрт, беш, алты модго ээ боло алабы?
б) Медиан ортолмого ар дайым барабар деген түшүнүк туурабы?



389. Суроолордун жоопторун таап, аларды мисалдар менен негиздегиле.

- а) Төрт сандан турган сандар тобу: бир, эки, үч, төрт модго ээ боло алабы?
б) Мода ортолмодон сөзсүз чоң болот деген түшүнүк туурабы?

14.16. Орто маанилерди эсептөө

Маселе

Сегиз айдагы дүкөндүн кирешеси жана чыгашасы төмөндөгү таблицада берилди (млн сом менен):

Айлар	1	2	3	4	5	6	7	8
Киреше	6,7	9,2	11,2	8,6	10	9,2	10,1	8
Чыгаша	5,1	6,8	9,4	9,1	7,8	9,4	7,5	6,8

Мындагы:

- а) кирешенин;
б) чыгашанын;
с) пайданын (киреше – чыгаша) ортолмосун, медианын жана модун эсептегиле.

Чыгарылышы

- а) Бизге белгилүү, медианды жана модду табуу үчүн кирешенин маанилерин (өсүү же кемүү тартибинде) иреттеп түзүп алуу зарыл.
Анда:

Иреттелген киреше	6,7	8	8,6	9,2	9,2	10	10,1	11,2
-------------------	-----	---	-----	-----	-----	----	------	------

Мындагы элементтердин саны жуп болгондуктан, медиандын мааниси төртүнчү менен бешинчи орунда турган сандардын ортолмосуна барабар:
$$\frac{9,2 + 9,2}{2} = 9,2.$$

Ал эми таблицадан мода 9,2 экендиги көрүнүп турат. Ал бул учурда медиан менен бирдей экен. Ортоломо болсо:

$$\mu = \frac{6,7 + 8 + 8,6 + 9,2 + 9,2 + 10 + 10,1 + 11,2}{8} = 9,125.$$

б) Чыгашанын иреттелген таблицасын түзөлү:

Иреттелген чыгаша	5,1	6,8	6,8	7,5	7,8	9,1	9,4	9,4
-------------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Мында медиан: $\frac{7,5 + 7,8}{2} = 7,65.$

Бул иреттелген чыгашанын таблицасынан эки мода бар экендиги көрүнүп турат. Алар: 6,8 жана 9,4.

Ал эми ортоломо болсо:

$$\mu = \frac{5,1 + 6,8 + 6,8 + 7,5 + 7,8 + 9,1 + 9,4 + 9,4}{8} = 7,7375.$$

с) Аныктама боюнча: пайда киреше менен чыгашанын айырмасы болгондуктан, берилген таблицкага пайданы кошулу:

Айлар	1	2	3	4	5	6	7	8
Киреше	6,7	9,2	11,2	8,6	10	9,2	10,1	8
Чыгаша	5,1	6,8	9,4	9,1	7,8	9,4	7,5	6,8
Пайда	1,6	2,4	1,8	-0,5	2,2	-0,2	2,6	1,2

Мындан ары жогорудагы жол менен кетели, б.а. пайданын иреттелген таблицасын түзөлү, ал:

Иреттелген чыгаша	-0,5	-0,2	1,2	1,6	1,8	2,2	2,4	2,6
-------------------	------	------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Анда, медиан: $\frac{1,6 + 1,8}{2} = 1,7.$

Андагы элементтер кайталанбагандыктан алардын ар бири мод болот.

Ал эми ортоломо болсо:

$$\mu = \frac{-0,5 + (-0,2) + 1,2 + 1,6 + 1,8 + 2,2 + 2,4 + 2,6}{8} = 1,3875.$$

Бул сан 9,125 жана 7,7375 сандарынын айырмасы экенин байкоого болот, ал киреше менен чыгашанын ортоломолорунун айырмасына барабар. Бул кокустукпу же андай эмеспи? Ал эми мода менен медиан үчүн мындай учур болушу туурабы?



390. Элементтери үй-бүлө мүчөлөрүңөрдүн жаш курагын туюнта турган сандар тобунун модун, медианын жана ортоломосун эсептегиле.



391. Өзүңөрдүн жети досуңардын боюнун узундугун аныктагыла жана андан алынган сандар тобунун модун, медианын жана ортоломосун эсептегиле.



392. Аталган параграфта каралган маселелерге окшоштуруп, эки маселе түзгүлө.



$$t = S : v$$
$$1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$$
$$2x + 3y$$
$$A = Pt$$



1. Барселона менен Уругвайдын курама командасынын белгилүү футболисти Луис Суарес Испан чемпионатынын катар беш оюнунда катары менен 4; 4; 2; 1; 2 гол киргизген. Бул сандардын ортолomosун тапкыла.

2. Тактада беттеринин саны: 234; 304; 215; 511; 192; 347 болгон 6 китеп тизилген. Бул сандардын ортолomosун тапкыла.

3. Берилген сандардын ортолomosун тапкыла:

a) -73; 291; 626; -20; 312;

b) 9813093; 9813068; -9813102; 9813051;

c) $70\frac{1}{2}$; $-69\frac{5}{8}$;

d) 1728327; -1728315; 754791; 14900; -754799; -14922;

e) -4; -6; -8; -10; -12; -14; -16;

f) $511\frac{2}{3}$; $102\frac{3}{5}$; $-610\frac{1}{4}$.

4. 6^Г-класста 15 кыз жана 12 бала окуйт. Кыздардын орто бою 122 см, балдардыкы – 119 см. 6^Г-класстын окуучуларынын баарынын боюнун жалпы узундугу канча?

5. Киса Воробьянинов Остап Бендерге стулдарды сатып алууда 320 рубль коротконун айтты. Стулдардын орто баасы 25 рубль болгонун Остап уккандан кийин, ал Кисага эмне үчүн ачууланганын түшүндүргүлө.

6. Ар бир рейсте орто эсеп менен 2,6 тонна жүк жүктөгөн самосвал үч рейс жасаган. Эгерде ал биринчисинде 3,15 т, экинчисинде 2,43 т жүк ташыса, үчүнчү жолу канча жүк ташыган?

7. Мелистин 11 өгүзү жана 4 кунажыны бар. Кунажындын салмагы өгүздүкүнөн 12 кг жеңил. Мелистин малдарынын орто салмагы 142 кг болсо, анда өгүздүн жана кунажындын салмагы канча?

8. Беш баскетбол оюнчуларынын орточо бою 181 см. Бою 190 см болгон Арстандын ордуна Сулайман оюнга киргенде, беш оюнчунун орточо бою 177 см болуп калды. Сулаймандын бою канча?

9. Волейбол командасынын оюнчуларынын орточо бою 172 см. Айнуранын ордуна, бою 188 см болгон Наталья оюнга киргенде, команданын алты оюнчусунун орточо бою 175 см болуп калды. Айнуранын бою канча?

10. Китепканада математика боюнча 8 китеп жана тарых боюнча 6 китеп бар. Математика китеби – 320 беттен, ал эми тарых 443 беттен турса, бул

китептердин беттеринин ортолomosун тапкыла. Эгерде окуучулар китепканадан 3 математиканы жана 1 тарых китебин алып кетишсе, анда жооп кандай өзгөрөт?

11. «Чайка» хоккей командасында үч талаа оюнчулардын «бештиги» жана эки дарбазачы бар. Биринчи «бештиктин» орто салмагы 71 кг, экинчини – 78,4 кг, үчүнчүнүкү – 72,8 кг. Биринчи дарбазачынын салмагы 86 кг, экинчини – 74 кг. «Чайка» хоккей командасынын оюнчуларынын орточо салмагы канча?

12. Фермерлер чарбасы 9 аянтка буудай айдап, андагы 1чи аянттан 21 центнер буудай алган. Ал эми калган аянттардын түшүмү: 24; 18; 28; 18; 24,4; 21; 21; 19 центнер болгонун эске алып, жалпы түшүмдүн ортолomosун, медианын жана модун тапкыла.

13. 2017-жылда бир дүкөндүн кирешесинин жана чыгашасынын маанилери төмөндөгүдөй болгон (млн сом менен):

Айлар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Киреше	7	9	12	6	10	9	11	8	12	9	12	15
Чыгаша	5	6,8	9	4,1	7	6,6	7,5	6	8	7	8,5	13

Анда:

а) кирешенин; в) чыгашанын; с) пайданын (киреше – чыгаша) ортолomosун, медианын жана модун тапкыла.

14. Алынган кирешеге карата дүкөндүн ээси кызматкерлерине сыйлык берүүнү чечкенден кийин, кийинки айлардагы дүкөндөгү көрсөткүчтөр (2016-жыл) төмөндөгүдөй болгон (млн сом менен):

Айлар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Киреше	13	14	16	11	13	15	15	14	16	12	17	20
Чыгаша	11	12,6	13,8	9,1	11,7	13,6	12,5	13,6	14,8	11,7	16,5	19

Бул учурдагы 2017-жылдын:

а) кирешенин; в) чыгашанын; с) пайданын (киреше – чыгаша) орточо арифметикалык маанисин, медианасын жана модасын тапкыла.

15. 13- жана 14-мисалдардагы көрсөткүчтөрдү салыштыргыла. Мындай айырмачылыкка кандай себептер таасир эткен?

16. 5 окуучунун калтырган сабактарына талдоо жүргүзүү менен төмөндөгүдөй маалымат алынды: Аида – 5, Айжан – 14, Назгүл – 8, Канайым – 11 сабак

калтырган. Эгерде булар калтырган сабактардын ортолomosу 8 болсо, анда Мээрим канча сабак калтырган?

17. 7 студенттин салмактары төмөндөгүдөй болгон: Исмаил – 75 кг, Айша – 52 кг, Хусейн – 68 кг, Жусуп – 78 кг, Фатих – 65 кг, Сезен – 80 кг. Эгерде Сейфуллахтын салмагы калгандарынын салмактарынын медианына барабар болсо, анын салмагы канча?

18. «Канча чыны чай ичтиңер?» – деген суроого сыйлуу адамдар: Исмаил – 5 чыны, Айша – 4, Хусейн – 6, Жусуп – 8, Пынар – 6, Фатих – 6, Сердар – 7 чыны дешти. Айхан болсо ал ичкен чайдын чыныларынын саны тигилердикинин модуна барабар болот деди. Айхан канча чыны чай ичкен?

19. «Канча чыны чай ичтиңер?» – деген суроого сыйлуу адамдар: Иса – 5, Сейил – 4, Хамид – 6, Турусбек – 8, Алтынай – 6, Камал – 10, Асылбек – 7 чыны дешти. Анвардыкы – x . Анвар ичкен чайдын чыныларынын саны тигилердикинин модуна барабар болсо, анда ал канча чыны чай ичкен? Анын жообу бир маанилүүбү? Эгерде мода жалгыз болсо, анда мурдагы жооп кандай өзгөрөт?

20. Эгерде 6 сандан турган топтун ортолomosу 100, ал эми анын беш элементи 15; 21; 9; 32; 14 болсо, анда анын алтынчы элементи канчага барабар?

§ 15. Маалыматтарды уюштуруу

15.1. Жыштык таблицасы

Эгерде силер маалыматтарды жыйнасаңар, анда аларды уюштуруу керек болот. Уюштуруунун бир ыкмасы бул жыштык таблицасы болот.

Маселе

5-класстагы тесттин натыйжалары үчүн жыштык таблицасын түзгүлө: 30, 40, 20, 30, 10, 40, 50, 20, 10, 40, 50, 30.

Чыгарылышы

Жыштык бул канча адам белгилүү натыйжа алганын көрсөтөт. Мисалы, 2 адам 10 баллдан алышты. Бардык натыйжаны таблицкага жазалы.

Тесттин натыйжалары	Жыштык
10	2
20	2
30	3
40	3
50	2

393. Максим өзүнүн классташтарынын бут кийиминин өлчөмдөрүн жазды: 20, 18, 22, 19, 20, 18, 15, 16, 17, 18, 21, 22, 16, 15, 16, 17

- а) Бут кийимдин өлчөмдөрүнүн жыштык таблицасын түзгүлө.
- б) Канча окуучунун бут кийиминин өлчөмү 20дан кичине?
- с) Канча окуучунун бут кийиминин өлчөмү 18ден чоң?



394. Малика өзүнүн достору жакшы көргөн түстөрдү жазды: көк, кызыл, жашыл, сары, кызыл, көк, сары, кызыл, көк, көк, кызыл, сары, жашыл, жашыл.

Түстөрдүн жыштык таблицасын түзгүлө.

15.2. Топтордун жыштык таблицасы

Маселе

Класста 16 окуучунун салмагын ченешти: 33, 45, 38, 53, 47, 56, 67, 64, 35, 71, 67, 65, 72, 71, 43, 42. 30 – , 40 – , ... топторуна бөлүп, топтордун жыштык таблицасын түзгүлө.

Чыгарылышы

Топ	Жыштык
30–39	3
40–49	4
50–59	2
60–69	4
70–79	3

395. Мугалим 18 окуучунун бойлорунун узундугун ченеди: 102, 112, 145, 133, 122, 118, 123, 137, 147, 156, 103, 114, 121, 109, 122, 143, 139, 161.

Маалыматтарды 100 – , 110 – , ... топторуна бөлүп, топтордун жыштык таблицасын түзгүлө.

396. Мугалим окуучулар математика боюнча берилген маселени чыгарган убакытты ченеди. Убакыт мүнөт менен көргөзүлгөн. 8, 12, 23, 34, 4, 17, 43, 15, 9, 27, 21, 13, 45, 51, 61, 14

Топторго ылайыкташтырып бөлүп, жыштык таблицасын түзгүлө.

15.3. Гистограммалар

Маалыматтарды ар түрдүү чагылдырышат. Ошондуктан маалыматтарды өтө ачык жана эффективдүү чагылдырган ыкманы тандоо маанилүү.

Маселе

Жыштык таблицасы класстагы 20 окуучунун бут кийимдеринин өлчөмдөрүн көргөзөт.

Бут кийимдин өлчөмү	Жыштыгы
20	1
20,5	2
21	3
21,5	6
22	5
22,5	2
23	1

Чыгарылышы

Таблицаны гистограмма түрүндө көрсөтөлү.



Гистограммалар белгиленген касиеттерге ээ:

- мамычалардын ар биринин туурасы бирдей болот, ал эми анын бийиктиги жыштыкты көрсөтөт;
- мамычалар бири-бири менен байланышат;
- маанилер ар бир мамычанын ортосуна жазылат.

397. Төмөндө 20 пакеттин ар бириндеги момпосуйлардын саны көргөзүлгөн.

22 23 23 24 22 25 23 22 25 24
24 25 24 22 23 24 25 24 23 24

- а) Маалыматтарды жыштык таблица түрүндө көргөзгүлө;
б) Маалыматтарды гистограмма түрүндө көргөзгүлө.



398. Өз классыңдагы бардык окуучулардын бут кийимдеринин өлчөмдөрүн жазгыла.

- а) Маалыматтарды жыштык таблица түрүндө көргөзгүлө;
б) Маалыматтарды гистограмма түрүндө көргөзгүлө;
с) Силер бул натыйжалардан кандай жыйынтык чыгарасыңар?

15.4. Гистограмманы түзүү

Маселе

Окуучулар гүлдөрдүн бийиктиктерин ченешти жана таблицка жазышты. Маалыматтарды гистограмма түрүндө көргөзгүлө.

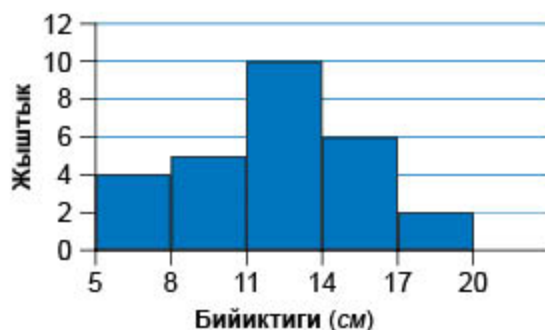
Бийиктик (см)	5–7	8–10	11–13	14–16	17–19
Жыштык	4	5	10	6	2

Чыгарылышы

Ар бир топ бул «класс» же «интервал».

Эгерде бийиктиги 7,6 болгон гүл колго тийсе, анда аны (8–10) тобуна жазабыз, бул топко бийиктиги 5тен чоң же барабар жана 8ден кичине болгон бардык гүлдөр кирет.

Гистограмманы тарталы:



399. Таблицада окуучулардын мектепке барганга кеткен убактысы көргөзүлгөн.

Убакыт мүнөт менен	Жыштык
10–19	4
20–29	5
30–39	9
40–49	3
50–59	2

Маалыматтарды гистограмма түрүндө көргөзүлө.



400. Мугалим ар бир окуучунун боюн ченеди жана таблицкага жазды.

Бою (см)	Жыштык
120–124	2
125–129	4
130–134	8
135–139	5
140–144	3
145–149	2

- Маалыматтарды гистограмма түрүндө көргөзүлө;
- Бою төмөнкү окуучуларды силер кайсы топко жазасыңар?

15.5. Полигондор

Жыштык таблицалар полигондор түрүндө да көргөзүлөт. Полигонду сүрөттөш үчүн биз ар бир интервалдын ортосун – **ортодогу чекитти** көрсөтөбүз.

Маселе

Таблица окуучулардын маселе чыгарганга кеткен убактысын көрсөтөт.

Убакыт (мүнөт менен)	Жыштык
$0 \leq B < 10$	6
$10 \leq B < 20$	8
$20 \leq B < 30$	3
$30 \leq B < 40$	2

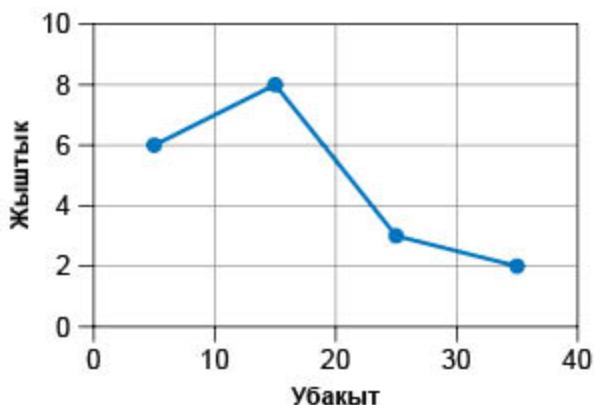
Полигонду сүрөттөгүлө.

Чыгарылышы

Адегенде ортодогу чекиттерди көрсөтөбүз.

Убакыт (мүнөт менен)	Жыштык	Ортодогу чекит
$0 \leq B < 10$	6	5
$10 \leq B < 20$	8	15
$20 \leq B < 30$	3	25
$30 \leq B < 40$	2	35

Андан соң, ортодогу чекиттерди туташтырып полигонду сүрөттөйбүз:



401. Даниель өзүнүн бакчасындагы өсүмдүктөрдүн бийиктиктерин жазды.

Бийиктик (см)	Жыштык	Ортодогу чекит
$10 \leq B < 20$	3	
$20 \leq B < 30$	5	
$30 \leq B < 40$	9	
$40 \leq B < 50$	4	

а) Таблицаны толуктагыла.

б) Маалыматтарды полигон түрүндө көргөзгүлө.



402. Таблицада 9-класстын окуучуларынын салмагы көргөзүлгөн.

Салмак (кг)	Жыштык	Ортодогу чекит
$40 \leq B < 50$	8	
$50 \leq B < 60$	10	
$60 \leq B < 70$	6	
$70 \leq B < 80$	2	

- а) Таблицаны толуктагыла.
 б) Маалыматтарды полигон түрүндө көргөзүлө.
 в) Бул класста бардыгы канча окуучу бар?
 г) Бул класста салмагы 60 кгдан төмөндөрдүн үлүшү канча?

15.6. Тегерек диаграммалар

Тегерек диаграммалар – бул маалыматтарды көрсөтүүнүн дагы бир жолу. Силер бул диаграммаларды бүтүндүн үлүштөрүн көрсөткүчөр келгенде колдонсоңор болот.

Маселе

Мектептин 200 окуучусу мектепке төмөндөгүдөй жол менен келишет: 60 окуучу автобус менен, 40 окуучу маршрутка менен 70 окуучу жөө 30 окуучу машина менен.

Буларды тегерек диаграмма түрүндө көрсөткүлө.



25-сүрөт

Чыгарылышы

Автобус менен келгендердин үлүшү:

$$\frac{60}{200} = \frac{30}{100} = 30\%.$$

403. Калган бөлүктөрдү эсептеп диаграмма түзөбүз.

Малика 10 000 сом иштеп тапты. Ал бул акчаларды төмөнкүдөй коротту: кроссовкага – 3000; кафега – 1000; кыска шымга – 200; банктагы сактык кассага – 3500; кинотеатрга – 500.

Буларды тегерек диаграмма түрүндө көргөзүлө.



404. Класстагы 32 окуучу жакшы көргөн сабактарына добуш беришти: физика – 4, математика – 12, англис тили – 6, испан тили – 6, химия – 4.

- а) Тегерек диаграмманы түзгүлө.
 б) Окуучулардын канча проценти математиканы тандаган?



405. Көпчүлүктү кызыктырган тема тандап (жактырган футбол командасы, мектепке жетүүгө сарпталган убакыт, ...), классыңарда сурамжылоо жүргүзүлө. Маалыматтарды жыштык таблица түрүндө көргөзүлө.

$$VI + IV = X$$

$$P = 2(a + b)$$

$$14x = -42$$

$$88 = 22$$

$$11 \text{ only } 28$$



1. Адам оюн сөөкчөнү ыргытты да натыйжаларды жазды:

1, 4, 3, 2, 2, 1, 3, 4, 3, 6

4, 6, 5, 6, 4, 6, 2, 3, 1, 4

Натыйжаларды жыштык таблица түрүндө жазгыла.

2. 18 оюнда баскетбол командасынын киргизген голдору көрсөтүлгөн.

41, 52, 33, 45, 67, 53, 49, 21, 57

39, 61, 43, 46, 24, 36, 54, 41, 38

Топторго ылайыкташтырып бөлүп, топтордун жыштык таблицасын түзгүлө.

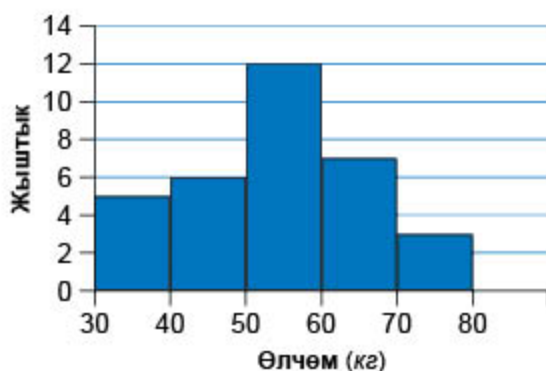
3. 82 окуучунун тесттеринин натыйжалары таблицада берилди.

0–19	20–29	30–39	40–49	50–59	60–69	70–79	80–89	90–99
8	10	14	18	15	5	6	4	2

а) Интервалдары 20 балл болгон башка таблица чийгиле.

б) Андан соң, маалыматтарды гистограмма түрүндө көргөзгүлө.

4. Гистограмма 7-класстын окуучуларынын салмагын көргөзөт.



а) 60–69 тобунда канча окуучу бар?

б) Бул гистограмманы колдонуп жыштык таблицасын түзгүлө.

с) Окуучунун кандай салмагы минималдуу болушу мүмкүн?

д) Окуучунун кандай салмагы максималдуу болушу мүмкүн?

5. Студенттердин үй тапшырмаларга кетирген убактылары таблицада көргөзүлгөн.

Убакыт (мүнөт)	Жыштык	Ортодогу чекит
10–19	2	
20–29	4	
30–39	10	
40–49	3	

а) Таблицаны толуктагыла.

б) Маалыматтарды полигон түрүндө көргөзүлө.

6. Мектептин бюджети төмөнкүдөй сарпталат:

55% – мугалимдерге маяна; 15% – класстарды ремонттоо; 10% – китептерди сатып алуу; 10% – компьютер сатып алуу; 5% – спорт залды жаңылоо; 5% – оюнчук сатып алуу.

а) Маалыматтарды тегерек диаграмма түрүндө көргөзүлө.

б) Эгерде мектеп спорт залды жаңылоого 2000 сом сарптаса, анда бюджет бардыгы канча болгон?

7. Мектептин бюджетинин тегерек диаграммасы берилди (26-сүр. кара).

а) Эгерде ремонтко 3000 сом сарптаса, анда бюджет бардыгы канча болгон?

б) Ар бир секторго канча сарпталганын эсептегиле.

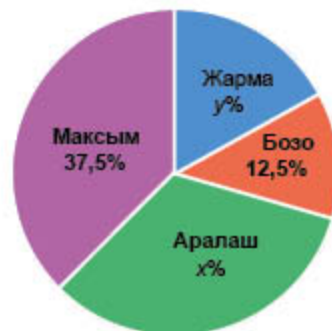
8. Диаграмма «Шоронун» ар башка түрлөрүнүн сатылыш көлөмүн көргөзөт. (27-сүр. кара).

а) «Бозо шоро» бардык сатылыштын канча бөлүгүн түзөт?

б) Эгерде «Жарма шоронун» сатылыш көлөмү бардык сатылгандардын $\frac{34}{200}$ ин түзсө, анда $x\%$ жана $y\%$ канчага барабар экенин эсептегиле.



26-сүрөт



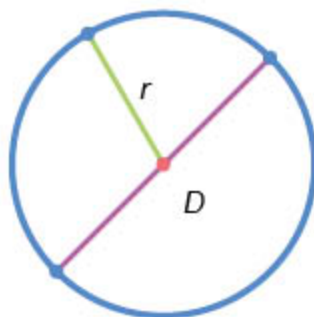
27-сүрөт

§ 16. Айлана. Тегерек. Сектор

16.1. Айлананын узундугу. Тегеректин аянты

Тегерек деген эмне? – деп сурасам, менин таанышым ачууланды. Ушундай да кызык суроо болобу? – Тегерек деген тегерек. Муну элдин баары билет, – деп жооп берди.

Бирок илимде баары билет деген сөз жетиштүү эмес. Илимий аныктама керек.



28-сүрөт

Борбор деп аталган кандайдыр бир чекиттен бирдей алыстыкта жайгашкан тегиздиктин чекиттеринин көптүгү **айлана** деп аталат.

Айлананын чекитин анын борбору менен бириктирген кесинди **радиус** деп аталат.

Айлананын эки чекитин, анын борбору аркылуу өтүп, бириктирген кесинди **диаметр** деп аталат.

Айлана менен чектелген тегиздиктин бөлүгү **тегерек** деп аталат.

Бир түз сызыкта жаткан эки радиус диаметр болорун түшүнүү кыйын эмес. Ошондуктан, r – радиустун узундугу, D – диаметрдин узундугу болсо, анда $D = 2r$.

Байыркы математик көптөгөн маселелерди чыгарышкан, геометриялык объекттердин ар түрдүү касиеттерин аныкташкан. Бирок, бир нече маселе чыгарылган эмес. Алардын бири – аянты берилген квадраттыкына барабар тегеректи чийүү. Кеп жалкоолукта же «акыл жетпестикте» эмес. Бул маселени чыгарыш мүмкүн эмес. Себеби, тегеректин аянтынын жагы радиуска барабар квадраттын аянтына болгон катыш эч кандай бүтүн сандардын катышы болбойт.

Бул катыш айлананын узундугунун анын диаметрине болгон катышына барабар экен. Аны математиктер грек тамгасы π (**пи** деп окулат) менен белгилейли деген чечимге келишкен.

Практикада анын болжол мааниси 3,14 колдонулат. Тагыраак маани керек болсо, анда $\pi \approx 3,1415926535897932$. Бул маани да так эмес экенин белгилей кетүү керек — пи санынын так маанисин жазыш үчүн чексиз сан цифра керек.

Маселе

- 1) Диаметри 4 см болгон айлананын узундугун тапкыла.
- 2) Узундугу 9,42 см болгон айлананын радиусун тапкыла.
- 3) Радиусу 2,5 м тегеректин аянтын тапкыла.

Чыгарылышы

1) Айлананын узундугун C деп белгилейли. Анда, жогоруда айтылган, формула тилинде:

$$C = \pi D,$$

демек, так жооп $C = 4\pi$. Жоопту сан түрүндө жазыш үчүн π санынын болжолдуу маанисин колдонуш керек.

Эгер $\pi = 3,14$ деп алсак, анда $4 \cdot 3,14 = 12,56$ см.

- 2) Тапшырманы аткарыш үчүн

$$C = 2\pi r,$$

формуласын колдонобуз. Мындан, $r = \frac{C}{2\pi}$.

$$\text{Ошондуктан, } r = \frac{9,42}{2\pi} = \frac{4,71}{\pi}.$$

π санын 3,14 деп алып, $r = \frac{4,71}{\pi} = 1,5$ деп табабыз.

- 3) Тегеректин аянтын S деп белгилейли.

Анда, жогоруда айтылганды дагы бир жолу колдонуп, $S = \pi r^2$ формуласына келебиз.

$$\text{Анда, } S = \pi r^2 = \pi(2,5)^2 = 6,25\pi.$$

Демек, аянттын жакындатылган мааниси $S = 6,25\pi = 6,25 \cdot 3,14 = 19,625$ м².

406. Диаметри 3,5 см болгон айлананын узундугун тапкыла.

407. Узундугу 13,816 см болгон айлананын радиусун тапкыла.

408. Радиусу 4,25 м тегеректин аянтын тапкыла

 409. Диаметри 6,1 см болгон айлананын узундугун тапкыла.

 410. Узундугу 15,7 см болгон айлананын радиусун тапкыла.

 411. Радиусу 4 м тегеректин аянтын тапкыла.

16.2. Айлананын узундугу. Тегеректин аянты. Колдонмолор

Маселе

Жер шарынын экваторунун узундугун тапкыла.

Чыгарылышы

Маалыматтардан баштайлы.

Экватор деп Жер сферасын түндүк жана түштүк жарым сферага бөлгөн айлана аталат.

Жер радиусу 6378 км.

Ошондуктан экватордун узундугу:

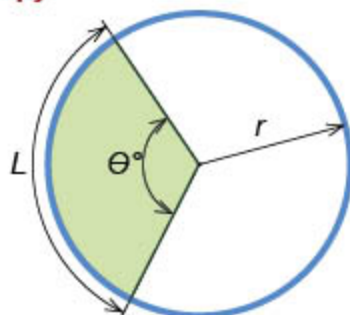
$$C \approx 2\pi \cdot 6378 \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 6378 \approx 40\,054 \text{ км.}$$

412. Дөңгөлөк 3768 м аралыкта 1600 жолу айланды. Анын диаметрин тапкыла.



413. Канайым менен Сыргак диаметри 30 см болгон тегерек дарбыз сатып алышты. Аны экиге бөлүп жарымын жеп, экинчисин муздаткычка коюшту. Дарбыздын кесилген жерин жапкан плёнканын аянтын тапкыла.

16.3. Тегеректин сектору



29-сүрөт

Эки радиус менен чектелген тегеректин бөлүгү **тегеректин сектору** деп аталат.

Эки радиус бири-бирине перпендикулярдуу болсо, алар тегеректи экиге бөлөт: биринчиси тегеректин төрттөн бири, экинчиси тегеректин төрттөн үчү. Демек, 90° бурчту түзгөн эки радиус менен чектелген сектордун аянты $\frac{1}{4} \cdot \pi r^2$ болот.

Бул секторду экиге бөлүп, 45° бурчту түзгөн эки радиус менен чектелген сектордун аянты $\frac{1}{8} \cdot \pi r^2$ экендигин билебиз. Аянттарды чагылдырган формулаларда $\frac{1}{12} \cdot \pi r^2$ экендигин билип, төмөнкү формуланы алабыз: $\frac{1}{4} = \frac{90^\circ}{360^\circ}$; $\frac{1}{8} = \frac{45^\circ}{360^\circ}$; $\frac{1}{12} = \frac{30^\circ}{360^\circ}$...

θ° бурчун түзгөн эки радиус менен чектелген сектордун аянты $\frac{\theta}{360} \cdot \pi r^2$.

θ° бурчу **борбордук бурч** деп аталат.

Эки радиус менен чектелген айлананын бөлүгү айлананын **жаасы** деп аталат.

Тегеректин секторуна тиешелүү ой жүгүртүүнүн негизинде θ° бурчун түзгөн эки радиус менен чектелген айлананын жаасынын узундугу $\frac{\theta}{360} \cdot 2\pi r$ экенине ынанабыз.

Маселе

1) 120° борбордук бурчка дал келген жаасынын узундугу 31,4 м болгон айлананын радиусун тапкыла.

2) Радиусу 2 м болгон, 20° борбордук бурчка дал келген тегеректин секторунун аянтын тапкыла.

Чыгарылышы

1) Жаанын узундугу L болсо, $L = \frac{\theta}{360} \cdot 2\pi r$ формуласынан $31,4 = \frac{120}{360} \cdot 2\pi r$.
Ошондуктан $31,4 = \frac{2}{3} \cdot \pi r$.

$r = \frac{47,1}{\pi} \cdot \pi = 3,14$ деп алсак, айлананын радиусунун жакындатылган мааниси $\frac{47,1}{3,14} = 15$ м.

2) Тапшырманы аткарыш үчүн $S_s = \frac{\theta}{360} \cdot \pi r^2$, формуласын колдонобуз.
Мындан, $S_s = \frac{20}{360} \cdot \pi 2^2 = \frac{2}{9} \pi$.

Демек, аянттын жакындатылган мааниси $\pi = 3,14$: $S_s \approx \frac{2}{9} \cdot 3,14 \approx 0,7$ м.

414. 1) 40° борбордук бурчка дал келген жаасынын узундугун тапкыла. Айлананын диаметри 5 см ($\pi \approx 3,14$).

415. 2) Радиусу 8 м болгон, 75° борбордук бурчка дал келген тегеректин секторунун аянтын тапкыла ($\pi \approx 3,14$).

 **416.** 1) 15° борбордук бурчка дал келген жаасынын узундугун тапкыла. Айлананын радиусу 8 мм. ($\pi \approx 3,14$).

 **417.** 2) Радиусу 10 м болгон, 81° борбордук бурчка дал келген тегеректин секторунун аянтын тапкыла. ($\pi \approx 3,14$).



1. Диаметри 9,1 см болгон айлананын узундугун тапкыла.
2. Узундугу 14,13 см болгон айлананын радиусун тапкыла.
3. Радиусу 7 м тегеректин аянтын тапкыла.
4. Диаметри 75 см болгон дөңгөлөк 200 жолу айланды. Өтүлгөн жолдун узундугун тапкыла ($\pi \approx 3,14$).
5. 60° борбордук бурчка дал келген айлананын жаасынын узундугун тапкыла. Айлананын диаметри 6 см. ($\pi \approx 3,14$).
6. Радиусу 8 м болгон, 75° борбордук бурчка дал келген тегеректин секторунун аянтын тапкыла. ($\pi \approx 3,14$).

Өз алдынча иштөөгө багытталган материалдар

А1. Сыйкырдуу таблица

1.1. Ондук бөлчөктөр түзгөн таблица

Жайкы каникулдан келишкен 6-класстын окуучулары эс алууну өз ара кызуу талкуулап жатышты. «Эгемендүүлүк күнүнө карата мен сыйкырдуу таблица түздүм», – деди Айгүл. «О, кандай кызык! Көрсөтсөң!» – дешип шаштыра баштады курбулары. Ал бир баракка жазылган төмөнкү таблицаны алып чыкты.

10,55	12,36	12,66
11,47	13,28	13,58
5,14	6,95	7,25

Тилек таблицадан 11,47 санын тандап алып, «сим-салабим» деген сыйкырдуу сөздү айтканда, тандалган сандар менен бир мамычада жана бир жолчодо турган сандар таблицадан жоголуп кетти.

	12,36	12,66
11,47		
	6,95	7,25

Кийинки 12,66 санын Турар тандады. «Ахалай-махалай» деген сыйкырдуу сөздөн кийин, ал сан менен бир мамычада жана бир жолчодо турган сандар жоголду.

		12,66
11,47		
	6,95	

Балдар калган сандарды кошкондо $11,47 + 6,95 + 12,66 = 31,08$ – эгемен күнү пайда болду.

«Биздин өлкөнүн башкы майрам күнүн туюндурган даңктуу күн 31,08 менен дагы таблица түздүм», – деп Мурат төмөнкү таблицаны көрсөттү.

1,06	14,06	19,55
-5,27	7,73	13,22
3,8	16,8	22,29

«Бул майрам жакында эле болду, ошондуктан менин таблицам дагы ушул эле санга байланыштуу», – деп сөзгө аралашкан Ормон өзүнүн төмөнкү таблицасын көрсөттү.

8,84	26,21	39,22	13,04
0,93	18,3	31,31	5,13
4,85	22,22	35,23	9,05
-35,49	-18,12	-5,11	-31,29

418. Сыйкырдуу таблицадан Ирина өзүнүн туулган күнүн качан майрамдаарын билгиле.

9,27	11,35	7,84
8,77	10,85	7,34
10,4	12,48	8,97

419. Ар бир жолу биринчи мамычада турган сандан баштап, Ормондун таблицасы сыйкырдуу экендигин үч жолу сынап далилдегиле.

 **420.** Бул сыйкырдуу таблицадан Ольга өзүнүн туулган күнүн качан майрамдаарын билгиле.

3,61	5,93	6,89
2,33	4,65	5,61
-2,48	-0,16	0,8

 **421.** Ар бир жолу биринчи жолчодо турган сандан баштап, Мураттын таблицасы сыйкырдуу экендигин үч жолу сынап далилдегиле.

1.2. Сандарды жайгаштыруу принциби

«Мен мындай таблицаларды каалагандай санда түзө алам», – деди Акылай. «Койсоңчу!» – дешип балдар ага ишенбеди. «Анткени мен мындай сыйкырдуу таблицалар кандай түзүлөрүн түшүндүм, аны силер деле түшүнөсүңөр деп ойлойм», – деп сөзүн улады Акылай. Анан ал төмөнкү сыйкырдуу таблицаларга жакшылап көңүл бурууга чакырды.



422. Балдарга кошулуп, төмөнкү таблицалардагы сандардын иретин байкагыла.

1)

3	6
4	7

2)

14	16
21	23

3)

32	58
16	42

4)

-5	1
12	18

5)

12	14	15
11	13	14
19	21	22

6)

3	13	4
8	18	9
6	16	7

7)

10,5	11,5	10,4
8	9	7,9
13	14	12,9

8)

21	15	25
-3	-9	1
12	6	16

Бир нече убакыттан кийин Максат: «Мен буга түшүндүм», – деди. «Мен дагы», – деп ага Салтанат кошулду. Силер дагы түшүндүңөр го.

423. Таблицалар сыйкырдуу экендигин далилдегиле.

1)

15	20	30
9	14	24
6	11	21

2)

5	7	12
3	5	10
10	12	17

424. 1- жана 2-таблицаларда силер байкаган сандардын ирети орун алабы?



425. Сандардын иретин туура аныктаганыңарга ынануу үчүн жетишпеген сандарды кийинки таблицаларга жазгыла, анан «сыйкырдуу» таблицанын пайда болгонуна ынангыла.

1)

8		5
11	16	8
12		

2)

		12
		10
10	12	15

3)

18	23	
1	6	8
21		

4)

-5		
4		
11	2	5

1.3. Сыйкырдуу таблицанын сыры

Эми биз сыйкырдуу таблицанын сырын ачууга даярбыз: сыйкырдуу дуба айтуу менен, ар бир мамыча жана жолчодон бирден сан тандап алабыз, ал эми таблицадагы ар бир сан мамыча жана жолчо «түзүүчүлөрүнүн» суммасы болот.

Түзүүчү деген эмне?

Төрт элементти камтыган жана «сыйкырдуу» сан катылган «сыйкырдуу» таблицаны алуу үчүн сыйкырдуу санды 4 кошулуучу-түзүүчүгө ажыратабыз жана алардын ар бирине бирден мамыча жана жолчо «бекитебиз». Таблицанын торчосуна ага туура келген жолчо жана мамыча түзүүчүлөрүнүн суммасын жазабыз. Мисалга, суммасы 21ге барабар болгон сыйкырдуу таблица төмөндөгүдөй алынышы мүмкүн: 21 санын түзүүчүлөргө ажыраталы: $21 = 9 + 7 + 3 + 2$.

Эскертүү

Кошуучуларга ажыратканда биринчи үч мүчө каалагандай тандалып алынат, ал эми акыркы сыйкырдуу сан менен алдынкы алынган үч сандын суммасынын айырмасы болуш керек.

Таблица сызып, ага түзүүчүлөрдү коюп чыгалы:

	9	7
3		
2		

Ар бир торчого туура келүүчү мамыча менен жолчо түзүүчүлөрүнүн суммасын жазалы:

	9	7
3	12	10
2	11	9

Мындан, 21 «сыйкырдуу» сандын таблицасы жаралганын көрүүгө болот.

«Сим-салабим» жана «ахалай-махалай» дубасын айткандан кийин суммасы сыйкырдуу санга барабар болгон үч сан кала турган «сыйкырдуу таблицаны» алуу үчүн ал санды 6 кошулуучу-түзүүчүгө ажыратып, алардын ар бирине бирден мамыча жана жолчо «бекитебиз». Таблицанын ар бир торчосуна ага туура келген жолчо жана мамыча түзүүчүлөрүнүн суммасын жазабыз. Мисалга, сандардын суммасы 101ге барабар болгон сыйкырдуу таблица төмөндөгүдөй алынышы мүмкүн: 101 санын түзүүчүлөргө ажыраталы:

$$101 = 10 + 20 + 30 + 14 + 15 + 12.$$

Эскертүү

Кошуучуларга ажыратканда биринчи беш мүчө каалагандай тандалып алынат, ал эми акыркы – сыйкырдуу сан менен алдыңкы алынган беш сандын суммасынын айырмасы болот.

Таблица сызып, ага түзүүчүлөрдү коюп чыгалы:

	10	20	30
14			
15			
12			

Ар бир торчого туура келүүчү мамыча менен жолчо түзүүчүлөрүнүн суммасын жазалы:

	10	20	30
14	24	34	44
15	25	35	45
12	22	32	42

Бул таблица «сыйкырдуу» экени түшүнүктүү, ал эми анын сыйкырдуулугун оңой эле түшүнсөк болот.

«Сыйкырдуу» дубаны айтуу менен, биз ар дайым түзүүчүлөрдүн суммасы болгон үч санды тандап алабыз, б. а. ар бир жолу биз тандалган сандардын суммасын табуу менен, түзүүчүлөрдүн суммасын таап турабыз. Ар түрдүү үч санды тандоо менен, бири-биринен кошулуучу-түзүүчү сандардын тартиби менен гана айырмаланган сумманы жаратабыз.

Кошулуучулардын орун алмашуусунан сумма өзгөрбөй тургандыгы белгилүү болгондуктан, кошулгандан кийинки натыйжа өзгөрүүсүз калат.

Ошол эле сыяктуу 4×4 көлөмүндөгү таблицаны дагы түзүүгө болот. Бул учурда 5×5 көлөмүндөгү 8 түзүүчү керек болот ж. у. с.

Маселе

Сыйкырдуу таблицаны түзгүлө:

а) жыйынтыгында 9,9 санын берген 3×3 көлөмүндөгү таблица;

б) жыйынтыгында 9 санын берген 4×4 көлөмүндөгү таблица.

Чыгарылышы

Жогоруда айтылгандардан маселенин чыгарылыштары көп экендиги тууралуу тыянак чыгат: таблица түзүүчүлөрдөн көз каранды, ал эми түзүүчүлөр – суммасы сыйкырдуу санга барабар кошулуучулардын каалагандай сандарынын тобу.

1) Бул таблица 6 түзүүчүдөн турат – ар бир мамычага жана жолчого бирден түзүүчү туура келет. Жогоруда белгиленгендей, биринчи 5 кошулуучуну каалагандай алууга болот, анан сыйкырдуу сан чыгыш үчүн алардын суммасына алтынчы сан кошулат. Мындай тапшырманы топтук иште аткарууда, балдарга каалаган сандарды айтуу сунушталат.

Мисалга, 2,15; -9; -1,7; 3,21; 5,5 сандары аталсын.

Анда алтынчы түзүүчү сан x : $2,15 + (-9) + (-1,7) + 3,21 + 5,5 + x = 9,9$ теңдемесин канааттандырса, сыйкырдуу таблица даяр болот.

Демек, $0,16 + x = 9,9$ жана $x = 9,9 - 0,16 = 9,74$ болот. Эми таблица сызып, түзүүчүлөрдү жайгаштырабыз:

	2,15	-9	-1,7
3,21			
5,5			
9,74			

жана ар бир торчону тиешелүү сумма менен толтурабыз:

	2,15	-9	-1,7
3,21	5,36	-5,79	1,51
5,5	7,65	-3,5	3,8
9,74	11,89	0,74	8,04

Текшерүүдөн кийин түзүлгөн таблицанын «сыйкырдуу» экенине ынанабыз. Мисалга, башкы диагональ боюнча турган сандардын суммасы:

$$5,36 + (-3,5) + 8,04 = 9,9.$$

2) Бул таблица үчүн 8 түзүүчү керек – мамыча жана жолчонун санына жараша. Биринчи 7 түзүүчүнү эркин тандайлы, алар: 21,1; -19; -1,27; 13,2; 5,15; -2; 7; алардын суммасына 9 саны чыга турган сегизинчи y түзүүчүнү кошолу. Анда $21,1 + (-19) + (-1,27) + 13,2 + 5,15 + (-2) + 7 + y = 9$ теңдемесине ээ болобуз. Мындан $24,18 + y = 9$ жана $y = 9 - 24,18 = -15,18$ келип чыгат.

Таблица сызып, түзүүчүлөрдү ордуларына коёбуз:

	21,1	-19	-1,27	13,2
5,15				
-2				
7				
-15,18				

жана ар бир торчону тиешелүү сумма менен толтурабыз:

	21,1	-19	-1,27	13,2
5,15	26,25	-13,85	3,88	18,35
-2	19,1	-21	-3,27	11,2
7	28,1	-12	5,73	20,2
-15,18	5,92	-34,18	-16,45	-1,98

Экинчи диагоналда турган сандардын суммасы:

$5,92 + (-12) + (-3,27) + 18,35 = 9$, бул натыйжа биздин эсептөө туура экенин бекемдейт.

426. Сыйкырдуу таблицаны түзгүлө:

- 1) 3×3 өлчөмүндө болуп, натыйжасы; а) 77; б) 101 санын берген;
 2) 4×4 өлчөмүндө болуп, натыйжасы; а) 57; б) 127 санын берген.



427. Сыйкырдуу таблицаны түзгүлө:

- 1) 3×3 өлчөмүндө болуп, натыйжасы; а) 46; б) 210 санын берген;
 2) 4×4 өлчөмүндө болуп, натыйжасы; а) 37; б) 300 санын берген.



428. Сыйкырдуу таблицаны түзгүлө:

- 1) натыйжасы сенин апандын туулган күнүн берген 3×3 өлчөмүндөгү таблица;
 2) натыйжасы сенин атаңдын туулган күнүн берген 4×4 өлчөмүндөгү таблица.

1.4. Сыйкырдуу таблицалардын мүнөздөмө касиети

Сыйкырдуу таблицалардын маңызы түшүнүктүү болгондон кийин анын мүнөздөмө касиети дагы белгилүү болду. Коңшу жолчолордо турган элементтер бири-биринен бирдей сандар менен айырмаланат. Ошондой эле касиетке мамычаларнын элементтери дагы ээ болот. Ар бир учур үчүн айырма туура келген түзүүчүлөрдүн айырмасына барабар болот.

Маселе

Таблицаларды жетпеген сандар менен толтуруп, жыйынтыгында сыйкырдуу таблица пайда болгонуна ынангыла:

1)

	3,17
-5	14

2)

5	-3	1,2
		1,9
10		

3)

5		12	
		-9	10
10			
3	-2		

Чыгарылышы

1. Торчого жазыла турган санды a менен белгилейли. Анда коңшу мамычадагы сандардын айырмасы $14 - (-5) = 19$ болгондуктан, $3,17 - a = 19$ теңдемеси келип чыгат.

Анда $a = 3,17 - 19 = -15,83$ болот.

Демек, сыйкырдуу таблица:

-15,83	3,17
-5	14

Натыйжаны ар кандай жол менен текшерүүгө болот:

- сыйкырдуу санды табуу:
 $-15,83 + 14 = -1,83$; $-5 + 3,17 = -1,83$;
- саптар арасындагы айырманы табуу:
 $-15,83 - (-5) = -10,83$; $3,17 - 14 = -10,83$.

2. Торчодо жок сандарды тамгалар менен белгилейли:

5	-3	1,2
a	b	1,9
10	c	d

2- жана 1-жолчодогу элементтердин айырмасы $1,9 - 1,2 = 0,7$ болгондуктан, $a - 5 = 0,7$; $b - (-3) = 0,7$ теңдемелери келип чыгат.

Демек, $a = 0,7 + 5 = 5,7$; $b = 0,7 - 3 = -2,3$.

Натыйжаларды таблицага толтуралы:

5	-3	1,2
5,7	-2,3	1,9
10	c	d

3- жана 2-жолчодогу элементтердин айырмасы $10 - 5,7 = 4,3$ болгондуктан, $c - (-2,3) = 4,3$; $d - 1,9 = 4,3$.

Теңдемелери келип чыгат. Андан: $c = 4,3 - 2,3 = 2$; $d = 4,3 + 1,9 = 6,2$.

5	-3	1,2
5,7	-2,3	1,9
10	2	6,2

Демек, сыйкырдуу таблица:

$$5 + (-2,3) + 6,2 = 8,9; \quad -3 + 1,9 + 10 = 8,9.$$

3. Торчодо жок сандарды тамгалар менен белгилейли:

5	a	12	b
c	d	-9	10
10	e	f	g
3	-2	h	i

2- жана 1-жолчодогу элементтердин айырмасы

$-9 - 12 = -21$ болгондуктан, $c - 5 = -21$; $10 - b = -21$ теңдемелери келип чыгат. Андан: $c = -21 + 5 = -16$; $b = 10 + 21 = 31$.

Натыйжаларды таблицкага толтуралы:

5	a	12	31
-16	d	-9	10
10	e	f	g
3	-2	h	i

2- жана 1- жолчодогу элементтердин айырмасы $10 - (-16) = 26$.

Мындан $f - (-9) = 26$; $g - 10 = 26$ теңдемелери келип чыгат.

Андан: $f = 26 - 9 = 17$; $g = 26 + 10 = 36$.

Натыйжаларды таблицкага толтуруп, сыйкырдуу таблицаны алабыз:

5	a	12	31
-16	d	-9	10
10	e	17	36
3	-2	h	i

4- жана 3-жолчодогу элементтердин айырмасы $3 - 10 = -7$ болгондуктан, $-2 - e = -7$; $h - 17 = -7$; $i - 36 = -7$ теңдемелери келип чыгат.

Андан: $e = 7 - 2 = 5$; $h = -7 + 17 = 10$; $i = -7 + 36 = 29$.

Демек, таблица:

5	a	12	31
-16	d	-9	10
10	5	17	36
3	-2	10	29

Калган элементтерди табуу үчүн 2- менен 1-мамычанын элементтеринин айырмасын пайдаланалы: $-2 - 3 = -5$.

Андан $a - 5 = -5$; $d - (-16) = -5$;

$a = -5 + 5 = 0$; $d = -5 - 16 = -21$ теңдемелери келип чыгат.

Натыйжаларды таблицага толтуруп, сыйкырдуу таблицаны алабыз:

5	0	12	31
-16	-21	-9	10
10	5	17	36
3	-2	10	29

Бул таблицада коңшу мамычада жана коңшу жолчодогу сандардын айырмасы бирдей. Демек, эсептөөлөр туура.

429. Таблицаларды жетпеген сандар менен толтургула жана жыйынтыктын сыйкырдуу экенине ынангыла:

1)

8		
3	-6	8
12		

2)

		12
5,5		
-10	12	15

3)

18	2,3	
1		8
-2		

4)

-5		
	3	
1,1	2	5

 **430.** Таблицаларды жетпеген сандар менен толтургула жана жыйынтыктын сыйкырдуу экенине ынангыла:

1)

		300	
	140		103
6	17		
		315	237

2)

5			
-5			
10			
3	12	19	10

1.5. Көбөйтүүчү сыйкырдуу таблицалар

Кошулуучу сыйкырдуу таблицалар менен катар көбөйтүүчү сыйкырдуу таблицалар дагы болору силердин эсиңерде болсо керек. Аларга кайрылууга мезгил жетти.

Маселе

Таблицалар сыйкырдуу көбөйтүүчү экендигин текшергиле.

a)

2	-7
-4	14

b)

5	-2	12
6	-2,4	14,4
18	-8,2	43,2

Чыгарылышы

а) Биринчи сан катары 2 санын тандап, аны менен бир мамычада жана жолчодо турган сандарды алып салабыз.

2	
	14

Калган элементтердин көбөйтүндүсү $2 \cdot 14 = 28$ болот. Эгерде -4 элементин тандасак, анда:

	-7
-4	

Мындан $(-4) \cdot (-7) = 28$ алабыз. Демек, таблица сыйкырдуу – көбөйтүүчү.

б) Биринчи элементи катары биринчи жолчонун элементтерин удаалаш тандап: биринчи үчилтиктин көбөйтүндүсү: $(-2) \cdot 6 \cdot 43,2 = -518,4$.

5	-2	12
6	-2,4	14,4
18	-8,2	43,2

$VI + IV = X$
 $p = 2(a + b)$
 $14x = -42$
 $3x = 22$
 $11 \cdot 2 = 22$

5		
	-2,4	14,4
	-8,2	43,2

5		
	-2,4	
		43,2

экинчи үчилтиктин көбөйтүндүсү: $12 \cdot 6 \cdot (-8,2) = -590,4$ болот.

5	-2	12
6	-2,4	14,4
18	-8,2	43,2

	-2	
6		14,4
18		43,2

	-2	
6		
		43,2

Үчүнчү үчилтиктин көбөйтүндүсү да: $12 \cdot 6 \cdot (-8,2) = -590,4$ болот.

5	-2	12
6	-2,4	14,4
18	-8,2	43,2

		12
6	-2,4	
18	-8,2	

		12
6		
	-8,2	

Демек, бул таблица сыйкырдуу көбөйтүүчү эмес.

431. Төмөнкү таблицалар сыйкырдуу көбөйтүүчү экендигин текшергиле.

1)

12	-2,7
4	-0,9

2)

-2,2	-7
5,5	16,5

3)

8	-4	12
3	1,5	4,5
12	-6	18

4)

4	1	1,2
5	1,25	1,5
-10	-2,5	-3



432. Төмөнкү таблицалар сыйкырдуу көбөйтүүчү экендигин текшергиле.

1)

-2	-7
14	59

2)

21	-7,2
-42	14,4

3)

-18	36	-48
3	-6	8
-15	30	-40

4)

1,1	0,2	12
5,5	1	60
-22	-40	-240

1.6. Сыйкырдуу көбөйтүүчү таблицанын сырын издөө

Жогоруда каралган айрым таблицалар сыйкырдуу эмес. Демек, суроо туулат: ал таблицалардагы кайсы сандарды алмаштырсак, алар сыйкырдууга айланат? Бул маселенин жообун табууга токтололу.



433. Бул сыйкырдуу көбөйтүүчү таблицалардан мүнөздөмө касиетти байкаганга аракеттенгиле.

1)

3	6
9	18

2)

-14	7
28	-14

3)

-3,2	-16
-1,6	-8

4)

0,5	35
1,2	84

5)

2	4	5
4	8	10
12	24	30

7)

0,5	1,1	0,4
8	17,6	6,4
0,32	0,704	0,256

Сыйкырдуу көбөйтүүчү таблицалар кандай түзүлгөнү силерге түшүнүктүү болду окшойт.

434. Бул таблицалар сыйкырдуу экенин көргүлө – сыйкырдуу жол менен тандап алган үч сандын көбөйтүндүсү ар дайым бирдей болот.

1)

15	20	30
3	4	6
6	8	12

2)

5	7	12
30	42	72
10	14	24

435. 434-көнгүүнүн 1-таблицасындагы сандардын жайгашышы мыйзам ченемдүү тартиптеби?

436. 434-көнгүүнүн 2-таблицасындагы сандардын жайгашышы мыйзам ченемдүү тартиптеби?



437. Силер бул таблицаларда сандардын жайгашышы мыйзам ченемдүү экенин байкаган соң, аларды жетишпеген сандар менен толтургула жана алар сыйкырдуу болгонуна ынангыла.

1)

8		5
4	16	2,5
12	48	

2)

		2
		10
9	12	15

3)

18	3	
36	6	-18
2,4		

4)

-5		
40		
0,1	2	0,5

1.7. Сыйкырдуу көбөйтүүчү таблицанын сыры

Көбөйтүүчүлөрдүн сыйкырдуу таблицаларынын сыры кошулуучулардын сыйкырдуу таблицаларындай экендигин түшүндүрө: сыйкыр сөздү айтып, биз ар бир мамыча жана жолчодон бирден санды тандайбыз, ал эми таблицадагы ар бир сан – ар бир мамычанын жана жолчонун түзүүчүлөрүнүн көбөйтүндүсү.

Көбөйтүүчү таблицалар үчүн түзүүчү деген эмне?

Төрт элемент жана сыйкырдуу сан катылган сыйкырдуу таблицаны алуу үчүн сыйкыр санын 4 көбөйтүүчү-түзүүчүгө ажыратабыз да, ар бирине бир мамыча менен жолчону бекитебиз. Таблицанын ар бир торчосуна бекитилген мамыча менен жолчодогу сандардын көбөйтүндүсүн жазабыз. Мисалы, көбөйтүндүсү 24 санына барабар болгон сыйкырдуу таблица төмөнкүдөй жол менен алынат:

- 24 санын түзүүчүлөргө ажыратабыз: $24 = 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3$;
- таблицаны сызып, ага түзүүчүлөрдү коюп чыгабыз:

	1	2
4		
3		

Ар бир торчого тиешелүү түзүүчүлөрдүн көбөйтүндүсүн жазып чыгабыз:

	1	2
4	4	8
3	3	6

Натыйжада сыйкырдуу саны 24 болгон көбөйтүүчү таблица пайда болду.

«Сим-салабим» жана «ахалай-махалай» дубасын айткандан кийин көбөйтүндүсү сыйкырдуу санга барабар болгон үч сан кала турган көбөйтүүчү таблицаны алуу үчүн, ал санды 6 көбөйтүүчү-түзүүчүлөргө ажыратып жана алардын ар бирине бирден мамыча жана жолчо «бекитебиз». Таблицанын ар бир торчосуна ага туура келген жолчо жана мамычанын түзүүчүлөрүнүн көбөйтүндүсүн жазабыз. Мисалга, сандардын көбөйтүндүсү 21ге барабар болгон сыйкырдуу таблица төмөнкүдөй алынышы мүмкүн:

Эскертүү:

Көбөйтүүчүлөргө ажыратканда анын биринчи 3 мүчөсү каалагандай тандалып алынат, ал эми акыркысы – сыйкырдуу сандын алдынкы алынган 3 сандын көбөйтүндүсүнө болгон катышы болууга тийиш.

Эскертүү:

Көбөйтүүчүлөргө ажыратканда анын биринчи беш мүчөсү каалагандай тандалып алынат, ал эми акыркысы сыйкырдуу сан менен алдынкы алынган беш сандын көбөйтүндүсүнө болгон катышы болууга тийиш.

- 21 санын түзүүчүлөргө ажыраталы: $21 = 2 \cdot 0,1 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 1$;
- таблица сызып, ага түзүүчүлөрдү жазып:

	2	0,1	5
7			
3			
1			

ар бир торчого ага тиешелүү түзүүчүлөрдүн көбөйтүндүсүн жазып чыгабыз:

	2	0,1	5
7	14	0,7	35
3	6	0,3	15
1	2	0,1	5

Натыйжада пайда болгон таблица көбөйтүүчү таблица экенине ынанабыз.

Кошулуучу таблица сыяктуу эле көбөйтүүчү таблицанын сыйкырдуулугу да оңой эле түшүндүрүлөт.

Сыйкырдуу дубаны айтуу менен, биз ар дайым түзүүчүлөрдүн көбөйтүндүсү болгон үч санды тандап алабыз, б. а. ар бир жолу биз тандалган сандардын көбөйтүндүсүн табуу менен, түзүүчүлөрдүн көбөйтүндүсүн таап турабыз. Ар түрдүү үчилтик сандарды тандоо менен биз бири-биринен көбөйтүүчүлөрдүн тартиби (орду) менен айырмаланган көбөйтүүчүлөрдү жаратабыз.

Бизге белгилүү болгондой, көбөйтүүчүлөрдүн орун алмашуусунан көбөйтүндү өзгөргөйт, көбөйтүндүнүн натыйжасы ар дайым бирдей болот.

Ошол сыяктуу эле 4×4 өлчөмүндөгү таблицаны да түзүүгө болот. Бул учурда 8 түзүүчү керек болот ж. у. с.

Эскертүү:

Түзүүчүлөрдү тандоо учурунда $2 \cdot 0,5 = 1$; $4 \cdot 0,25 = 1$; $0,2 \cdot 5 = 1$ ж. б. у. с. учурларды колдонуу ыңгайлуу.

Маселе

Сыйкырдуу көбөйтүүчү таблицаны түзгүлө:

- натыйжада 10 санын бере турган 2×2 өлчөмдүү;
- натыйжада 90 санын бере турган 3×3 өлчөмдүү.

Чыгарылышы

Жогорудагы айтылгандарга ылайык, маселенин чыгарылыштары көп болот: таблица түзүүчүлөрдөн көз каранды, ал эми түзүүчүлөр көбөйтүндүсү сыйкырдуу санга барабар каалагандай топ болуусу мүмкүн.

а) Бул таблицаны 4 түзүүчү аркылуу түзсө болот – ар бир мамычага жана жолчого бирден түзүүчү коюп, жогоруда белгиленгендей, биринчи 3 түзүүчү санды эркин тандап, анан сыйкырдуу сан келип чыккандай алардын көбөйтүндүсүн төртүнчү санга көбөйтүү керек. 2,5; 4; -2 сандарын алалы.

Анда төртүнчү сан $x : 2,5 \cdot 4 \cdot (-2) \cdot x = 10$ теңдемесин канааттандырат. Мындан: $-20x = 10$ жана $x = 10 : (-20) = -0,5$ болот.

Таблицаны сызып, түзүүчүлөрдү жайгаштырабыз:

	2,5	4
-2		
-0,5		

Ар бир торчого туура келүүчү түзүүчүлөрдүн көбөйтүндүсүн жазабыз:

	2,5	4
-2	-5	-8
-0,5	-1,25	-2

$(-5) \cdot (-2) = 10$; $(-1,25) \cdot (-8) = 10$ текшерүүсүн аткаргандан кийин таблица сыйкырдуу экенине ынанабыз.

б) Бул таблицаны 6 түзүүчү аныктайт – ар бир мамычага жана жолчого бирден түзүүчү туура келет. Жогоруда белгиленгендей, биринчи 5 көбөйтүүчүнү эркин тандаса болот, ал эми аларды алтынчыга көбөйткөндө көбөйтүндү сыйкырдуу сан болуу керек.

2; 5; 3; 0,25; 4 сандарын алалы. Анда алтынчы сан x :

$2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 0,25 \cdot 4 \cdot x = 90$ теңдемесин канааттандырат. Мындан, $30x = 90$ жана $x = 90 : 30 = 3$ болот.

Таблицаны сызып, түзүүчүлөрдү жайгаштырып:

	2	5	3
0,25			
4			
3			

торчолорго тиешелүү түзүүчүлөрдүн көбөйтүндүсүн жазабыз.

	2	5	3
0,25	0,5	1,25	0,75
4	8	20	12
3	6	15	9

Текшерип чыккандан кийин таблица сыйкырдуу экенин көрөбүз, мисалы негизги диагоналдагы сандардын көбөйтүндүсү: $0,5 \cdot 20 \cdot 9 = 90$.

438. Сыйкырдуу көбөйтүүчү таблицаны түзгүлө:

- 1) натыйжада а) -7 ; б) $1,6$ санын бере турган 2×2 өлчөмүндөгү таблицаны;
- 2) натыйжада с) 50 ; d) 12 санын бере турган 3×3 өлчөмүндөгү таблицаны



439. Сыйкырдуу көбөйтүүчү таблицаны түзгүлө:

- 1) натыйжада а) 46 ; б) $-2,1$ санын бере турган 2×2 өлчөмүндөгү таблицаны;
- 2) натыйжада с) 40 ; d) 6 санын бере турган 3×3 өлчөмүндөгү таблицаны.

1.8. Сыйкырдуу көбөйтүүчү таблицалардын мүнөздөмө касиети

Биз сыйкырдуу көбөйтүүчү таблицанын мүнөздүү касиетин ачып берүүгө даярбыз: коңшу жолчолордо турган элементтер бири-биринен бирдей көбөйтүүчү менен айырмаланат. Ушундай эле касиетке жолчолордун элементтери дагы ээ. Дайыма катыш тиешелүү түзүүчүлөрдүн катышына барабар болот.

Маселе

Таблицаларды жетпеген сандар менен толтуруп, натыйжада сыйкырдуу таблицага ээ болгонуңарга ынангыла.

1)

	3
-5	15

2)

5	-4	2
		9
10		

Чыгарылышы

1. Изделүүчү санды a дейли. Анда коңшу мамычалардын сандарынын катышы $15 : (-5) = -3$ болгондуктан, $3 : a = -3$ теңдемесине ээ болобуз.

Мындан: $a = -3 : 3 = -1$.

Демек, сыйкырдуу таблица: $a = -3 : 3 = -1$.

-1	3
-5	15

Натыйжаны ар түрдүү жолдор менен текшерсе болот:

- сыйкырдуу санды эсептеп:
 $-1 \cdot 15 = -15$; $-5 \cdot 3 = -15$;
- коңшу сандардын катышын эсептеп: $-5 : (-1) = 5$; $15 : 3 = 5$.

2. Изделүүчү сандарды тамгалар менен белгилейли:

5	-4	2
a	b	9
10	c	d

2- жана 1-жолчодо турган сандардын катышы $9 : 2 = 4,5$ барабар болгондуктан, $a : 5 = 4,5$; $b : (-4) = 4,5$ теңдемелери келип чыгат.

Мындан: $a = 4,5 \cdot 5 = 22,5$; $b = 4,5 \cdot (-4) = -18$.

Натыйжаларды таблицага киргизебиз:

5	-4	2
22,5	-18	9
10	c	d

3- жана 2-жолчодо турган элементтердин катышы: $10 : 22,5$ пайдаланууга ылайык эмес. Бирок биз коңшу жолчолорду эле колдоно бербешибиз керек. 3- жана 1-жолчодо турган элементтердин катышы: $10 : 5 = 2$.

Бул болсо ынгайлуураак учур.

Таблицадан: $c : (-4) = 2$; $d : 2 = 2$.

Анда: $c = 2 \cdot (-4) = -8$; $d = 2 \cdot 2 = 4$.

Демек, сыйкырдуу таблица:

5	-4	2
22,5	-18	9
10	-8	4

Сыйкырдуу санды ар түрдүү жолдор менен эсептеп, натыйжаны текшерсек болот:

$$5 \cdot (-18) \cdot 4 = -360; -4 \cdot 22,5 \cdot 4 = -360; 2 \cdot 22,5 \cdot (-8) = -360.$$

440. Төмөнкү таблицаларды жетпеген сандар менен толтургула жана алардын сыйкырдуу көбөйтүүчү таблица болгонуна ынангыла:

1)

8	
3	-6

2)

10	-12
2,5	

3)

18	
4	8

4)

-5	12
	30



441. Төмөнкү таблицаларды жетпеген сандар менен толтуруп, алардын сыйкырдуу көбөйтүүчү таблица болгонуна ынангыла.

1)

1,8		
3	-6	8
12		

2)

		12
-4		
-10	12	15

3)

18	4,5	
1		8
-2		

4)

-6		
	3	
1,5	2	5



442. Ушул параграфта каралган маселелерге окшоштуруп, эки маселе түзгүлө.

1.9. Сыйкырдуу таблицалар жана пропорциялар



Чебурашка крокодил Генага келип, аны ойноп келүүгө чакырды. Гена болсо мектепте пропорция боюнча тапшырма берилген, аны аткара элекмин деп макул болбоду. «Ал жөнөкөй эле эмеспи, пропорциянын мүчөлөрүн алып, аларды таблицага кой» 6! – деди Чебурашка. «Жакшы болот, мен $6 : 30 = 17 : 85$ пропорцияны алып, аларды таблицага койдум, анда эмне?» – деди Гена. «Сен эч нерсе байкабайсың», – деп Чебурашка ачууланды.

А силер болсо эмне болгонун байкадыңарбы?

6	17
30	85

Ал сыйкырдуу көбөйтүүчү таблица болуп калбадыбы.



443. Үч ар түрдүү пропорцияларды түзүп, алардын ар бир мүчөсүн таблицага койгула жана алар 2×2 өлчөмдүү сыйкырдуу көбөйтүүчү таблица болорун текшергиле.

Алынган натыйжанын жалпы учурун белгилегиле.

Эсиңерде болсо керек, Чебурашка сыйкырдуу таблицалар менен көп алектенген, ошондуктан ал көбөйтүүчү таблицалар боюнча чоң адис болуп калган. Ал бардык эле пропорциянын мүчөлөрү сыйкырдуу көбөйтүүчү таблица болуп каларын эле байкабастан, тескери натыйжа дагы орун аларын түшүнгөн.

Маселе

Төмөнкү таблицалар сыйкырдуу көбөйтүүчү таблица экендигин текшергиле.

1)

2	-7
-41	143,5

2)

5	-2	12
-7	2,8	-16,8
25	-10	60

Бул таблицадагы бирдей мамычадагы же жолчодогу элементтерден түзүлгөн катыштар пропорция түзөрүнө ынангыла.

Чыгарылышы

1) $2 \cdot 143,5 = 287$; $(-41) \cdot (-7) = 287$; таблица сыйкырдуу. $2 : (-41)$ жана $(-7) : 143,5$ мамычасы боюнча, ошондой эле $2 : (-7)$ жана $(-41) : 143,5$ жолчосу боюнча катыштар пропорция түзүшөт. Аны пропорциянын негизги касиетинин негизинде байкоого болот: $2 \cdot 143,5 = (-41) \cdot (-7)$.

2) $5 \cdot 2,8 \cdot 60 = 840$; $(-2) \cdot (-16,8) \cdot 25 = 840$; $12 \cdot (-7) \cdot (-10) = 840$; таблица сыйкырдуу.

Бул учурда: $5 : (-7)$ жана $(-2) : 2,8$; $5 : 25$ жана $(-2) \cdot (-10)$; $2,8 : (-10)$ жана $(-16,8) : 60$, мамычалары боюнча, ошондой эле: $(-7) : 2,8$ жана $25 : (-10)$; $(-7) : (-16,8)$ жана $25 : 60$; $(-2) : 12$ жана $(-10) : 60$ жолчолору боюнча катыштар пропорцияларды түзөт. Аны пропорциянын негизги касиетин колдонуп байкоого болот.

Бул эрежелер кокустан болбогонун көбөйтүүчү таблицалардын мүнөздүү касиеттерин эске салуу менен түшүнүүгө болот:

Бир мамычадагы ар түрдүү жолчонун элементтери бири-биринен бирдей көбөйтүүчүгө айырмаланат. Ушул эле эреже анын мамычаларына дагы тийиштүү болот.

444. Бул таблицадагы бирдей мамычадагы же жолчодогу элементтерден түзүлгөн катыштар пропорция түзөрүн текшергиле.

a)

1,2	0,4
-15	-5

b)

15	-0,4	2
75	-2	10
3,75	-0,1	0,5

445. Төмөнкү таблицалар сыйкырдуу көбөйтүүчү таблица болорун текшергиле.

a)

11	-3
-5,5	1,5

b)

-7	0,14	42
-21	0,42	126
-3	0,06	18

 **446.** 445-таблицалардагы бирдей мамычадагы же жолчодогу элементтерден түзүлгөн катыштар пропорция түзөрүн текшергиле.

1.10. Сыйкырдуу таблицалар жана даражалар

Чебурашка сыйкырдуу таблицалар жөнүндө ойлонуп жатат. Бир нече көбөйтүлүүчү таблица түзүп, ал бир кызык нерсеге кабылды.

 **447.** Таблицалар көбөйтүүлүчү экендигине ынаныла. Даража көрсөткүчтөр жөнүндө эмне айта аласыңар?

a)

2^5	2^4
2^4	2^3

c)

7^3	7^5	7^2
7^2	7^4	7
7^5	7^7	7^4

b)

6^7	6^8
6^5	6^6

d)

3^7	3^{11}	3^4
3^5	3^9	3^2
3^4	3^8	3

Маселе

Көбөйтүлүүчү таблицаларды толуктагыла.

1)

5^2	5^{11}
5^7	

2)

2^4	2^9	2^7
2^7	2^{12}	
2^5	2^{10}	

Чыгарылышы

1) Жетишпеген элементти 5^a деп белгилеп, таблица

5^2	5^{11}
5^7	5^a

сыйкырдуу болуш үчүн: $5^2 \cdot 5^a = 5^7 \cdot 5^{11}$. Анда, $5^{2+a} = 5^{18}$. Демек, $2 + a = 18$. Мындан, $a = 16$.

Ошол эле мезгилде, $5^2 \cdot 5^a = 5^7 \cdot 5^{11}$ барабардыгынан: $5^2 \cdot 5^a = 5^{18}$ алабыз.

Теңдеменин эки жагын 5^2 ге бөлүп: $5^a = \frac{5^{18}}{5^2}$ экендигин көрөбүз.

Жогорудан $a = 16$ экендигин билгенден кийин, $\frac{5^{18}}{5^2} = 5^{16}$. Ошондуктан, дагы бир даража касиетин түзөбүз:

Негиздери бирдей даражалуу туюнтмаларды бири-бирине бөлсөк алардын көрсөткүчтөрү бири-биринен кемийт: $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$.

2) Касиетти текшереш үчүн төмөнкү маселени аткаралы. Сыйкырдуу таблицанын

2^4	2^9	2^7
2^7	2^{12}	2^b
2^5	2^{10}	2^c

жетишпеген элементтерин 2^b жана 2^c деп белгилейли. $2^5 \cdot 2^{12} \cdot 2^7 = 2^{5+12+7} = 2^{24}$.

Мындан, $2^4 \cdot 2^{12} \cdot 2^c = 2^{24}$; $2^{16} \cdot 2^c = 2^{24}$.

Демек $16 + c = 24$; $c = 8$.

Ошол эле мезгилде, $2^{16} \cdot 2^c = 2^{24}$; $2^c = \frac{2^{24}}{2^{16}}$.

Ошентип, c санын аныктоонун негизинде, $\frac{2^{24}}{2^{16}} = 2^{24-16}$ барабардыгы орун аларына ынаналы.

Ал эми b санын камтыган үч санды алып, мисалы, 2^5 , 2^9 жана 2^b , биз $2^5 \cdot 2^9 \cdot 2^b = 2^{24}$ теңдемесине келебиз. Демек, $5 + 9 + b = 24$, андан $b = 10$.

448. Көбөйтүлүүчү таблицаларды толуктагыла.

a)

6^3	
6^5	6^{11}

c)

	7^6	7^2
7^4	7^7	
	7^{11}	7^7

b)

	8^7
8^5	8^9

d)

3^{11}	3^9	
	3^{15}	3^8
		3^{12}



449. Көбөйтүлүүчү таблицаларды толуктагыла.

a)

10^5	10^{21}
10^{16}	

c)

	9^3	9^{10}
	9^7	9^{14}
9^3	9^5	9^{12}

b)

$1,6^2$	$1,6^5$
	$1,6^7$

d)

	4^9	
4^{18}	4^{13}	
	4^6	4^8



450. Ушул параграфта каралган маселелерге окшоштуруп, эки маселе түзгүлө.



1. Сыйкырдуу таблицалардын кайсынысы кошулуучу, кайсынысы көбөйтүүчү экенин аныктагыла. Алардын ар биринин сыйкырдуу санын тапкыла.

a)

8	-1
3	-6

b)

10	1,2
2,5	0,3

c)

18	-12
-12	8

d)

-5	12
13	30

e)

8	-11	3
13	-6	8
2	-17	-3

f)

-8	16	12
4	-8	-6
-1	2	1,5

g)

1,8	3	8,8
1	2,2	8
-2	-0,8	5

h)

2,5	10	25
10	40	100
0,5	2	5

2. Сыйкырдуу кошулуучу таблица боло тургандай кылып, төмөнкү таблицалардагы бош орундарды толтургула.

a)

85	60
-17	

b)

-52	
1,3	-9,1

c)

	30	-15
		-3
231	33	

d)

	15	
6,3	9	1,8
21		

3. Сыйкырдуу көбөйтүүчү таблица боло тургандай кылып, төмөнкү таблицалардагы бош орундарды толтургула:

a)

85	60
-17	

b)

-52	
1,3	-9,1

c)

	30	-15
		-3
231	33	

d)

	15	
6,3	9	1,8
21		

4. Сыйкырдуу көбөйтүүчү таблицаларды

a)

15	-60

b)

	2,4
	-32

c)

0,25	
-1,5	

d)

-0,065	13

сыйкырдуу саны төмөндөгүдөй болгондой кылып толуктагыла:

a) 7,2; b) -48; c) 3; d) 3,9.

5. a) -72; b) 0,47; c) -1,5 сандарын төрт кошулуучу түрүндө туюндургула.

6. a) 1,2; b) -23; c) -0,03 сандарын алты кошулуучу түрүндө туюндургула.

7. a) -72; b) 0,49; c) -1,5 сандарын төрт көбөйтүүчү түрүндө туюндургула.

8. a) 1,2; b) -22; c) 0,36 сандарын алты көбөйтүүчү түрүндө туюндургула.

9. Натыйжада a) -52; b) 0,12 сандарын бере турган 2×2 өлчөмүндөгү сыйкырдуу кошулуучу жана сыйкырдуу көбөйтүүчү таблицаларды түзгүлө.

10. Натыйжада a) -72; b) 1,12 сандарын бере турган 3×3 өлчөмүндөгү сыйкырдуу кошулуучу жана сыйкырдуу көбөйтүүчү таблицаларды түзгүлө.

А2. Криптография

5-класста силер криптография – шифрленген (жашыруун) билдирүүлөрдү жазуу жана окуу өнөрү менен тааныша баштаган элеңер. Алар силерге кызыктуу болгон деген ойдобуз.



Бул параграфта аны кайталап, жашыруун билдирүүлөрдү түзүү жана окуунун башка ыкмалары менен таанышабыз.

2.1. Жөнөкөй шифр

Жөнөкөй шифрлер тамгаларды кандайдыр бир белгилер менен, мисалы сандар менен алмаштыруу болуп эсептелет. Алсак, 21 саны – А тамгасы, 22 – Б тамгасы ж. б. у. с. 1-таблицадагыдай болсун деп келишип аламы.

1-таблица

А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц
33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я	Ө	Ү	Ң
45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56

Анда атактуу «Жаздын он жети көз ирмеми» сериалынын башкы каарманынын аты төмөндөгүдөй шифрленет: ар бир тамганын алдына 1-таблицага ылайык сандарды жазабыз.

Ш	Т	И	Р	Л	И	Ц
46	40	30	38	33	30	44

М	А	К	С	И	М	И	С	А	Е	В
34	21	32	39	30	34	30	39	21	26	23

Эми алынган сандарды каалагандай тартипте кошуу, кемитүү амалдары менен байланыштырып, билдирүүгө математикалык көнүгүү түрүн берели:

$$46 + 40 - 30 - 38 + 33 - 30 = 44$$

$$34 + 21 - 32 - 39 + 30 = 34$$

$$30 + 39 + 21 - 26 = 23 \text{ десек, шифрлөө даяр болду.}$$

$$\text{Ал эми } 51 + 38 - 40 + 26 = 56 \quad 40 + 26 + 39 = 40,$$

деген шифрленген билдирүүнү алып, андагы сандарды тамгага алмашуу үчүн 1-таблицаны колдонсок болот.

51	38	40	26	56
Э	Р	Т	Е	Ң

40	26	39	40
Т	Е	С	Т

Демек, бүгүн оюнду токтотуп, эртеңки жакшы баа алууга даярдык көрүү керек.

451. МАТЕМАТИКА ЦАРИЦА НАУК сүйлөмүн шифрлегиле.

 **452.** $32 - 41 - 38 + 30 - 40 = 50$ $23 - 38 - 26 + 25 - 35 = 36$ шифрлөөнү окугула.

2.2. Кош шифр

Ал эми татаал шифрлер тамгалар белгилер менен эле алмаштырбастан, ал белгилер менен башка дагы ар түрдүү нерселер жасалууга тийиш.

Алсак, улуу математик Карл Фридрих Гаусстун атын эки катар шифрлейли. Алгач 1-таблица боюнча тамгаларды сандар менен алмаштыралы.

К	А	Р	Л
32	21	38	33

Ф	Р	И	Д	Р	И	Х
42	38	30	25	38	30	43

Г	А	У	С	С
24	21	41	39	39

Андан кийин 1ди, 3тү, 5ти ж. б. сандарды 2ге бөлүп:

К	А	Р	Л
32	21	38	33
16		19	

Ф	Р	И	Д	Р	И	Х
42	38	30	25	38	30	43
21		15		19		21,5

Г	А	У	С	С
24	21	41	39	39
	10,5		19,5	

калган сандардан 20ны кемитип:

К	А	Р	Л
32	21	38	33
16	1	19	13

Ф	Р	И	Д	Р	И	Х
42	38	30	25	38	30	43
21	18	15	5	19	10	21,5

Г	А	У	С	С
24	21	41	39	39
14	10,5	21	19,5	19

мындай шифрлөөнү алабыз:

$$16 + 1 + 19 = 36 \quad 21 + 18 - 15 + 5 + 19 - 10 = 38$$

$$14 - 10,5 + 21 + 19,5 = 44$$

Эки катар ачкыч менен жазылган төмөнкү шифрлөөнү окуйлу:

$$15 + 19 = 34 \quad 1 + 21,5 - 21 + 17,5 - 2 + 10,5 - 6 = 16,5$$

Ал үчүн 1ди, 3тү 5ти ж. б. сандарын 2ге көбөйтөлү:

15	19	10,5	1	21,5	21	17,5	2	10,5	6	11,5
30		21		43		35		21		23

калгандарына 20ны кошобуз:

15	19	10,5	1	21,5	21	17,5	2	10,5	6	11,5
30	39	21	21	43	41	35	22	21	26	23

Аягында 1-таблицаны колдонуп:

30	39	21	21	43	41	35	22	21	26	23
И	С	А	А	Х	У	Н	Б	А	Е	В

атактуу хирургдун аты жана фамилиясы шифрленгенин көрөбүз.

453. Кош шифрлөөнү колдонуп, улуу манасчы САЯКБАЙ КАРАЛАЕВдин атын жана фамилиясын шифрлегиле.



454. $10,5 - 13 + 17 - 1 - 17 + 2 - 13 = 20$

$19,5 - 29 + 19 + 4 - 10,5 = 12$ шифрлөөнү окуп, Манас Чоң казаттын алдында кимди чалгынга жибергенин билгиле.



455. Кош шифрлөөнү колдонуу менен, атактуу артист МУРАТБЕК РЫСКУЛОВдун атын жана фамилиясын шифрлегиле.



456. $16 - 16 + 19 - 16 - 16,5 = 30$

$16,5 - 10 = 19$ шифрлөөнү чечмелегиле.



457. 1-таблицаны колдонуп, өзүңдүн атыңды жана фамилияңды шифрле.



458. Коңшу катарда отурган классташыңа шифрленген билдирүү жибер жана анын жообун ал. Анын шифрленген билдирүүсүн оку.



459. Кош шифрлөөнү колдонуп, өзүңдүн чоң атаңдын атын жана фамилияңды шифрле.



460. Ушул параграфта каралган маселелерге окшоштуруп, эки маселе түзгүлө.



1. 1-таблицаны колдонуп, төмөнкү билдирүүлөрдү шифрлегиле:

- a) САБАКТАРДЫ ОКУП ҮЙРӨН;
b) БАЛМУЗДАКТЫ ЖАКШЫ КӨРӨМ.

2. 1-таблицаны колдонуп, шифрленген билдирүүлөрдү окугула:

- a) $52 + 33 = 53$ $25 - 36 - 22 + 38 + 21 = 53$
b) $24 - 41 + 33 + 50 - 35 + 41 = 38$ $43 - 41 + 25 + 22 - 26 = 40$

3. Кош шифрлөөнү колдонуп, төмөнкү билдирүүлөрдү шифрлегиле:

- a) КАЛЫК АКИЕВ; b) ЮРИЙ ГАГАРИН.

4. Кош шифрлөөнү колдонуп, шифрленген билдирүүлөрдү окугула:

- a) $19 + 16 - 11 - 10 + 17,5 - 9 + 18 = 15$ $16 - 18 - 20,5 - 19 = 18$;
b) $12,5 - 1 - 17,5 + 10 - 25,5 + 13 = 25$ $5 + 13 - 22 = 18$.

A3. Тактыкка, логикага, изденүүгө багытталган тесттик тапшырмалар

Билимди текшерүүдө, берилген бир нече жооптордун ичинен бирөө гана туура болгон маселелер көп колдонулат. Бул параграфта ушундай 40 маселени сунуштайбыз. Аларды жыл бою дагы, каникул убагында дагы чыгарса болот.

1) $140\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{3}{7}\right)$ туюнтмасын мааниси:

a) 5 b) -1 c) 3 d) 7 e) $\frac{4}{7}$ f) $\frac{5}{28}$.

2) $\begin{cases} a+b=7 \\ a+2b=9 \end{cases}$ Анда $(a-b)$ барабар:

a) 12 b) 2 c) 3 d) 13 e) 4 f) 5.

3) $\begin{cases} x+y=z-y \\ x-y-z=9 \end{cases}$ Анда y барабар:

a) -2 b) 2 c) -3 d) 13 e) 4 f) -5.

4) $2x - [x + (x+y) - (x-2y)]$ туюнтмасы барабар:

a) $-x+2y$ b) $x+3y$ c) $x-3y$ d) $2x-y$ e) $2x+3y$ f) $x-y$.

5) Канча эки орундуу натуралдык сандардын цифраларынын суммасы 5ке барабар?

a) 1; b) 2; c) 3; d) 4; e) 5; f) 6.

6) Канча эки орундуу натуралдык сандардын цифраларынын суммасын 4кө көбөйткөндө ошол сандын өзүн алабыз?

a) 1; b) 2; c) 3; d) 4; e) 5; f) 6.

7) Эгерде a, b, c – удаалаш натуралдык сандар болсо, анда

$(a-b+2)(a-c-1)(c-a)$ барабар: a) -2; b) 2; c) -3; d) -6; e) 4; f) -5.

8) Эгерде x жана y бүтүн сандар болсо, жана $3x + 4y = 25$, анда кандай ырастоо туура?

- I. x – так сан;
- II. y – жуп сан;
- III. $x \cdot y > 0$.

- a) I гана туура;
- b) II гана туура;
- c) III гана туура;
- d) I жана II гана туура;
- e) I жана III гана туура;
- f) II жана III гана туура.

9) Эгерде $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 1776$ болсо, анда a, b, c сандарынын суммасы:

- a) 16; b) 12; c) 23; d) 14; e) 15; f) 26.

10) Эгерде ар бир a, b, c цифрасын колдонуп түзгөн бардык үч орундуу сандардын суммасы 1554 болсо, анда бул цифралардын суммасы канчага барабар?

- a) 9; b) 8; c) 7; d) 6; e) 5; f) 4.

11) $\frac{8p}{7}$ сом баада турган товарды арзандатуудан кийин p сомго сатышты. Арзандатуунун проценти канчага барабар?

- a) 16; b) 12,5; c) 23; d) 14,5; e) 15; f) 26,5.

12) Бир стакан йогурттун салмагы 250 г. Йогурттун төрттөн бир бөлүгүн ичкенден кийин стакандын салмагы 195 г болуп калды. Бош стакандын салмагы канча?

- a) 26; b) 15; c) 25; d) 45; e) 50; f) 30.

13) Уля 20 лирден 60 футболка сатууну пландап жаткан. 12 футболканын дефекти бар экендиги аныкталгандан кийин аларды 12 лирден сатты. Эгерде, Уля алгач пландап жаткан кирешени алса, калган футболкаларды кандай баада саткан?

- a) 26; b) 22,5; c) 23; d) 24,5; e) 25; f) 22.

14) Кемчилиги бар сызгыч, өлчөгөндө, чыныгы узундуктан 5%ке аз көрсөтөт. Бул сызгычтын жардамы менен квадраттын аянтын аныкташты. Келип чыккан жыйынтык чыныгы аянттын чоңдугунан канча процентке аз?

- a) 19; b) 8,25; c) 7,75; d) 9,75; e) 25; f) 10.

15) Төрт текчеде тиешелүү түрдө 16, 20, 23, 25 китеп бар. Ар бир текчеде бирдей сандагы китеп болгудай кылып, эң аз сандагы китептердин ордун которуу кандай керек?

- a) 9; b) 8; c) 7; d) 6; e) 5; f) 4.

16) Тик бурчтуу чатырдын узундугу 15 м, периметри – 46 м. Эгерде 5 м² чатырды жапкан кардын салмагы 60 кг болсо, анда чатырдагы кардын жалпы салмагы канча?

- a) 1980 b) 1280 c) 1740 d) 1600 e) 1950 f) 1440

17) 8 жумушчу күнүнө 8 сааттан иштеп, кандайдыр бир жумушту 15 күндө аткарышат. 12 жумушчу ушул эле жумушту күнүнө 5 сааттан иштеп, канча күндө аткара алышат?

- a) 19; b) 18; c) 17; d) 16; e) 15; f) 14.

18) 9 таңакта 60 сагыз бар. Кээ бир таңактарда 5, ал эми башкаларында 10 сагыз бар экендиги белгилүү. Канча пакете 10 сагыз бар?

- a) 1; b) 2; c) 3; d) 4; e) 5; f) 6.

19) Гүлнара 60 койду 15 уйга алмашкандан кийин, анын үйүрүнүн базар баасы 3000 лирге өстү. Эгерде койдун базар баасы 750 лир болсо, анда уйдун базар баасы канча?

- a) 3516; b) 3200; c) 3500; d) 3140; e) 3150; f) 3000.

20) Бак 4 жылда 20%ке өсөт. Эгерде бул бактын бийиктиги 2014-жылы 2,592 м болсо, анда 2002-жылы анын бийиктиги канча болгон?

- a) 1,9; b) 1,8; c) 1,7; d) 1,6; e) 1,5; f) 1,4.

21) Эсен 2 кадам жасаган жерден Элиза 3 кадам жасайт. Бир чекиттен бир багытты көздөй 50 кадам жасагандан кийин, алар бири-биринен 10 метр аралыкта болуп калышты. Эсендин кадамынын узундугу канча?

- a) 0,9; b) 0,8; c) 0,7; d) 0,6; e) 0,5; f) 0,4.

Төмөнкү маалыматты 22–23-суроолорго жооп берүү үчүн колдонула. Бул суроолор бири-биринен көз карандысыз.

Таблицада бир жумушчуга килем даярдоо боюнча жумуштун төрт бөлүгүнүн ар бирин аткарууга кетүүчү убакыт берилген.

Этап	1	2	3	4
Убакыт	3	6	8	10

22) Жумуштун биринчи бөлүгүн бир жумушчу аткарды. Андан кийин ага экөө кошулуп, алар жумушту бирге бүтүрүштү. Килем канча күндө жасалып бүткөн?

- a) 9; b) 10; c) 11; d) 12; e) 13; f) 14.

23) Жумуштун биринчи жана экинчи бөлүгүн үч жумушчу чогуу иштеп аткарышкан. Андан кийин алардын бири иштебей калып, килемди калгандары бүтүрүшкөн. Килем канча күндө бүткөн?

- a) 9; b) 10; c) 11; d) 12; e) 13; f) 14.

Төмөнкү маалыматты 24–25 суроолорго жооп берүү үчүн колдонула. Бул суроолор бири-биринен көз карандысыз.

Таблицада математикалык олимпиадага демөөрчү болгон фирмалардын аталыштары жана аларга тиешелүү болгон демөөрчүлүк жардамдын көлөмдөрү акча түрүндө жана процент менен берилген.

Фирмалар	«Альфа»	«Бета»	«Гамма»	«Дельта»	«Эпсилон»	Бардыгы
Жардам сом менен	12000	6000			3000	
Жардам % менен			18	22		100

24) «Дельта» фирмасынын акча түрүндө берген демөөрчүлүк жардамынын көлөмүн тапкыла.

- a) 7900; b) 7700; c) 8110; d) 7612; e) 8230; f) 7400.

25) «Эпсилон» фирмасынын процент менен берген демөөрчүлүк жардамынын көлөмүн тапкыла.

- a) 9,11; b) 8,77; c) 8,11; d) 7,12; e) 8,57; f) 7,14.

Төмөнкү маалыматты 26–27-суроолорго жооп берүү үчүн колдонула.

Фирма, жумушка кабыл алууда, төмөнкү баллдар менен бааланган төрт критерийге негизделет:

Ийкемдүүлүк	Мамилечилдик	Демилгечилдик	Тажрыйбалуу
18	22	28	32

Мында катышуучу кабыл алынышы үчүн ар бир критерий боюнча мүмкүн болгон баллдын жарымынан аз эмес жана суммасы 70тен кем эмес балл алышы керек.

26) Оксана жумушка «Тажрыйбалуу» критерийи боюнча 28 балл жана «Демилгечилдик» критерийи боюнча 26 балл алып кабыл алынган. Оксана канча балл алышы мүмкүн (минималдык)?

- a) 94; b) 77; c) 84; d) 72; e) 78; f) 74.

27) Мартин Оксанага караганда көп балл алган, бирок жумушка алынган эмес. Мартин канча мүмкүн болгон максималдык балл алышы мүмкүн (минималдык)?

- а) 79; б) 82; с) 91; д) 90; е) 87; ф) 94.

Төмөнкү маалыматты 28–29-суроолорго жооп берүү үчүн колдонула. Бул суроолор бири-биринен көз карандысыз.

Эльдардын сааты 4 мүнөт алдыда, ал эми автобустагы саат 3 мүнөт артта экен.

28) Эльдар автобуска сааты 16:45ти көрсөткөндө отуруп жана автобустагы саат 17:19ду көрсөткөндө автобустан түштү. Эльдар автобуста канча мүнөт отурган?

- а) 29; б) 27; с) 48; д) 41; е) 38; ф) 56.

29) Эльдар үйдөн чыгып, 7 мүнөттөн кийин автобуска отурган. Жарым сааттан кийин, автобустагы саат 11:23тү көрсөткөндө ал автобустан түштү. Эльдар өзүнүн сааты боюнча канчада үйдөн чыккан?

- а) 10:39; б) 10:53; с) 11:03; д) 10:42; е) 10:37; ф) 10:49.

Төмөнкү маалыматты 30–31-суроолорго жооп берүү үчүн колдонула. Бул суроолор бири-биринен көз карандысыз.

Таблицада акчанын депозиттеги үстөк чендери берилген

	Үстөк чени (% менен)	
	50 000 сомдон төмөн	50 000 сом же андан жогору
6 айга	5	6
9 айга	7	8
12 айга	9	10

Мисалы, 10000ди 9 айга коюп, $10000 \cdot 0,07 \cdot (9/12) = 525$ сом киреше алса болот.

Финансылык операцияларда жылдык чен көрсөтүлгөн; 9/12 бул жыл менен эсептелген 9 ай.

30) Элида 6 айда 1200 сом киреше алды. Ал депозитке канча акча салган?

- а) 29 000; б) 27 000; с) 48 000; д) 41 500; е) 38 600; ф) 56 000.

31) Эсентур 9 айга 73500 сом салды. Ушундай эле киреше алыш үчүн, ал 12 айга канча акча салышы керек?

- а) 39000; б) 57000; в) 48000; г) 44100; е) 49000; ф) 50000.

Төмөнкү маалыматты 32–33-суроолорго жооп берүү үчүн колдонула. Бул суроолор бири-биринен көз карандысыз.

Сырдоочу

$$\frac{R}{W} = \frac{1}{2}; \frac{W}{B} = \frac{3}{4}.$$

катышында күрөң боёк алыш үчүн, кызыл (R), ак (W) жана кара (B) боёкторду аралаштырат.

32) Сырдоочу күрөң боёк алыш үчүн, 2,1 кг кызыл боёк колдонду. Мында канча кара боёк колдонулган?

- а) 2,9; б) 2,7; в) 4,8; г) 4,5; е) 8,6; ф) 5,6.

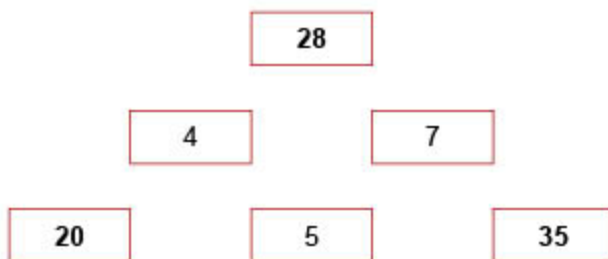
33) 8,5 кг күрөң боёк алыш үчүн канча ак боёк керектелет?

- а) 3; б) 5; в) 4,8; г) 4,5; е) 2,2; ф) 2,5.

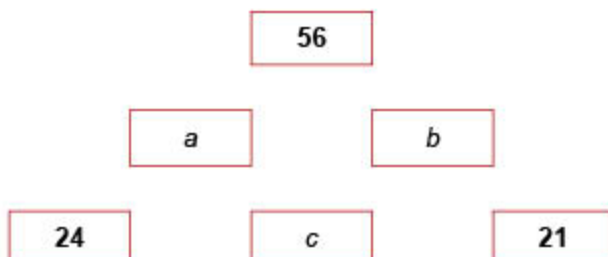
Төмөнкү маалыматты 34–36-суроолорго жооп берүү үчүн колдонула. Бул суроолор бири-биринен көз карандысыз.

Чакмактарда натуралдык сандар жазылган. Мында белгиленген сандар аларга жакын жайгашкан сандардын көбөйтүндүсүнө барабар.

Мисалы,



34) $a + b + c$ суммасын тапкыла.



- а) 19; б) 27; в) 14; г) 15; е) 18; ф) 16.

35) R кандай санга барабар болушу мүмкүн эмес?

360

144

R

а) 640; б) 600; в) 810; д) 5760; е) 10; ф) 6480.

36) KS көбөйтүндүсүн тапкыла:

K

6

14

S

а) 194; б) 274; в) 824; д) 504; е) 186; ф) 1176.

Төмөнкү маалыматты 37–39-суроолорго жооп берүү үчүн колдонула. Бул суроолор бири-биринен көз карандысыз.

Компьютердик программага натуралдык сандар киргизилсе, ал 1 саны пайда болмоюнча иштей берет.

1. Киргизүү		
2. N санын окуу. Эгерде N жуп болсо, анда 31ди аткар, болбосо 32ни аткар.		
31. $k = N/2$	32. Эгерде N жөнөкөй болсо, анда 301ди аткар, болбосо 302ни аткар.	
	301. $k = (N+1)/2$	302. $k = (3N+1)/2$
4. k санын окуу. Эгерде $k=1$ болсо, анда 5ти аткар, болбосо $N=k$ жана 2ни аткар.		
5. Бүтүрүү		

Мисалы, эгерде программага 12 саны киргизилсе, анда программа төрт цикл аткарып, ишин токтотот: 12; 6; 3; 2; 1. Эгерде программага 18 саны киргизилсе, анда программа жети цикл аткарып, ишин токтотот: 25; 38; 19; 10; 5; 3; 2; 1.

37) Эгерде программага 18 саны киргизилсе, анда программанын иш процес-синде N саны канчага барабар эмес?

a) 7; b) 14; c) 9; d) 2; e) 3; f) 4.

38) Эгерде программага 41 саны киргизилсе, анда программа канча цикл аткарган-дан кийин ишин аяктайт?

a) 3; b) 4; c) 5; d) 6; e) 7; f) 8.

39) Программага так сан киргизилди. Экинчи циклда программа N дин жуп экен-дигин аныктайт жана жыйынтыгында $k=7$ экендиги келип чыгат. Программага кандай сан киргизилген?

a) 9; b) 11; c) 13; d) 15; e) 17; f) 19.

40) Чокуларынын координаттары $A(-1; 0)$, $B(0; 3)$, $C(2; 4)$, $D(0; 0)$, $E(2; -4)$, $F(0; -3)$ болгон $ABCDEF$ көп бурчтуктун аянтын аныктагыла.

a) 11; b) 10; c) 9; d) 8; e) 7; f) 6.

Көнүгүүлөрдүн жооптору

§ 1. Кайталоо үчүн тапшырмалар

I. 1. ООБА. 2. 1) ООБА; 2) ЖОК; 3) ООБА. 3. 1) ЖОК; 2) ЖОК. 4. 1) ООБА; 2) ЖОК. 5. 1) ООБА; 2) ЖОК. 6. 1) ООБА; 2) ЖОК. 7. 1) ООБА; 2) ЖОК; 3) ЖОК. 8. 1) ЖОК; 2) ООБА. 9. 1) ООБА; 2) ЖОК (12 жол менен). 10. 1) ООБА; 2) ЖОК.



11. 1) ЖОК; 2) ООБА. 12. 1) ООБА; 2) ООБА.

II. 13. 4. 14. 2. 15. 1. 16. 4. 17. 4. 18. 3. 19. 3. 20. 1. 21. 3(910 - 109). 22. 4. 23. 3. 24. 5. 25. 5. 26. 2. 27. 4. 28. 2. 29. 3. 30. 1.

§ 2. Сан огу. Модуль бар теңдемелер

31. Бул сандардын эң кичинеси -3 , кийинкиси -1 , кийин 1 , андан кийин 2 , жана 5 . 32. Бул сандардын эң кичинеси -5 , кийинкиси -2 , кийин 0 , андан кийин 4 , жана 6 .



33. $|3| > |-1|$; $|3| > |2|$; $|3| > |1|$; $|3| < |5|$; $|3| = |-3|$.

34. $|4| < |-7|$; $|4| > |-2|$; $|4| > |2|$; $|4| > |-3|$.

35. а) $|AN| = 5,3$; б) $|TO| = 2,2$; в) $|NI| = 0,9$; д) $|NA| = 10,2$; е) $|UN| = 9,9$.

36. а) $|AL| = 10,6$; б) $|MA| = 12,2$; в) $|MB| = 0,5$; д) $|ET| = 1,97$.

37. а) 16,4; б) 36,9; в) 8,55; д) 60,5; е) 18,56; ф) 2,9.

38. а) 22,8; б) 21,5; в) 47,6; д) 2,2; е) 6; ф) 11.

39. а) 225 л; б) 180 л; в) -15 л; д) -180 л.

40. а) 230 кг; б) 90 кг; в) -60 кг; д) -120 кг.

41. 83 сом. 42. 247 сом.

43. а) $x = 7,13$; $x = 3,11$; б) $x = 15,21$; $x = -8,79$;

в) $x = -0,16$; $x = -4,58$; д) $x = -1,586$; $x = -3,814$.

44. а) $x = 1,82$; $x = 1,18$; б) $x = 2,15$; $x = 0,75$;

в) $x = 4,1$; $x = -11,9$; д) $x = -0,14$; $x = -2,72$.

45. 178 км; -333 км. 46. 20 км; $-15,7$ км. 47. 0,75 ч. 48. 15,7 с.

49. а) $x = 0,625$; $x = -0,625$; б) $x = 2,95$; $x = -2,55$; в) $x = -5,8$; $x = -2,2$.

50. а) $x = 3,5$; $x = -3,5$; б) $x = -0,38$; $x = -0,46$; в) $x = -2,5$; $x = -3,5$.

51. $\angle COB = 53^\circ$; $\angle BOD = 127^\circ$. 52. $\angle KUN = 123,75^\circ$; $\angle LUN = 56,25^\circ$. 53. 360° .

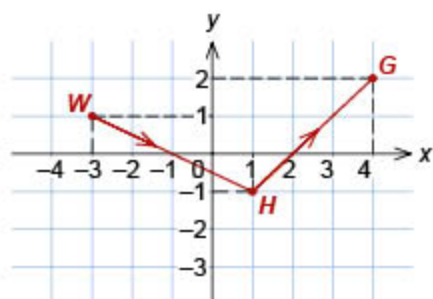
54. $\angle IOH = 103^\circ$; $\angle HOJ = 77^\circ$. 55. $\angle HJF = 80^\circ$; $\angle HJE = 100^\circ$. 56. 7° .



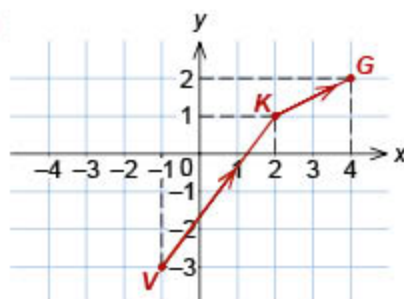
1. a) 24; b) -8; c) 4,2; d) -2,4; e) -10; f) -6,5; g) -3,17; h) -20,5; i) -9,8; j) 0,1. 2. a) 510; b) 238,8; c) 686; d) 12,8; e) 418,5; f) 1637; g) 294,5; h) 923,77; i) 532,02; j) 4399,51. 3. a) $|LE| = 5,9$; b) $|AN| = 3,4$; c) $|BU| = 25,4$; d) $|RO| = 12$; e) $|VA| = 4,57$. 4. 200. 5. -192. 6. a) $x = 6,625$; $x = -5,625$; b) $x = -0,88$; $x = 0,04$; c) $x = 0,44$; $x = -2,3$. 7. Жолугушууга чейин 1,75 саат калганда жана жолуккандан кийин 3,25 саатта. 8. $\angle IOH = 37^\circ$; $\angle HOJ = 143^\circ$. 9. $\angle HJF = 52,5^\circ$; $\angle HJE = 127,5^\circ$. 10. 45° ; 60° ; 75° . 11. 172° .

§ 3. Тегиздиктеги тик бурчтуу координат системасы

57.

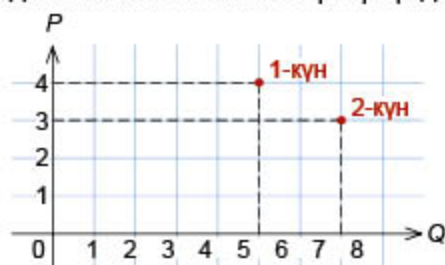


58.



59. 1инчи күндө Көмөч баасы 4 тыйындан 6 май токоч, 2инчи күндө баасы 5 тыйындан 5 май токоч жана 3үнчү күндө баасы 3 тыйындан 8 май токоч сатты.

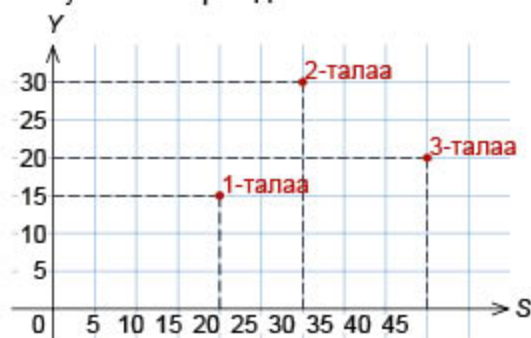
60.



(P оғунда баа, Q – оғунда балыктардын саны белгиленген.)

61. 1инчи турда 12 оюнчу 20 гол, 2инчи турда 14 оюнчу 15 гол, 3үнчү турда 20 оюнчу 25 гол киргизди.

62.



(Y оғунда түшүмдүүлүк, S талаанын аянты)

63. а) КЛАСС; б) ТЕКСТ.

64. а) $(6; -2)$ $(-3; -2)$ $(4; 4)$; б) $(6; 3)$ $(6; -2)$ $(-4; 4)$ $(5; 1)$ $(-4; 4)$ $(4; 4)$.

65. а) СТАКАН; б) ТАЛАС.

66. а) $(4; 4)$ $(-4; 4)$ $(6; 3)$ $(4; 4)$; б) $(6; 3)$ $(2; 6)$ $(-5; 4)$ $(4; 4)$ $(-3; -2)$ $(3; -4)$.

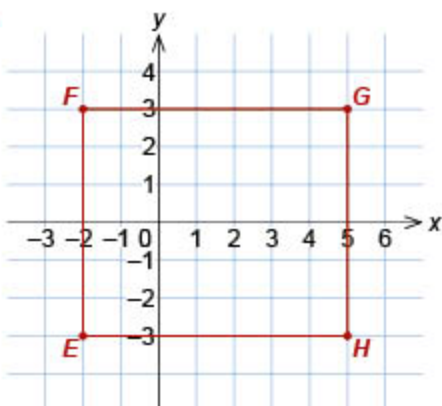
68. 1а) Семипалатинск 1б) Кызылорда

2а) $(0, 1; -6, 1)$ 2б) $(3; -5, 9)$

3а) Шымкент 3б) Караганда

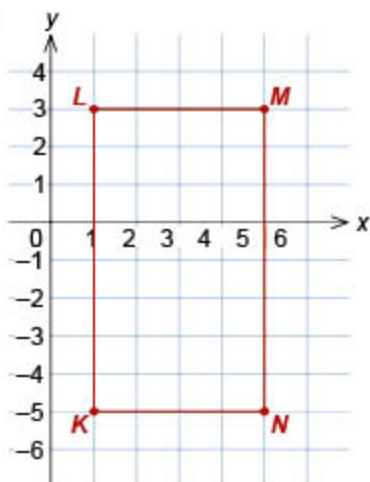
4а) $(0; 0)$ 4б) $(2, 3; 1, 3)$

69.



Аянты $7 \cdot 6 = 42$ ге барабар.

70.

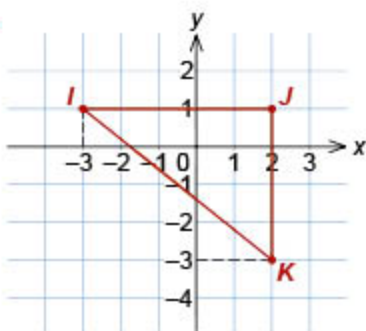


Аянты $4 \cdot 8 = 32$ ге барабар.

71. Аянты 21, катеттери FG жана GH , гипотенузасы FH .

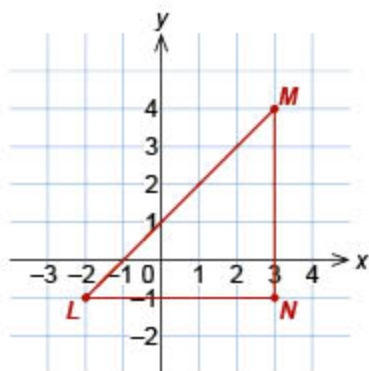
73. Площадь 16, катеттери KL жана KN , гипотенузасы LN .

72.



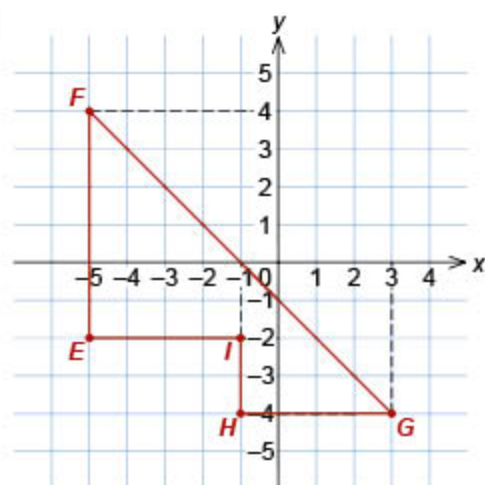
Аянты 10,
катеттери IJ жана JK ,
гипотенузасы IK .

74.



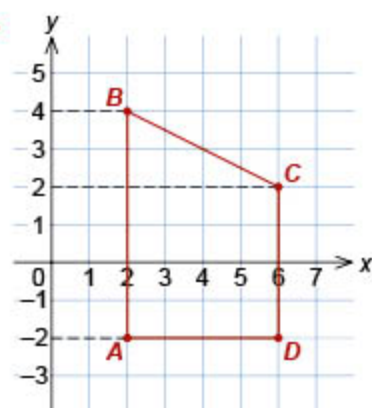
Аянты 12,5,
катеттери LN жана MN ,
гипотенузасы LM .

75.



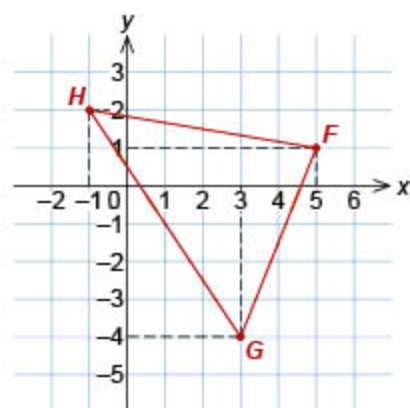
Аянты 24.

76.



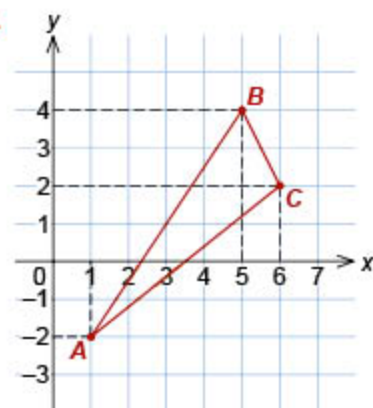
Аянты 20.

77.



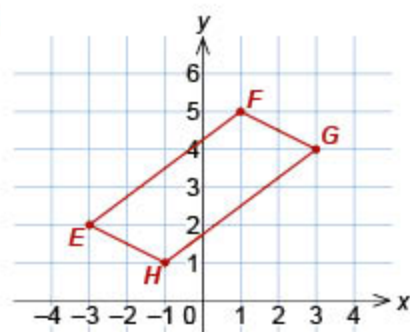
Аянты 16.

78.



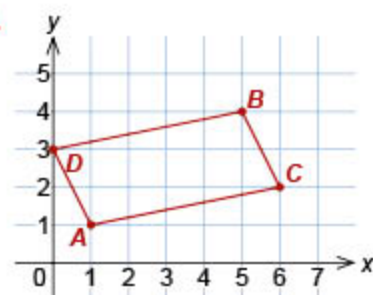
Аянты 9.

79.



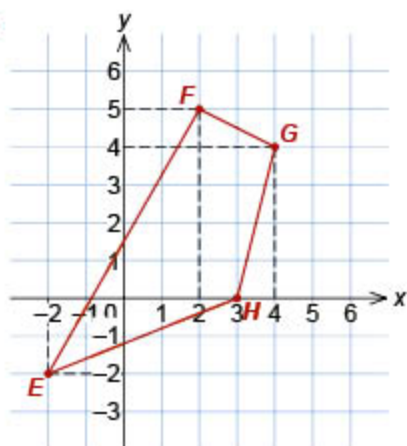
Аянты 10.

80.



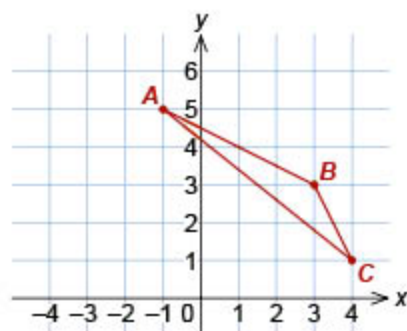
Аянты 11.

81.



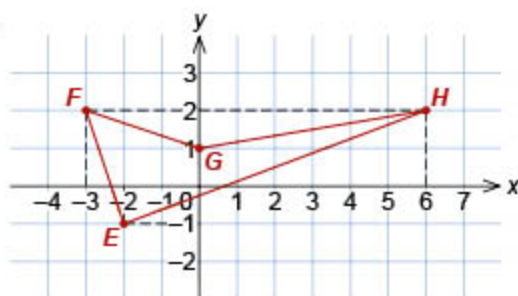
Аянты 18.

82.



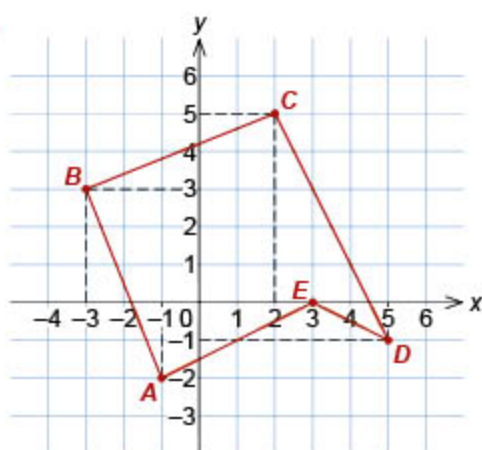
Аянты 3.

83.



Аянты 9.

84.



Аянты 18.

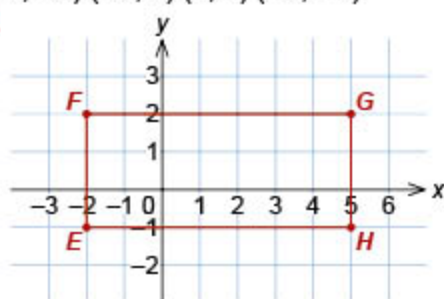
85. Аянты $3,5 \cdot 4 = 14$ ке барабар. 86. Аянты $5 \cdot 15 = 75$ ке барабар.



1. а) НИКА (жеңиштин Эски Римдеги кудайы) б) МАЛИНА; с) МИЛАН.

2. а) (6; 1) (1; 2) (1; -2) (5; 3) б) (-2; -3) (-2; 1) (1; 2) (-3; -1) (1; 2) (-2; -3); (5; 3); в) (2; -3) (1; -2) (-2; 1) (1; 2) (6; 1) (-3; -1) (1; 2) (-2; -3); д) (1; -2) (2; -3) (-2; -3) (-3; 4) (5; 3) (-2; -3).

3.

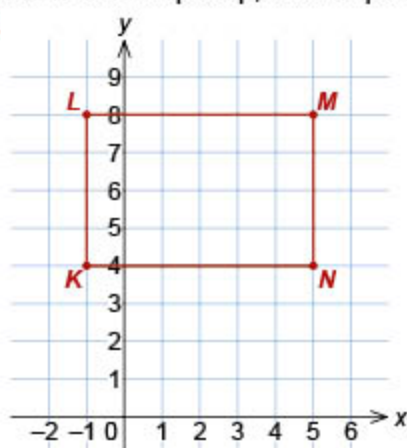


Аянты 21.

4. Аянт 7,5кө барабар; катеттери EF жана EG, гипотенузасы FJ, 5.

5. Аянт 14кө барабар; катеттери FG жана GJ, гипотенузасы FJ.

6.



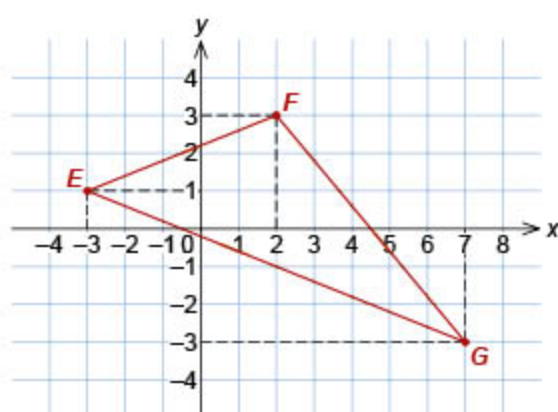
Аянты 24.

7. Аянт 9га барабар; катеттери LM жана LP, гипотенузасы MP.

8. Аянт 16га барабар; катеттери MN жана NR, гипотенузасы MR.

9. 24. 10. 26.

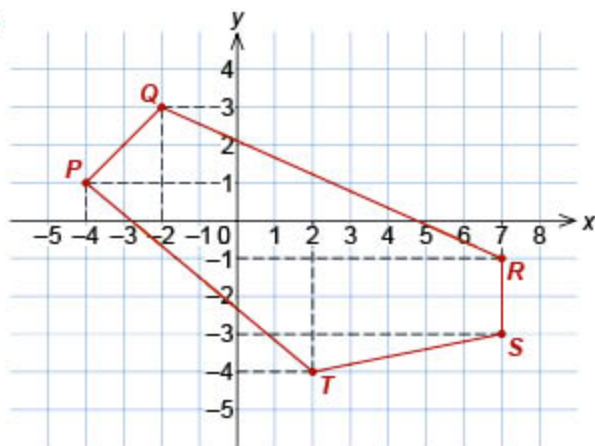
11.



Аянты 20.

12. 11. 13. 6,5. 14. 21. 15. 23,5.

16.



Аянты 39,5.

§ 4. Түз пропорциялык көз карандылык. Пропорциялар

88. а) 180 км; б) 108 км; в) 146,25 км. **89.** а) 840 м; б) 609 м; в) 1386 м. **90.** а) 6 м; б) 9,6 м; в) 3,06 м. **91.** а) 55,5 км; б) 41,625 км; в) 67,5 км. **93.** а) 25,5; б) 41,82. **94.** а) 53,32 а; б) 71,52 а. **95.** а) 58,4 м; б) 23,725 м. **96.** а) 114; б) 167,96. **98.** а) 2870; б) 5117,21. **99.** а) $85 \cdot 6 = 510$; б) $155,1 \cdot 6 = 930,6$. **100.** $A = atn$ эмгек өндүрүмдүүлүгү туруктуу болгон учурда; $A = bP$ аныкталган убакыт учурунда. **101.** $S = at$, бир калыптагы ылдамдык учурунда; $S = bv$ чектелген убакыт учурунда. **102.** а) жок; б) ооба; в) ооба; г) жок. **103.** а) ооба; б) ооба; в) ооба; г) жок. **104.** Эки пропорциянын сол жактары барабар болсо, анда алардын оң жактары пропорцияны түзөт. **105.** а) -2,5; б) 35,5. **106.** а) -1,964; б) 0,55. **107.** Жок. Сол жактагы сан терс, оң жактагы — оң оң. **108.** а) 1,09375; б) -0,375; в) -3,65. **109.** а) 1,71875; б) 2,5; в) 2. **110.** 1064 м. **111.** 18,2. **112.** 456 м. **113.** Бир саатта 6,5 көйнөк.

114. $V = 8 \cdot 5 \cdot 16 = 640 \text{ см}^3$; $S = 2 \cdot 8 \cdot 5 + 2 \cdot 8 \cdot 16 + 2 \cdot 5 \cdot 16 = 496 \text{ см}^2$

а) $V = 8 \cdot 5 \cdot 4 = 160 \text{ см}^3$; $S = 2 \cdot 8 \cdot 5 + 2 \cdot 8 \cdot 4 + 2 \cdot 5 \cdot 4 = 184 \text{ см}^2$

б) $V = 8 \cdot 5 \cdot 40 = 1600 \text{ см}^3$; $S = 2 \cdot 8 \cdot 5 + 2 \cdot 8 \cdot 40 + 2 \cdot 5 \cdot 40 = 1120 \text{ см}^2$

в) $V = 8 \cdot 5 \cdot 80 = 3200 \text{ см}^3$; $S = 2 \cdot 8 \cdot 5 + 2 \cdot 8 \cdot 80 + 2 \cdot 5 \cdot 80 = 2160 \text{ см}^2$

Көлөм менен бийиктиктин арасындагы түз пропорциялык көз карандылык: $V = 8 \cdot 5 \cdot h$.

115. $L = 4 \cdot 4 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 2,1 = 28,4 \text{ м}$;

$s = 2 \cdot 4 \cdot 2,1 + 2 \cdot 1 \cdot 2,1 = (2 \cdot 4 + 2 \cdot 1) 2,1 = 21 \text{ м}$.

а) $L = 4 \cdot 4 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 0,7 = 22,8 \text{ м}$;

$s = 2 \cdot 4 \cdot 0,7 + 2 \cdot 1 \cdot 0,7 = (2 \cdot 4 + 2 \cdot 1) 0,7 = 7 \text{ м}$.

б) $L = 4 \cdot 4 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 4,2 = 36,8 \text{ м}$;

$s = 2 \cdot 4 \cdot 4,2 + 2 \cdot 1 \cdot 4,2 = (2 \cdot 4 + 2 \cdot 1) 4,2 = 42 \text{ м}$.

в) $L = 4 \cdot 4 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 14,7 = 78,8 \text{ м}$;

$s = 2 \cdot 4 \cdot 14,7 + 2 \cdot 1 \cdot 14,7 = (2 \cdot 4 + 2 \cdot 1) 14,7 = 147 \text{ м}$.

Каптал беттин аянты менен бийиктиктин арасындагы түз пропорциялык көз карандылык: $s = (2 \cdot 4 + 2 \cdot 1) h$.

117. 4. 118. 72 л/мүнөт. 119. Бетанын бийиктиги кичирээк. 120. 10 рейс. 121. 7. 122. Пияз кымбатыраак. 123. 1) 39,6 сом. 2) 2,875 саат. 3) 50 бала. 4) 45 түтүн. 124. 1) 59 сом. 2) 1,69 саат. 3) 40 кыз. 4) 70 огород.



1. a) 24; b) 80; c) 116. 2. a) 432; b) 396. 3. a) 4130; b) 7210; c) 3521. 4. a) 37 200 сом; b) 31 500 сом. 5. a) ооба; b) ооба; c) ооба; d) жок. 6. a) -3; b) 0,5; c) -0,12; d) -3. 7. 21,25. 8. a) 18,8; b) 65,8. 9. a) 211,2; b) 98,56; c) 161,92.

10. $V = 4,2 \cdot 4,2 \cdot 4,2 = 74,088 \text{ м}^3$; $S = 6 \cdot 4,2 \cdot 4,2 = 105,84 \text{ м}^2$;

$$L = 12 \cdot 4,2 = 50,4 \text{ м.}$$

a) $V = 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 = 0,343 \text{ м}^3$; $S = 6 \cdot 0,7 \cdot 0,7 = 2,94 \text{ м}^2$;

$$L = 12 \cdot 0,7 = 8,4 \text{ м.}$$

b) $V = 10,5 \cdot 10,5 \cdot 10,5 = 1157,625 \text{ м}^3$; $S = 6 \cdot 10,5 \cdot 10,5 = 661,5 \text{ м}^2$;

$$L = 12 \cdot 10,5 = 126 \text{ м.}$$

c) $V = 16,8 \cdot 16,8 \cdot 16,8 = 4741,632 \text{ м}^3$; $S = 6 \cdot 16,8 \cdot 16,8 = 1693,44 \text{ м}^2$;

$$L = 12 \cdot 16,8 = 201,6 \text{ м.}$$

Каптал кырларынын узундугу менен каптал кырынын арасында түз пропорциялык көз карандылык: $L = 12 \cdot a$.

11. 22,75. 12. 4,92. 13. 60. 14. 12. 15. a) 4; b) 5; c) 8; d) 6,25. Тескери пропорциялык катыш. 16. a) 2; b) 48; c) 34; d) 46. Түз пропорциялык катыш. 17. a) 16; b) 5; c) 6,4; d) 25. Тескери пропорциялык катыш.

§ 5. Аралашмалар

126. Сайкал жаңылган. Койлордун саны бүтүн эмес сан болушу мүмкүн эмес. 127. 16 каз. 128. 70 сом. 129. 33 сом. 130. a) 8,72; b) мүмкүн эмес. 131. a) 10,96; b) 12,06. 132. 14 кг. 133. 7 кг. 134. 11. 135. 17. 136. 12,5 литр. 137. 4,6 литр. 138. 27 литр. 139. 20 литр. 140. 5. 141. 150 литр. 142. 100 грамм. 143. 3 литр. 144. a) 50 тыйындан төрт монета; b) 5 сомдук бир монета жана 50 тыйындан эки монета, же 3 сомдон эки монета, же 3 сомдон бир монета жана 50 тыйындан алты монета же 50 тыйындан он эки монета. 145. a) 1 сомдук төрт монета же 3 сомдук бир монета жана 1 сомдук бир монета. b) 5 сомдук бир монета же 1 сомдук эки жана 3 сомдук бир монета же 1 сомдук беш монета. 146. 1) Мисалы, (15; 2), (12; 4), (9; 6). 2) a) 6 жуп; b) мүмкүн эмес; c) мүмкүн эмес. 147. 1) Мисалы, (2,52; 1), (1,16; 3), (0,48; 4). 2) a) 1,84 кг; b) мүмкүн эмес.



1. 15. 2. Эрнист жаңылган. Койлордун саны бүтүн сан болуш керек. 3. 7. 4. Элчибай жаңылган. Машинелердин саны терс сан болбош керек.

5. 3. Эсептөөдөн ката кетсе керек. В саны бүтүн болуш керек. 7. 34%түү эритме бул шартта пайда болбойт. 8. 5. 9. 30 күн. 10. а) 720 сом; б) 935 сом. 11. а) 3 сомдук үч монета. б) 5 сомдук үч монета, же 3 сомдук беш монета. 12. 15 литр. 13. 4. 14. 7. 15. 21. 16. 16. 17. 3 литр. 18. 1) Мисалы, (1; 6,875); (2,4; 6); (4; 5). 2) а) 6,25 кг; б) 4,25 кг.

§ 6. Сызыктуу теңдемелердин өтө жөнөкөй системалары

149. 45,5; 62,5. 150. 445; 375. 151. 5,5 : 3,5. 152. 15 : 8. 153. 11 жана 8. 154. 160 жана 20. 155. 4. 156. 2. 157. 27 жана 6. 158. 9 жана 6. 159. 8. 160. 73/9 – туура эмес жооп. 161. 7,2 – туура эмес жооп. 162. 17. 163. 344. 164. 231. 166. 9 см². 167. 20 см; 16 см. 168. 35 м². 169. 7 см. 170. 7200 сом. 171. 44,1 кг. 172. 425 кой жана 75 эчки. 173. 35 уй жана 15 жылкы. 174. 37 жана 23. 175. 40 жана 24. 176. (60; 40). 177. (40; 10).



1. 9,2; 7,8. 2. а) (21; 21); б) (2; -45); с) (1; 7); d) (9; 176); e) (0,4; 1,6); f) (0,7; -2,2). 3. 12. 4. Системанын чыгарылышы 12,5 жана 20,5 маселенин туура жооптору боло албайт, анткени койдун, каздын сандары бүтүн эмес сан болбойт. 5. Туура жооп: бирди да чогултууга болбойт, анткени велосипедди чогултуу үчүн башка дагы көптөгөн тетиктер керек болот. Эгерде тетиктер бар десек, анда 4 велосипедди чогултса болот. 6. 151. 7. 16. 8. 12. 9. 6. 10. 8740 см². 11. Шляпа: 250 сом; шапка: 150 сом. 12. (30; 10). 13. Түндүккө: 320 км/саат; түштүккө: 280 км/саат. 14. 820 км/саат; 680 км/саат. 15. 85 жана 115. 16. 15 жана 10. 17. Системанын чыгарылышы – 8 жана 40 маселенин туура жообу боло албайт, анткени балдардын саны терс сан болуусу мүмкүн эмес. 18. Системанын чыгарылышы 35 жана – 2 маселенин туура жообу боло албайт, анткени каздардын саны терс сан болушу мүмкүн эмес. 19. 35 л жана 15 л.

§ 7. Натуралдык сандарды жазуу системасынын касиеттери

179. 13; 22; 31; 40. 180. 89; 98. 181. 47. 182. 61. 183. 229. 184. 434. 185. 71. 186. 46. 187. 474. 188. 255. 189. 53. 190. 28. 191. 35. 192. 49. 193. 90. 194. 929. 195. 326. 196. 45. 197. 918. 198. 344.



1. 1000. 2. 999. 3. а) 12; 21; 30. б) 79; 88; 97. 4. а) 101; 110. б) 899; 989; 998. 5. 96. 6. 114. 7. 323. 8. 92. 9. 373. 10. 21. 11. 34. 12. 56. 13. 49. 14. 86. 15. 260. 16. 24. 17. 342. 18. 630. 19. 540.

§ 8. Сандардын бөлүнүшү

200. а) Ооба. б) Ооба. в) Жок. д) Ооба. е) Жок. ф) Жок. **201.** а) Ооба. б) Жок. в) Жок. д) Ооба. е) Жок. ф) Жок.

202. а) $749 = 700 + 49 = 7 \cdot 100 + 49$
б) $369 = 360 + 9 = 36 \cdot 10 + 9$
в) $121 = 110 + 11 = 11 \cdot 10 + 11$
д) $1339 = 1300 + 39 = 13 \cdot 100 + 39$
е) $363 = 330 + 33 = 33 \cdot 10 + 33$
ф) $360024 = 360000 + 24 = 36 \cdot 10000 + 24$

203. а) $618 = 600 + 18 = 6 \cdot 100 + 18$
б) $3606 = 3600 + 6 = 36 \cdot 100 + 6$
в) $2121 = 2100 + 21 = 21 \cdot 100 + 21$
д) $1734 = 1700 + 34 = 17 \cdot 100 + 34$
е) $9632 = 9600 + 32 = 96 \cdot 100 + 32$
ф) $193857 = 190000 + 3800 + 57 = 19 \cdot 10000 + 38 \cdot 100 + 57$

205. {6; 14; -4; 168; 40}

206. а) $14 = 2 \cdot 7$ д) $334 = 2 \cdot 167$
б) $38 = 2 \cdot 19$ е) $3638 = 2 \cdot 1819$
в) $26 = 2 \cdot 13$ ф) $3610024 = 2 \cdot 1805012$.

207. {31; -47; 689; 407; -307}

208. а) $46 = 2 \cdot 23$ д) $2334 = 2 \cdot 1167$
б) $58 = 2 \cdot 29$ е) $8638 = 2 \cdot 4319$
в) $662 = 2 \cdot 331$ ф) $61200242 = 2 \cdot 30600121$.

210. а) Ооба. б) Жок. в) Ооба. д) Жок. е) Жок. ф) Жок. **211.** а) Ооба. б) Жок. в) Ооба. д) Жок. е) Ооба. ф) Ооба. **212.** а) Быстрик; Шустрикке жана Быстрикке 414тү тийген. б) Шустрик; Шустрикке 322си тийген, Быстрикке – 299у тийген. в) Шустрик; Шустрикке 333ү тийген, Быстрикке – 322и тийген. д) Быстрик; Шустрикке 207и тийген, Быстрикке – 193ү тийген. **213.** а) Бырша; Шуршага 128, Быршага 128ден шуру тийди. б) Шурша; Шуршага 96, Быршага – 80. в) Шурша; Шуршага 123, Быршага – 112. д) Бырша; Шуршага 160 шуру, Быршага – 150.

214. а) Жок. б) Ооба. в) Ооба. д) Ооба. е) Жок.

215. а) $140 = 5 \cdot 28$ в) $265 = 5 \cdot 53$ е) $6385 = 5 \cdot 1277$
б) $385 = 5 \cdot 77$ д) $3340 = 5 \cdot 668$ ф) $100245 = 5 \cdot 20049$.

216. а) Жок. б) Ооба. в) Ооба. д) Жок. е) Ооба.

217. а) $460 = 5 \cdot 92$ в) $6625 = 5 \cdot 1325$ е) $8635 = 5 \cdot 1727$
б) $585 = 5 \cdot 117$ д) $2330 = 5 \cdot 466$ ф) $12005 = 5 \cdot 2401$

218. а) Жок. б) Жок. в) Ооба. д) Ооба. **219.** а) Жок. б) Ооба. в) Жок. д) Ооба.

220. 2; 4; 6; 8. **221.** 2; 7. **222.** а) Жок. б) Ооба. в) Жок. д) Ооба. **223.** а) Ооба.

б) Ооба. в) Жок. д) Жок. **224.** 2; 6. **225.** 5. **226.** а) Жок. б) Ооба. в) Ооба. д) Жок.

227. а) Жок. б) Ооба. в) Ооба. д) Жок. **228.** а) Жок. б) Ооба. в) Ооба. д) Ооба.

229. а) Ооба. б) Жок. в) Жок. д) Ооба. **230.** 1; 4; 7. **231.** 2; 5; 8. **232.** 2; 5; 8.

233. 1. **234.** Жок. Мисалы, $67 + 5$ 9ка бөлүнөт. **235.** 1; 4; 7. Цифралардын суммасы $6 + 3 + (a + 2)$. **236.** 9. Цифралардын суммасы $b + 3 + 6 + 9$. **237.** 2; 5; 8. Цифралардын суммасы $4 + 3 + c + 6$. **238.** а) 25305432. б) 25305435. **239.** а) 234045675. б) 234045675. **240.** а) 239439. б) 237435. с) Мындай сан жок. **241.** а) 234945675. б) 234845676. с) 234845676.



1. 88. **2.** 89. **3.** 11. **4.** 21.

- 5.** а) $217 = 210 + 7 = 21 \cdot 10 + 7$
 б) $1616 = 1600 + 16 = 16 \cdot 100 + 16$
 с) $62031 = 62000 + 31 = 62 \cdot 1000 + 31$
 д) $54270 = 54000 + 270 = 54 \cdot 1000 + 270$
 е) $860043 = 860000 + 43 = 86 \cdot 10000 + 43$
 ф) $182091 = 182000 + 91 = 182 \cdot 1000 + 91$

6. а) Жуп. б) Так. с) Так. д) Жуп. е) Так. ф) Так. **7.** а) Пёстрик; Пёстрикке 171, Чернушка – 152. б) Пёстрик; Пёстрикке 317, Чернушка – 304. с) Черныш; Пёстрикке 228, Чернушка – 227. д) Черныш; Пёстрикке 209, Чернушка – 191. **8.** а) Ооба. б) Жок. с) Жок. д) Ооба. **9.** а) Ооба. б) Жок. с) Ооба. д) Жок. **10.** 0; 3; 6; 9. **11.** 4. **12.** Мындай маани жок. **13.** Мындай маани жок. **14.** 5. **15.** 5. **16.** 0; 6; 17. 6. **18.** 0; 3; 6; 9. **19.** 1. **20.** Мындай маани жок. **21.** а) 30540; б) 30540; с) 32544. **22.** а) 249453; б) 248454; с) 249450. **23.** 423965. **24.** Сан 25ке бөлүнөт, эгерде андагы акыркы эки цифрадан турган сан 25ке бөлүнсө. Демек, 85 25ке бөлүнбөгөндүктөн Остап Бендердики туура, ар бир үстөлдүн баасы 25 сом боло албайт. **25.** Китептин ар бир барагы удаалаш натуралдык сандар менен белгиленет: жуп жана так. Ошондуктан ар бир барактын номерлеринин суммасы так сан болот. Андыктан, так сандардын так санынын суммасы так болгондуктан, суммасы 2014 болгон жооп туура эмес.

§ 9. Натуралдык сандарды көбөйтүүчүлөргө ажыратуу. ЭКЖБ

243. а) жок; б) ооба; с) ооба; д) ооба; е) ооба; ф) жок. **244.** а) ооба; б) ооба; с) жок; д) жок; е) ооба; ф) ооба. **245.** 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37. **246.** 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47.

- 247.** а) $35 = 5 \cdot 7$
 б) $14 = 2 \cdot 7$
 с) $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$
 д) $242 = 2 \cdot 11 \cdot 11$
 е) $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
 ф) $9000 = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$

- 248.** а) $17 = 17$
 б) $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$
 с) $98 = 2 \cdot 47$

$$d) 250 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$e) 111 = 3 \cdot 37$$

$$f) 10000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$$

- 249.** 24 мүн. **250.** 2 саат. **251.** а) 77; б) 35; с) 84; d) 150; e) 7560; f) 6006.
252. а) 65; б) 70; с) 245; d) 120; e) 231 000; f) 4914. **253.** 11,2. **254.** 14,4. **255.** 1,5
 1,5 саат (Көрсөтмө: Баарын мүнөткө которгула). **256.** 114 мүнөт. **257.** 24 саат.
258. 15 саат. **259.** 5,85 мүнөт. **260.** 2,625 күн. **261.** 16,32 мүнөт. **262.** 14,85 мүнөт.
263. 27,5 мүнөт. **264.** 60 мүнөт. **265.** 22 375 км. **266.** 187,5 км.



- 1.** а) $23 = 23$ с) $88 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11$ e) $126 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7$
 б) $26 = 13 \cdot 2$ d) $96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ f) $2100 = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$
2. 2,4. **3.** 0,5. **4.** а) 51; б) 34; с) 204; d) 140; e) 33 000; f) 1056. **5.** 17,28. **6.** 11,25.
7. 10 күн. **8.** 84. **9.** 78,75. **10.** 8 саат. **11.** 63 саат. **12.** 4,48 саат. **13.** 3,6 мүнөт.
14. 26,4 мүнөт. **15.** 30 мүнөт. **16.** 4331,25 км. **17.** Жок. Бассейн 40 мүнөттө толот.
18. 7.

§ 10. Кадимки бөлчөктөрдүн барабардыгы. ЭЧЖБ

- 268.** а) 9; б) 216; с) -52; d) 1,69; e) 6; 2f) -33,75. **269.** а) 16; б) 10; с) 198;
 d) 0,031; e) 18,7; f) -300. **270.** а) жок; б) жок; с) ооба; d) жок; e) ооба; f) жок.
271. а) ооба; б) ооба; с) жок; d) жок; e) жок; f) ооба. **272.** а) {2; 5}; б) {2; 3;
 31}; с) {5; 51; 2; 21}; d) {2; 21; 22; 23; 3}. **273.** а) {5; 7}; б) {17}; с) {11; 3; 31};
 d) {5; 51; 52; 2; 21}. **274.** а) 154; б) 36; с) 168; d) 480. **275.** а) 156; б) 748;
 с) 1001; d) 4900. **276.** а) 2; б) 1; с) 16; d) 81; e) 13. **277.** а) 1; б) 9; с) 28; d) 4;
 e) 3. **278.** а) 4 жана 14; б) 22 жана 8. **279.** а) 21 жана 35; б) 24 жана 14.
280. 10, 14 жана 18. **281.** 8, 10 жана 12.
282. а) $\frac{9}{7}$; б) $\frac{2}{3}$; с) $-\frac{17}{54}$; d) $\frac{4}{7}$. **283.** а) $\frac{4}{5}$; б) $\frac{3}{2}$; с) $-\frac{3}{8}$; d) $\frac{3}{5}$.



- 1.** а) 10; б) 13; с) -48; d) 400. **2.** а) ооба; б) жок; с) жок; d) жок. **3.** а) {3;
 7}; б) {3; 31; 5}; с) {2; 21; 22; 23; 5}; d) {3; 31; 13}. **4.** а) 572 жана 2; б) 150
 жана 25; с) 400 жана 1; d) 432 жана 2. **5.** а) Жок. ЭКЖБ (14; 49) = 98;
 ЭКЖБ (98; 147) = 49. б) Ооба. ЭКЖБ (4; 16) = ЭКЖБ (48; 32) = 16. **6.** а) 10
 жана 18; б) 14 жана 10. **7.** 8; 14 жана 18. **8.** Жок. Мисалы, ЭКЖБ (6; 8) = 2.
9. а) 1; б) 1 (а пунктун кара). **10.** Туура жооп б. А айтылышы туура эмес.
 Мисалы, ЭКЖБ (7; 14) = 7.
11. а) $\frac{2}{15}$; б) $\frac{13}{21}$; с) $-\frac{3}{41}$; d) $\frac{8}{15}$.

§ 11. Кадимки бөлчөккөрдүн үстүнөн амалдар

285. а) туура; б) туура; с) туура эмес; d) туура; e) туура эмес; f) туура эмес.

286. а) туура эмес; б) туура; с) туура эмес; d) туура; e) туура эмес; f) туура эмес.

287. а) $\frac{51}{140}$; б) $-\frac{11}{32}$; с) $-\frac{1}{8}$; d) $\frac{9}{14}$; e) $\frac{6}{5} = 1,2$; f) $\frac{17}{3}$.

288. а) $\frac{9}{91}$; б) $-\frac{1}{20} = -0,05$; с) $-\frac{1}{9}$; d) $\frac{7}{60}$; e) $\frac{6}{7}$; f) 8.

289. а) $\frac{35}{39}$; б) $-\frac{9}{22}$; с) $-\frac{98}{57}$; d) $\frac{25}{2} = 12,5$.

290. а) $\frac{28}{27}$; б) $-\frac{21}{32}$; с) -1; d) $\frac{2}{63}$. **291.** а) $\frac{17}{82}$; б) $\frac{10}{63}$.

292. а) $\frac{27}{40}$; б) $\frac{23}{30}$. **293.** а) $\frac{7}{82}$; б) $-\frac{10}{63}$; с) $-\frac{37}{65}$.

294. а) $\frac{51}{241}$; б) $\frac{1}{84}$; с) $-\frac{27}{62}$. **295.** а) 1; б) $\frac{3}{7}$; с) $-\frac{2}{23}$; d) $-\frac{20}{21}$; e) $\frac{1}{3}$; f) $\frac{1}{3}$.

296. а) $-\frac{2}{5}$; б) 2; с) $-\frac{15}{19}$; d) $\frac{4}{27}$; e) $\frac{9}{13}$; f) $\frac{18}{19}$.

297. а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{1}{8}$; с) $-\frac{25}{42}$; d) $-\frac{4}{21}$; e) $\frac{53}{48}$; f) $\frac{2}{15}$.

298. а) $-\frac{2}{15}$; б) $\frac{64}{77}$; с) $-\frac{121}{160}$; d) $\frac{17}{84}$; e) $\frac{71}{117}$; f) $\frac{77}{90}$.

299. а) $-\frac{2}{15}$; б) $\frac{64}{77}$. **300.** а) $3\frac{1}{8}$; б) $-7\frac{3}{4}$. **301.** а) $2\frac{1}{17}$; б) $-60\frac{1}{7}$.

302. а) $\frac{817}{81}$; б) $-\frac{99}{42}$.

304. а) $30\frac{57}{64}$; б) $51\frac{2}{15}$; с) $22\frac{4}{15}$; d) $101\frac{2}{17}$; e) $93\frac{3}{16}$; f) $3\frac{1}{57}$.

305. а) $55\frac{3}{4}$; б) $888\frac{1}{24}$; с) $111\frac{19}{84}$; d) $31\frac{13}{64}$; e) $50\frac{1}{31}$; f) $4\frac{2}{39}$.

306. а) 3,7; б) 0,235. **307.** а) 13,9; б) 6. **308.** а) 1,3; б) 2. **309.** а) 4,2; б) 15. **310.** 20.

311. 3,5.



1. а) аралаш; б) буруш; с) дурус; d) буруш; e) аралаш; f) дурус

2. а) $2\frac{17}{82}$; б) $-\frac{13}{17}$; с) $\frac{13}{48}$; d) $-\frac{5}{27}$; e) $-\frac{17}{482}$; f) $\frac{34}{173}$; g) $\frac{83}{21}$; h) -5,2.

3. а) $-3\frac{2}{11}$; б) $71\frac{1}{6}$. **4.** а) $\frac{36007}{18}$; б) $-\frac{789}{7}$. **5.** а) $\frac{164}{17} = 9\frac{11}{17}$; б) $\frac{4}{7}$;

с) $\frac{19}{2} = 9,5$; d) $\frac{1}{16}$; e) $4\frac{1}{8}$; f) $2\frac{26}{87}$; g) $1\frac{2}{21}$; h) $-1\frac{9}{14}$.

6. а) 5; б) 2; с) 4,2; d) 1,2. **7.** а) 2,1; б) 1.

§ 12. Даража. Абсолюттук жана салыштырма каталык

313. 1) a) 41^5 ; b) $3,21^7$; c) $9^2 \cdot 7^3 \cdot 3^4$; d) $\left(\frac{5}{11}\right)^5$.

2) a) 1331; b) 4,41; c) 0,0081; d) $\frac{27}{2197}$; e) $1975 \frac{25}{81}$.

314. 1) a) 114^6 ; b) $0,003^4$; c) $7^3 \cdot 7^2 \cdot 3^4$; d) $\left(1\frac{9}{71}\right)^4$.

2) a) 128; b) 8242,408; c) 0,0144; d) $\frac{1}{243}$; e) $204 \frac{4}{49}$.

315. Сол жактагы даражалардын суммасы оң жактагы даражалардын суммасына барабар. **316.** a) 6; b) 1. **317.** a) 10; b) 1. **318.** 16. **319.** 5,5. **320.** 2,505; 0,05%; **321.** 0,422; 0,3%.



1. a) 17^5 ; b) $3,1^6$; c) $9^3 \cdot 5^3 \cdot 13^3$; d) $\left(5\frac{5}{17}\right)^3$. **2.** a) 9261; b) 0,0001; c) 27,154521; d) $\frac{169}{529}$; e) $186 \frac{202}{343}$. **3.** 1,1. **4.** 0,493; 0,58%. **5.** 11.

§ 13. Теңдеме түзүүгө карата маселелер

322. a) ооба; b) жок; c) ооба; d) жок. **323.** a) жок; b) ооба; c) ооба; d) ооба.

324. a) 28; b) $-\frac{1}{7}$; c) $3\frac{3}{7}$; d) $3\frac{4}{7}$; e) $2\frac{35}{57}$.

325. a) 476; b) $\frac{11}{42}$; c) $7\frac{1}{7}$; d) $3\frac{2}{3}$; e) $\frac{164}{17} = 9\frac{11}{17}$.

326. 12. **327.** 35. **328.** 280. **329.** 1260. **330.** 33. **331.** 14. **333.** 15. **334.** 33. **335.** 60. **336.** 35. **338.** 4. **339.** 2. **340.** Сурия 200, Зарина 180, Элмира 162 иш текшерген. **341.** 34,5. **342.** Маселенин чыгарылышы жок, анткени банкалардын саны бүтүн болуш керек. **343.** Маселенин чыгарылышы жок, анткени гүлдөрдүн саны бүтүн болуш керек.

344. $\frac{12}{36}$. **345.** $\frac{4}{20}$.

346. 273 и 215. **347.** 63 и 84. **348.** 600. **349.** 1162.

350. $2\frac{11}{18}$; $7\frac{7}{18}$. **351.** $9\frac{33}{35}$; $4\frac{7}{18}$; $7\frac{29}{18}$. **352.** $\frac{16}{1225}$. **353.** $\frac{23}{12}$.



1. a) $\frac{1}{3}$; b) $4\frac{1}{3}$; c) $2\frac{3}{3}$; d) $2\frac{4}{7}$; e) $1\frac{7}{11}$; f) $\frac{1}{7}$; g) $\frac{50}{57}$; h) 11; i) $\frac{23}{36}$; j) $1\frac{25}{64}$; k) $5\frac{4}{91}$. **2.** 3404; 2516. **3.** 8000. **4.** $24\frac{1}{3}$. **5.** 42. **6.** 21 и 45. **7.** 524 сома. **8.** 408.

9. 123080. 10. 16. 11. $5/12$. 12. 648. 13. 174. 14. $5\frac{5}{16}$; $7\frac{3}{16}$. 15. 11,7; 9,1; 12,2
16. $2\frac{43}{450} \text{ м}^2$.

§ 14. Орточо маанилер. Ортоломо. Мода. Медиана

355. 4,9 кг. 356. 3,825 кг. 357. 453 сома. 358. 61,622 кг.

359. а) 115; б) 813050; в) $\frac{11}{28}$; д) 2; е) 14; ф) $6\frac{8}{315}$.

360. а) 14; б) 79811,04; в) 3,5; д) -1; е) -6,14; ф) $4\frac{1}{48}$.

361. а) 192; б) -244,42; в) 125; д) $36\frac{3}{7}$.

362. а) 187; б) -71,01; в) 30; д) $77\frac{7}{9}$.

363. 13,6 кг. 364. 262,5 деген жооп туура эмес, анткени жумурткалардын саны бүтүн сан болуш керек. 365. 3,75 кг. 366. 133,6 деген жооп туура эмес, анткени жумурткалардын саны бүтүн сан болуш керек. Ал эми 365те сөз макарондун салмагы жөнүндө болуп жаткандыктан, ал бүтүн эмес болушу мүмкүн. 368. 11 жаш. 369. 6 кукла. 370. 20 маселе. 371. 1 жолу. 372. 3,73 кг. 373. 4,06 кг жана 4,5 кг. 374. 47; 46,6. 375. 4,5375. 376. $109,2/27 = 4,044$. 377. $290/73 \approx 3,9726$. 378. «Альфа» дүкөнү үчүн 53,38, «Бета» үчүн 54. Бул сандар ар кайсы жыйынтыкка алып келиши мүмкүн. Албетте, «Бета» дүкөнүнүн ортоломосу чоң, ал бир эле китеше эң чоң – 70 миң болгон жуманын таасири. Башка жумаларда «Альфанын» көрсөткүчтөрү бир топ дурус. 379. А сорту үчүн 30,4, В үчүн 30. Бул сандар ар кайсы жыйынтыкка алып келиши мүмкүн. Албетте, В сортунун ортоломосу азыраак, бирок ал бир эле эгин талаасынын таасири, анын түшүмдүүлүгү – 13. 380. «Альфа» дүкөнү үчүн $Me = 53,5$; $Mo = 53$; 54; 55, «Бета» үчүн: $Me = 53$; $Mo = 50$. 381. Эски сорту үчүн $Me = 30$; $Mo = 29$, жаңы үчүн: $Me = 32$; $Mo = 32$. 382. а) 23; б) $1/2$; в) -5,43. 383. а) 17; б) 21; в) -3,13. 384. а) $2/11$; б) $-16/105$; в) -0,675. 385. а) 4,2; б) 3,5; в) 6,5. 386. а) $2/11$; б) $-16/105$; в) -0,675. 387. а) 4,2; б) 3,5; в) 6,5. 388. а) Мод бир, эки, үч же алты болушу мүмкүн, анын мисалдары: {1; 1; 4; 4; 1; -6}, {1; 1; 4; 4; 1; 4}, {1; 1; 4; -1; 4; -1}. Ал эми анын төрт менен беш болушу мүмкүн эмес. б) Туура эмес. Медиан чоң, кичине же ортоломого барабар болушу мүмкүн. Анын мисалдары катары: {1; 4; 5}, {1; 2; 4}, {1; 3; 5} алууга болот. 389. а) Мод бир, эки жана төрт болушу мүмкүн, анын мисалдары: {1; 1; 4; 1}, {1; 1; 4; 4}, {1; 4; -1; -6}. Бирок анын үч болушу мүмкүн эмес. б) Туура эмес. Мода ортоломодон чоң, кичине же барабар болушу мүмкүн. Анын мисалдары: {1; 4; 4; 5}, {1; 2; 2; 4}, {1; 3; 3; 5}.



1. 2,6. 2. 300,5. 3. а) 227,2; б) 9813052,5; в) $7/8$; д) -3; е) -10; ф) $1\frac{61}{180}$.
4. 3258. 5. 320ны 25ке бөлүп, Киса 12,8 стул сатып алганын аныктайбыз.

6. 2,22 т. 7. 145,2 кг; 133,2 кг. 8. 170 см. 9. 170 см. 10. $5218/14 \approx 327,7$; 381,5.
 11. $1271/17 \approx 74,7647$. 12. $\mu = 21,6$; $Me = 21$; $Mo = 21$.
 13. а) $\mu = 10$; $Me = 9,5$; $Mo = 9,12$. б) $\mu = 7,38$; $Me = 7$; $Mo = 7$. в) $\mu = 2,63$; $Me = 2,3$; $Mo = 2$.
 14. а) $\mu = 14,67$; $Me = 14,5$; $Mo = 14$; 13; 15; 16. б) $\mu = 13,33$; $Me = 13,1$; $Mo = 11,7, 13,6$. в) $\mu = 1,23$; $Me = 1,35$; $Mo = 1,4$.
 15. Сыйлык алуу киргизилгенден кийин дүкөндүн кызматкерлери чыгашаны эске албастан, кирешени көбөйтүп жиберешкен. Натыйжада пайданын ортолomosу азайып кеткен.
 16. Мээрим эки сабак калтырган. 17. $68 \leq Me \leq 75$.
 18. $Mo = 6$; Айхан 6 чыны чай ичкен.
 19. Жок. Берилген сандардын ар бири мода боло алат. Бир эле мода болгон учурда, ал 6 болот $Mo = 6$.
 20. 509.

§ 15. Маалыматтарды уюштуруу

393. а)

Бут кийимдин өлчөмү	15	16	17	18	19	20	21	22
Жыштык	2	3	2	3	1	2	1	2

б) 11; в) 6.

394.

Тесттин жыйынтыгы	Көк	Кызыл	Жашыл	Сары
Жыштык	4	4	3	3

395.

Топ	Жыштык
100–109	3
110–119	3
120–129	4
130–139	3
140–149	3
150–159	1
160–169	1

396.

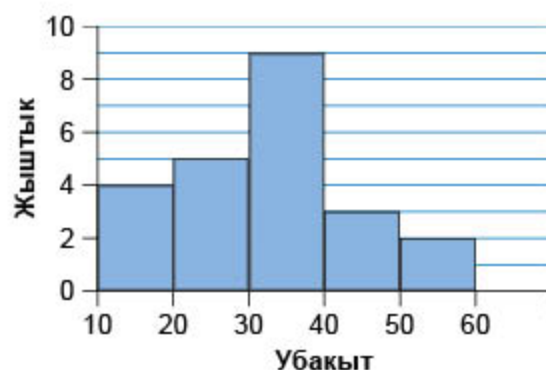
Топ	Жыштык
0–9	3
10–19	5
20–29	3
30–39	1
40–49	2
50–59	1
60–69	1

397. а)

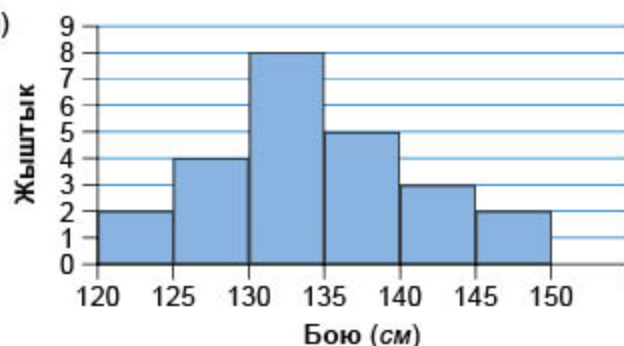
Момпосуйдун саны	22	23	24	25
Жыштык	4	5	7	4



398.



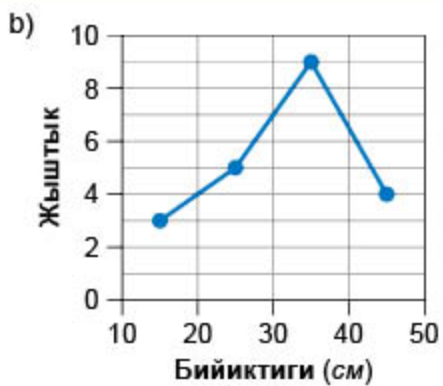
400. а)



b) 130–134; 130–134; 145–149.

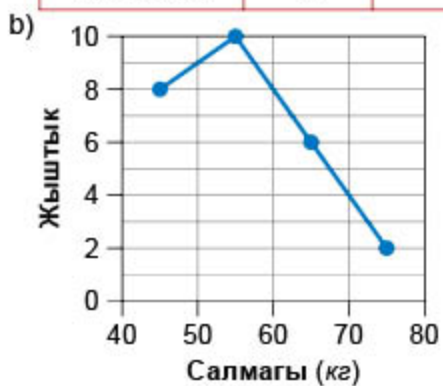
401. а)

Бийиктиги (см)	Жыштык	Орто чекит
$10 \leq B < 20$	3	15
$20 \leq B < 30$	5	25
$30 \leq B < 40$	9	35
$40 \leq B < 50$	4	45



402. a)

Салмак (кг)	Жыштык	Орто чекит
$40 \leq B < 50$	8	45
$50 \leq B < 60$	10	55
$60 \leq B < 70$	6	65
$70 \leq B < 80$	2	75



c) 26; d) 9/13.

403.



404. a)



b) 38%.



1.

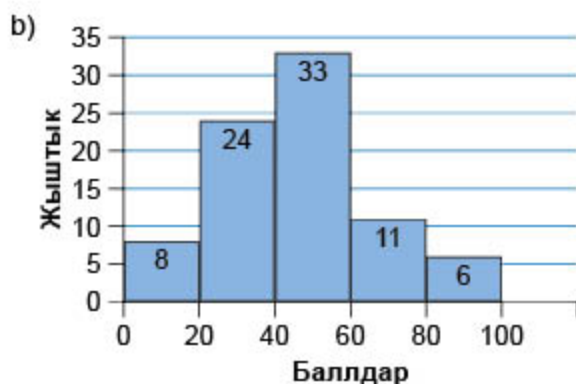
Тест жыйынтыгы	1	2	3	4	5	6
Жыштык	3	3	4	5	1	4

2.

Топ	20–29	30–39	40–49	50–59	60–69
Жыштык	2	4	6	4	2

3. а)

Баллдар	0–19	20–39	40–59	60–79	80–99
Жыштык	8	24	33	11	6



4. а) 7 окуучу;

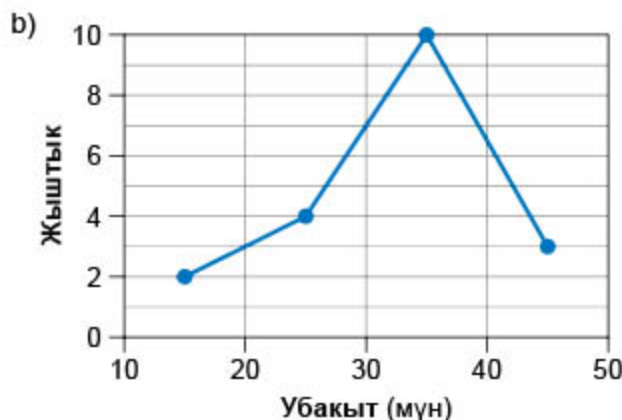
б)

Салмак	30–39	40–49	50–59	60–69	70–79
Жыштык	5	6	12	7	3

с) 29,5; д) 79,4.

5. а)

Убакыт (мүн)	Жыштык	Ортодогу чекит
10–19	2	14,5
20–29	4	24,5
30–39	10	34,5
40–49	3	44,5



6. а)



б) 4000000 сом.

7. а) 2000000 сом. б) Оюнчуктар = 180000, компьютерлер = 360000 сом, маяна = 640000 сом, китептер = 520000 сом.

8. а) 12,5%; б) $x = 33,33\%$, $y = 17\%$.

§ 16. Айлана. Тегерек. Сектор

406. $3,5\pi \approx 11$ см. 407. $13,816/2\pi \approx 2,2$ см. 408. $4,252\pi \approx 56,72$ м².

409. $6,1\pi \approx 19,154$ см. 410. $15,7/2\pi \approx 2,5$ см. 411. $16\pi \approx 50,24$ м². 412. 80 см.

413. Кесилиштин аянты $152\pi \approx 706,5$ см². Ошондуктан плёнканын аянты ал санга барабар же андан чоң болуш керек. 414. $(5/9)\pi \approx 1,74$ см.

415. $(5/24)82\pi \approx 41,87$ м². 416. $(1/24)16\pi \approx 2,1$ мм. 417. $(9/40)102\pi \approx 70,65$ м².



1. $9,1\pi \approx 28,57$ см. 2. $14,13/2\pi \approx 2,25$ см. 3. $49\pi \approx 153,86$ м². 4. 471 м. 5. 3,14 см.

6. $(5/36)122\pi \approx 62,8$ м².

Өз алдынча иштөөгө багытталган материалдар

A1. Сыйкырдуу таблица

418. 29.09 же 29-сентябрь.

419. $8,84 + 18,3 + 35,23 + (-31,29) = 31,08$;

$0,93 + 26,21 + 9,05 + (-5,11) = 31,08$;

$4,85 + 18,3 + 39,22 + (-31,29) = 31,08$.

420. 9.06 же 9-июнь.

421. $1,06 + 7,73 + 22,29 = 31,08$;

$14,06 + 13,22 + 3,8 = 31,08$;

$19,55 + 16,8 + (-5,27) = 31,08$.

423.

1)

15	20	30
9	14	24
6	11	21

2)

5	7	12
3	5	10
10	12	17

1) $15 + 14 + 21 = 50$; $20 + 24 + 6 = 50$; $30 + 9 + 11 = 50$

2) $5 + 5 + 17 = 27$; $7 + 10 + 10 = 27$; $12 + 3 + 12 = 27$

424. 1) Коңшу жолчолордун айырмасы 6 жана 3; коңшу мамычалардын айырмасы 5 жана 10. 2) Коңшу жолчолордун айырмасы 2 жана (-7) ; коңшу мамычалардын айырмасы 2 жана 5.

425.

1)

8	13	5
11	16	8
12	17	9

2)

7	9	12
5	7	10
10	12	15

3)

18	23	25
1	6	8
21	26	28

4)

-5	-14	-11
4	-5	-2
11	2	5

426. Мындай таблицалар көп, мисалы:

1) а)

	10	20	30
40	50	60	70
50	60	70	80
-73	-63	-53	-43

б)

	2	1	8
60	62	61	68
20	22	21	28
10	12	11	18

2) а)

	10	20	30	40
-10	0	10	20	
-20	-10	0	10	20
-30	-20	-10	0	10
17	27	37	47	57

б)

	20	10	80	-10
30	50	40	110	20
20	40	30	100	10
10	30	20	90	0
-33	-13	-23	47	-43

427. Мындай таблицалар көп, мисалы:

1) а)

	1	2	3
10	11	12	13
5	6	7	8
25	26	27	28

б)

	20	10	80
50	70	60	130
20	40	30	100
30	50	40	110

2) а)

	1	2	3	4
10	11	12	13	14
2	3	4	5	6
11	12	13	14	15
4	5	6	7	8

б)

	20	30	40	50
30	50	60	70	80
10	30	40	50	60
50	70	80	90	100
70	90	100	110	120

429. 1)

8	-1	13
3	-6	8
12	3	17

2)

-13	9	12
5,5	27,5	30,5
-10	12	15

3)

18	2,3	25
1	-14,7	8
-2	-17,7	5

4)

-5	-4,1	-1,1
2,1	3	6
1,1	2	5

430. 1)

248	259	300	222
129	140	181	103
6	17	58	-20
263	274	315	237

2)

5	14	21	12
-5	4	11	2
10	19	26	17
3	12	19	10

431. 1) Ооба; 2) Жок; 3) Жок, 1,5 саны менен үчилтик башка үчилтиктерден айырмаланат; 4) Ооба. 432. 1) Жок; 2) Ооба; 3) Ооба; 4) Жок, - 40 саны менен үчилтик башка үчилтиктерден айырмаланат. 434. 1) $15 \cdot 4 \cdot 12 = 720$; $20 \cdot 6 \cdot 6 = 720$; $30 \cdot 3 \cdot 8 = 720$. 2) $5 \cdot 42 \cdot 24 = 5040$; $7 \cdot 72 \cdot 10 = 5040$; $12 \cdot 30 \cdot 14 = 5040$.

435. 1чи жолчодогу сандардын 2чи жолчодогу сандарга болгон катышы 5, 3-жолчодогу сандардын 2чи жолчодогу сандарга болгон катышы 2. 1-мамычадагы сандардын 2-мамычадагы сандарга болгон катышы 0,75, 3чү мамычадагы сандардын 2чи мамычадагы сандарга болгон катышы 1,5.

436. 2чи жолчодогу сандардын 1чи жолчодогу сандарга болгон катышы 6, 2чи жолчодогу сандардын 3чү жолчодогу сандарга болгон катышы 3. 2чи мамычадагы сандардын 1чи мамычадагы сандарга болгон катышы 1,4, 3чү мамычадагы сандардын 1-мамычадагы сандарга болгон катышы 2,4.

437. 1)

8	32	5
4	16	2,5
12	48	7,5

2)

1,2	1,6	2
6	8	10
9	12	15

3)

18	3	-9
36	6	-18
2,4	0,4	-1,2

4)

-5	-100	-25
40	800	200
0,1	2	0,5

438. Мындай таблицалар көп, мисалы

1) а)

	5	0,2
-2	-10	-0,4
3,5	17,5	0,7

б)

	2	0,5
8	16	4
0,2	0,4	0,1

2) а)

	0,5	20	5
4	2	80	20
0,1	0,05	2	0,5
2,5	1,25	50	12,5

б)

	2,5	4	0,1
1	2,5	4	0,1
3	7,5	12	0,3
4	10	16	0,4

439. Мындай таблицалар көп, мисалы:

1) а)

	5	0,2
2	10	0,4
23	115	4,6

б)

	2	0,5
-7	-14	-3,5
0,3	0,6	0,15

2) а)

	0,5	20	2
4	2	80	8
0,1	0,05	2	0,2
5	2,5	100	10

б)

	2,5	4	0,3
0,25	0,625	1	0,075
2	5	8	0,6
4	10	16	1,2

440. 1)

8	-16
3	-6

2)

10	-12
2,5	-3

3)

18	36
4	8

4)

-5	12
-12,5	30

441. 1)

1,8	-3,6	4,8
3	-6	8
12	-24	32

2)

-8	9,6	12
-4	4,8	6
-10	12	15

3)

18	4,5	144
1	0,25	8
-2	-0,5	-16

4)

-6	-8	-20
2,25	3	7,5
1,5	2	5

445. а) да; б) да.

447. а)

6^9	6^{15}
6^5	6^{11}

с)

7^6	7^6	7^2
7^4	7^7	7^{10}
7^{11}	7^{11}	7^7

б)

8^3	8^7
8^5	8^9

д)

3^{11}	3^9	3^{10}
3^{16}	3^{15}	3^8
3^{12}	3^{10}	3^{12}

448. а)

10^5	10^{21}
10^{16}	10^{32}

с)

9^1	9^3	9^{10}
9^5	9^7	9^{14}
9^3	9^5	9^{12}

б)

$1,6^2$	$1,6^5$
$1,6^4$	$1,6^7$

д)

4^{14}	4^9	4^{11}
4^{18}	4^{13}	4^{15}
4^{11}	4^6	4^8



1. а) Кошулуучу. Сыйкырдуу сан 2.
 б) Көбөйтүүчү. Сыйкырдуу сан 3.
 с) Көбөйтүүчү. Сыйкырдуу сан 144.
 д) Кошулуучу. Сыйкырдуу сан 25.
 е) Кошулуучу. Сыйкырдуу сан -1.
 ф) Көбөйтүүчү. Сыйкырдуу сан 96.
 г) Кошулуучу. Сыйкырдуу сан 9.
 х) Көбөйтүүчү. Сыйкырдуу сан 500.

2. а)

85	60
-17	-42

с)

228	30	-15
240	42	-3
231	33	-12

$$VI + IV = X$$

$$P = 2(a + b) \quad 14x = -42$$

$$88 = 22$$

$$11 \cdot 8 = 88$$

b)	-52	62,4
	1,3	-9,1

d)	12,3	15	7,8
	6,3	9	1,8
	21	23,7	16,5

3. a)	85	60
	-17	-12

c)	210	30	-15
	42	6	-3
	231	33	16,5

b)	-52	364
	1,3	-9,1

d)	10,5	15	3
	6,3	9	1,8
	21	30	6

4. a)	-0,12	0,48
	15	-60

c)	0,25	-2
	-1,5	12

b)	1,5	2,4
	-20	-32

d)	-0,065	13
	0,3	-60

5. Мындайлар көп, андагы бир учур:

a) $-72 = -20 + (-30) + (-40) + 18$;

b) $0,47 = -2 + (-3) + (-4) + 9,47$;

c) $-1,5 = -1 + (-2) + (-3) + 4,5$.

6. Мындайлар көп, андагы бир учур:

a) $1,2 = -20 + (-30) + 40 + 10 + 1 + 0,2$;

b) $-23 = -20 + (-30) + 40 + 10 + 3 + 20$;

c) $-0,03 = -20 + (-32) + 40 + 10 + 1 + 0,97$.

7. Мындайлар көп, андагы бир учур:

a) $-72 = 5 \cdot 0,2 \cdot 36 \cdot (-2)$;

b) $0,49 = 4 \cdot 0,25 \cdot 7 \cdot 0,07$;

c) $-1,5 = 5 \cdot 0,2 \cdot 3 \cdot (-0,5)$.

8. Мындайлар көп, андагы бир учур:

a) $1,2 = 5 \cdot 0,2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 0,1$;

b) $-22 = 0,5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot (-4) \cdot 0,25$;

c) $0,36 = 0,5 \cdot 2 \cdot 0,3 \cdot 1,2 \cdot 4 \cdot 0,25$.

9. Мындай таблицалар көп, мисалы

a)	8	-16
	-36	-60

	13	26
	-2	-4

b)	10	-2,38	0,3	-0,2
	2,5	-9,88	-0,6	0,4

10. Мындай таблицалар көп, мисалы:

a)	-18	-36	48	8	2	4
	-42	-60	24	1	0,25	0,5
	-60	-78	6	-72	-18	-36

b)	8	9,6	10,8	4	2,8	0,2
	3,2	4,8	6	1	0,7	7,5
	-14,48	12,88	-11,68	8	5,6	0,4

А2. Криптография

451. $34 - 21 - 40 + 26 - 34 - 21 - 40 + 30 - 32 = 21$

$44 + 21 - 38 - 30 + 44 = 21$

$35 + 21 - 41 = 32$

452. КУРИТЬ ВРЕДНО

453. $19,5 - 1 - 26,5 + 12 - 11 - 1 = 15,5$

$12 - 10,5 - 18 + 10,5 - 13 - 10,5 - 6 = 11,5$

454. АЛМАМБЕТ СЫРГАК

455. $17 - 21 - 19 + 1 - 20 + 2 - 13 = 12$

$19 - 29 - 19,5 + 12 - 20,5 - 13 - 18 = 3$

456. КОРОЛЬ ЛИР



1. a) $23 - 49 + 41 + 45 = 30$ $41 - 38 + 36 + 32 = 30$

b) $33 - 52 + 22 - 33 = 52$ $34 - 36 - 38 + 36 + 28 - 26 - 35 + 36 = 26$

2. a) ЮЛЯ ДОБРАЯ

b) ГУЛЬНУР ХУДЕЕТ

3. a) $16 + 1 - 16,5 - 29 = 16$ $1 - 16 - 10 - 13 = 3$

b) $26 + 18 - 15 = 11$ $12 - 1 - 12 - 1 + 19 - 10 = 17,5$

4. a) РОБИНЗОН КРУЗО

b) ДАНИЭЛЬ ДЕФО

A3. Тактык, логикага, изденүүгө багытталган тесттик тапшырмалар

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1) <i>c</i> | 11) <i>b</i> | 21) <i>d</i> | 31) <i>e</i> |
| 2) <i>c</i> | 12) <i>f</i> | 22) <i>c</i> | 32) <i>f</i> |
| 3) <i>c</i> | 13) <i>f</i> | 23) <i>d</i> | 33) <i>a</i> |
| 4) <i>c</i> | 14) <i>d</i> | 24) <i>b</i> | 34) <i>e</i> |
| 5) <i>e</i> | 15) <i>d</i> | 25) <i>e</i> | 35) <i>b</i> |
| 6) <i>d</i> | 16) <i>f</i> | 26) <i>f</i> | 36) <i>d</i> |
| 7) <i>d</i> | 17) <i>d</i> | 27) <i>d</i> | 37) <i>e</i> |
| 8) <i>a</i> | 18) <i>c</i> | 28) <i>d</i> | 38) <i>e</i> |
| 9) <i>a</i> | 19) <i>b</i> | 29) <i>b</i> | 39) <i>a</i> |
| 10) <i>c</i> | 20) <i>e</i> | 30) <i>c</i> | 40) <i>c</i> |

МАЗМУНУ

Авторлордон	3
§1. Кайталоо үчүн тапшырмалар	4
§2. Сан огу. Модулу бар теңдемелер	8
2.1. Сан огу	8
2.2. Сан модулу аралык деп түшүнүү	9
2.3. Кесиндинин узундугу	9
2.4. Сандын модулу (абсолюттук мааниси)	10
2.5. «Терс» аралык	10
2.6. Акча карыз болууну терс сан катары кароо	11
2.7. Берилген аралык боюнча чекиттин координатын аныктоо	12
2.8. Жолукканга чейинки жана жолуккандан кийинки аралык	13
2.9. Аралык аркылуу убакытты аныктоо	14
2.10. Модулдуу теңдеме	16
2.11. Түз сызыктардын кесилиши жараткан бурчтар	16
Жыйынтыктоочу тапшырмалар	21
§3. Тегиздиктеги тик бурчтуу координат системасы	22
3.1. Тегиздиктеги координаттарды аныктоо	22
3.2. Тегиздиктеги чекиттердин координаттары	24
3.3. Тегиздиктин чекиттерин координаттары аркылуу аныктоо	25
3.4. Кыргызстандын картасы жана координат системасы	27
3.5. Тик бурчтуктун аянты	29
3.6. Тик бурчтуу үч бурчтуктун аянты	30
3.7. Жактары координат окторуна параллель болгон көп бурчтуктун аянты	31
3.8. Үч бурчтуктун аянты	32
3.9. Төрт бурчтуктун аянты	33
3.10. Үч бурчтуктун аянты. Уланды	34
3.11. Көп бурчтуктун аянты	35
3.12. Тик бурчтуктун аянтын периметри аркылуу аныктоо	36
Жыйынтыктоочу тапшырмалар	38
§4. Түз пропорциялык көз карандылык. Пропорциялар	40
4.1. Аралык менен убакыттын байланышы	40
4.2. Аралык менен ылдамдыктын байланышы	40
4.3. Иш менен убакыттын байланышы	41
4.4. Терезелердин жыргыктарын чаптоодон болгон үнөмдөө	42
4.5. Түз пропорциялык көз карандылык	43
4.6. Пропорция	45
4.7. Пропорция түрүндө берилген жөнөкөй теңдеме	46
4.8. Пропорция түрүндө берилген теңдеме	47
4.9. Түз пропорциялык көз карандылык жана пропорция	48
4.10. Пропорция жана түз пропорциялык көз карандылык	49
4.11. Тескери пропорциялык байланыш	52
4.12. Проценттер	53
Жыйынтыктоочу тапшырмалар	56
§5. Аралашмалар	58
5.1. Эчкилердин санын аныктоо	58
5.2. Картөшкөнүн баасын аныктоо	58
5.3. Карамелдин баасын аныктоо	59
5.4. Уруктун керектүү көлөмүн аныктоо	59
5.5. Монеталардын санын аныктоо	60
5.6. Эритменин керектүү көлөмүн аныктоо	60
5.7. Суунун керектүү көлөмүн аныктоо	61
5.8. Майдын керектүү көлөмүн аныктоо	61

5.9. Эритменин көлөмүн аныктоо. Уланды	62
5.10. Монеталарды кошуу	63
5.11. Эки белгисиз бар сызыктуу теңдемелерге киришүү	63
Жыйынтыктоочу тапшырмалар	67
§6. Сызыктуу теңдемелердин өтө жөнөкөй системалары	66
6.1. Сызыктуу теңдемелердин системаларына киришүү	69
6.2. Белгисиздердин айырмасы аныктаган системалар	70
6.3. Белгисиздердин суммасы аныктаган системалар	71
6.4. Кесүү маселеси	71
6.5. Белгисиздердин суммасы аныктаган системалар. Уланды	72
6.6. Тестте алынган баллдар	73
6.7. Акча калдыгы	74
6.8. Квадрат жана башка фигуралар	74
6.9. Параллелепипеддин беттеринин аянттары	76
6.10. Пайданы аныктоо	77
6.11. Аралашманы система аркылуу аныктоо	78
6.12. Эритмелердин керектүү көлөмдөрүн аныктоо	79
Жыйынтыктоочу тапшырмалар	81
§7. Натуралдык сандарды жазуу системасынын касиеттери	83
7.1. Үй тапшырманы аткарып жатканда	83
7.2. Эки орундуу сандын цифраларын аныктоо	84
7.3. Үч орундуу сандын цифраларын аныктоо	84
7.4. Эки орундуу санды табуу	85
7.5. Үч орундуу санды аныктоо	86
7.6. Эки орундуу сандан үч орундуу санга	87
7.7. Эки орундуу сандан төрт орундуу санга	87
7.8. Үч орундуу сандан үч орундуу санга	88
7.9. Эки орундуу сандан цифрага	89
7.10. Үч орундуу сандан эки орундуу санга	89
Жыйынтыктоочу тапшырмалар	91
§8. Сандардын бөлүнүшү	93
8.1. Бөлүнүш аныктамасы	93
8.2. Бөлүнүш жөнүндө теорема	93
8.3. 2ге бөлүнүү	95
8.4. Жуп жана так сандардын касиеттери	96
8.5. Калдыгы бар бөлүү	98
8.6. 5ке бөлүнүү	99
8.7. 4кө жана 25ке бөлүнүү	100
8.8. 3кө жана 9га бөлүнүү	102
8.9. 3кө жана 9га бөлүнүү белгилерин колдонуу	103
8.10. Бөлүнүүнү аныктагандагы ката	104
8.11. 4кө жана 9га бөлүнүү белгилерин колдонуу	105
8.12. 5ке, 25ке жана 9га бөлүнүү белгилерин колдонуу	106
Жыйынтыктоочу тапшырмалар	109
§9. Натуралдык сандарды көбөйтүүчүлөргө ажыратуу. ЭКЖБ	111
9.1. Жөнөкөй жана курама сандар	111
9.2. Эратосфендин элеги	112
9.3. Жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажыратуу	113
9.4. Бир сан башка сандын көбөйтүүчүсү болгон учур	114
9.5. ЭКЖБ	114
9.6. Ишти биригип аткаруу убактысы	117
9.7. Бирге аткарган иштин убактысы боюнча жеке аткарган иштин убактысын аныктоо	117

9.8. Бирге аткарган иштин убактысы боюнча жеке аткарган иштин убактысын аныктоо. Уланды	118
9.9. Үч субъект бирге аткарган иш	119
9.10. Бирге аткарган ишти жуп маалыматтар аркылуу аныктоо	120
9.11. Үч субъект бирге аткарган иш. Уланды	121
9.12. Алмаштырууну оптималдоо	122
Жыйынтыктоочу тапшырмалар	123
§ 10. Кадимки бөлчөктөрдүн барабардыгы. ЭЧЖБ	125
10.1. Бөлчөктөрдүн тең күчтүүлүгү	125
10.2. Бөлчөктөрдүн барабардыгын текшерүү	126
10.3. ЭКЖБны көбөйтүүчүлөрдүн көптүктөрү аркылуу аныктоо	128
10.4. ЭКЖБны көбөйтүүчүлөрдүн көптүктөрү аркылуу аныктоо. Уланды	129
10.5. ЭЧЖБны көбөйтүүчүлөрдүн көптүктөрү аркылуу аныктоо	130
10.6. Иш акысын бөлүү	131
10.7. Берилген катышта бөлүү	133
10.8. Бөлчөктү кыскартуу	133
Жыйынтыктоочу тапшырмалар	135
§ 11. Кадимки бөлчөктөрдүн үстүнөн амалдар	136
11.1. Дурус жана буруш бөлчөктөр	136
11.2. Кадимки бөлчөктөрдүн көбөйтүндүсү	137
11.3. Кадимки бөлчөктөрдү бөлүү	138
11.4. Бөлүмдөрү бирдей бөлчөктөрдү салыштыруу	139
11.5. Алымдары бирдей бөлчөктөрдү салыштыруу	140
11.6. Бөлүмдөрү бирдей бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү	141
11.7. Кадимки бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү	142
11.8. Аралаш бөлчөктөр	143
11.9. Аралаш бөлчөктөрдүн үстүнөн арифметикалык амалдар	145
11.10. Бөлчөктөр менен болгон эсептөөлөрдү бышыктоо	146
11.11. Топтоп чыгаруу	147
11.12. Топтоп чыгарууну колдонуу	148
Жыйынтыктоочу тапшырмалар	150
§ 12. Даража. Абсолюттук жана салыштырма каталык	151
12.1. Сандын даражасы	151
12.2. Даражалуу туюнтмаларды көбөйтүү	152
12.3. Нөлүк даража. Даражанын даражасы	153
12.4. Абсолюттук жана салыштырма каталык	155
Жыйынтыктоочу тапшырмалар	157
§ 13. Теңдеме түзүүгө карата маселелер	158
13.1. Теңдеменин тамырына ынануу	158
13.2. Козэффициенттери бөлчөк теңдемелер	159
13.3. Козэффициенттери бөлчөк теңдемелерди түзүү	162
13.4. Корогон акчаны аныктоо	163
13.5. Бааны аныктоо	163
13.6. Китептердин санын аныктоо	164
13.7. Жүзүмдүн салмагынын аныктоо	165
13.8. Көптүктүн элементтеринин санын аныктоо	166
13.9. Бир жылда алган бештердин санын аныктоо	168
13.10. Шкафтагы китептердин саны	168
13.11. Бөлчөктү бөлүмү жана алымы аркылуу аныктоо	169
13.12. Берилген катышта бөлүү	170
13.13. Берилген катышта үчкө бөлүү	171
13.14. Үч бурчтуктун жактарын анын периметри аркылуу аныктоо	172
13.15. Тик бурчтуктун аянты жана периметри	173

Жыйынтыктоочу тапшырмалар	174
§ 14. Орточо маанилер: Ортоломо. Мода. Медиана	176
14.1. Киришүү	176
14.2. Ортоломонун аныктамасы	176
14.3. Эки сандын ортоломосу	179
14.4. Үч сандын ортоломосу	180
14.5. Ортоломону колдонуп санды аныктоо	180
14.6. Ортоломону колдонуп санды аныктоо. Уланды	181
14.7. Ортоломону колдонуп салмакты аныктоо	181
14.8. Ортоломонун өзгөрүүсү	182
14.9. Салмакталган ортоломо	183
14.10. Ортоломолорду салыштыруу	184
14.11. Орто маанилердин түрлөрү	185
14.12. Так сан элементтердин медианы	186
14.13. Жуп сан элементтердин медианы	187
14.14. Мод	188
14.15. Мод жана медиан	189
14.16. Орто маанилерди эсептөө	190
Жыйынтыктоочу тапшырмалар	193
§ 15. Маалыматтарды уюштуруу	196
15.1. Жыштык таблицасы	196
15.2. Топтордун жыштык таблицасы	196
15.3. Гистограммалар	197
15.4. Гистограмманы түзүү	198
15.5. Полигондор	199
15.6. Тегерек диаграммалар	201
Жыйынтыктоочу тапшырмалар	202
§ 16. Айлана. Тегерек. Сектор	204
16.1. Айлананын узундугу. Тегеректин аянты	204
16.2. Айлананын узундугу. Тегеректин аянты. Колдонмолор	206
16.3. Тегеректин сектору	206
Өз алдынча иштөөгө багытталган материалдар	209
A1. Сыйкырдуу таблица	209
1.1. Ондук бөлчөктөр түзгөн таблица	209
1.2. Сандарды жайгаштыруу принциби	210
1.3. Сыйкырдуу таблицанын сыры	212
1.4. Сыйкырдуу таблицалардын мүнөздөмө касиети	215
1.5. Көбөйтүүчү сыйкырдуу таблицалар	219
1.6. Сыйкырдуу көбөйтүүчү таблицанын сырын издөө	221
1.7. Сыйкырдуу көбөйтүүчү таблицанын сыры	222
1.8. Сыйкырдуу көбөйтүүчү таблицалардын мүнөздөмө касиети	226
1.9. Сыйкырдуу таблицалар жана пропорциялар	228
1.10. Сыйкырдуу таблицалар жана даражалар	230
Жыйынтыктоочу тапшырмалар	233
A2. Криптография	235
2.1. Жөнөкөй шифр	235
2.2. Кош шифр	236
Жыйынтыктоочу тапшырмалар	239
A3. Тактыкка, логикага, изденүүгө багытталган тесттик тапшырмалар	240
Көнүүгүлөрдүн жооптору	248

Кыдыралиев Сыргак Капарович
Урдалетова Анаркуль Бурганаквна
Дайырбекова Гульнара Мелисовна

МАТЕМАТИКА

6-класс

Окутуу кыргыз тилинде жүргүзүлгөн мектептер үчүн

Редактор *Ж. Медералиева*
Көркөм редактор *Н. Джумакалиев*
Мукабаны жасалаган *Н. Борисова*
Техн. редактор *Ж. Жолдошева*
Компьютердик калыптоочулар: *Дранников С., Т. Сандыбаева*

Басууга 23.08.2018-ж. кол коюлду.
Офсеттик басма. Офсеттик кагаз.
Форматы 70 x 100 ¹/₁₆. «Arial» ариби. Көлөмү 17,5 б. т.
Нускасы 68300 экз. Буюртма № 364.

Басма иштери «Аркус басмасы»
ЖЧКсында даярдалды
720016, Кыргыз Республикасы,
Бишкек ш., Самойленко көч., 7 В

